85%

В. Куликовской.

Былъ въ первыхъ изданіяхъ одобренъ, какъ весьма полезное пособіе и удостоенъ премій Императора Петра Великаго.

СБОРНИКЪ АЛГЕБРАИЧЕСКИХЪ ЗАДАЧЪ.

ЧАСТЬ ПЕРВАЯ.

ДЛЯ КЛАССОВЪ ТРЕТЬЯГО И ЧЕТВЕРТАГО

СОСТАВИЛИ

Н. А. Шапошниковъ и Н. К. Вальцовъ.

Девятое изданіе,

перепечатанное лишь съ типографскими улучшеніями.

ИЗДАНІЕ КНИЖНАГО МАГАЗИНА
В. В. ДУМНОВА,
подъ фирмою Насл. бр. Салаевыхъ.

Цѣна 70 коп.

(уменьшенная съ предыдущаго изданія).

МОСКВА.

Университетская типографія, Страстной бульваръ.

1902.

Былъ въ первыхъ изданіяхъ одобренъ, какъ весьма полезное пособіе и удостоенъ преміи Императора Петра Великаго.

СБОРНИКЪ АЛГЕБРАИЧЕСКИХЪ ЗАДАЧЪ

ЧАСТЬ ПЕРВАЯ.

ДЛЯ КЛАССОВЪ ТРЕТЬЯГО И ЧЕТВЕРТАГО.

СОСТАВИЛИ

Н. А. Шапошниковъ и Н. К. Вальцовъ.

Девятое изданіе,

перепечатанное лишь съ типографскими улучшеніями.

ИЗДАНІЕ КНИЖНАГО МАГАЗИНА
В. В. ДУМНОВА,
подъ фирмою Насл. бр. Салаевыхъ.

Цѣна 70 коп.

(уменьшенная съ предыдущаго изданія).

МОСКВА.

Университетская типографія, Страстной бульваръ.

1902.

ОГЛАВЛЕНІЕ.

Стр.

ОТДѢЛЕНІЕ IV. Разложеніе выраженій на простыхъ множителей.

ОТДѢЛЕНІЕ V. Преобразованіе дробныхъ выраженій.

ОТДѢЛЕНІЕ VI. Преобразованіе равенствъ. Рѣшеніе и составленіе уравненій первой степени.

ОТДѢЛЕНІЕ I.

ОСНОВНОЕ ЗНАКОПОЛОЖЕНІЕ.

§ 1. Обозначеніе выраженій.

Всякое составленіе новаго числа по двумъ или нѣсколькимъ даннымъ числамъ называется *математическимъ дѣйствіемъ*. Дѣйствіе съ двумя числами называется *простымъ*. Дѣйствіе съ нѣсколькими числами называется *сложнымъ*. Сложное дѣйствіе всегда разлагается на нѣсколько простыхъ дѣйствій. Каждое дѣйствіе обозначается особымъ знакомъ, который пишется между обозначеніями данныхъ чиселъ; напр., пишемъ $a+b$, $a-b-c$, $2.a.b$ или $2\times a\times b$, $a:b$ или $\frac{a}{b}$; умноженіе однако часто обозначается безъ знака; напр., пишутъ abc, $\frac{2ab}{c}$ и т. под..

Соединеніе обозначеній чиселъ посредствомъ знаковъ дѣйствій называется *выраженіемъ*. Всякое выраженіе обозначаетъ результатъ нѣкоторого простого или сложнаго дѣйствія. Выраженіе называется *простымъ*, если въ немъ входитъ или подразумѣвается *одинъ* только знакъ дѣйствія, и *сложнымъ*, если входятъ или подразумѣваются *нѣсколько* знаковъ дѣйствій. Иначе говоря, простое выраженіе обозначаетъ результатъ простого дѣйствія, а сложное выраженіе—результатъ сложнаго дѣйствія. Простыя выраженія суть $a+b$, $a-b$, ab, $a:b$. Выраженія $a-b-c$, abc, $\frac{2ab}{c}$, $\frac{a}{c+d}$ суть сложныя.

1. Написать сумму чиселъ a и b.
1. Написать разность чиселъ a и b.
2. Написать число большее b на число c.
2. Написать число меньшее b на число c.
3. Написать сумму чиселъ a, b и c.
3. Написать сумму чиселъ x, y и z.
4. Написать произведеніе чиселъ c и d.
4. Написать частное отъ дѣленія числа c на число d.
5. Написать сумму числа a съ произведеніемъ числа b на число c.
5. Написать разность между числомъ a и произведеніемъ чиселъ b и c.
6. Написать произведеніе чиселъ $\frac{3}{4}$, a, b и c.
6. Написать произведеніе чиселъ $\frac{5}{8}$, x, y и z.
7. Написать частное отъ дѣленія произведенія чиселъ b и c на число m.

7. Написать частное отъ дѣленія числа n на произведеніе чиселъ p и q.

8. Написать сумму числа a съ частнымъ отъ дѣленія числа 2 на b.

8. Написать разность между числомъ a и частнымъ отъ дѣленія числа b на 2.

9. Написать число въ m разъ большее числа a.

9. Написать число въ m разъ меньшее числа b.

10. Сумма двухъ чиселъ есть s; одно изъ нихъ a. Выразить другое число.

10. Разность двухъ чиселъ есть d; вычитаемое b. Выразить уменьшаемое.

11. Выразить число, которое при дѣленіи на число 2 даетъ въ частномъ число n.

11. Написать общую форму всякаго четнаго числа.

12. Выразить число, которое при дѣленіи на число 3 даетъ частное m.

12. Выразить число кратное числа 3.

13. Выразить число, которое при дѣленіи на два даетъ въ частномъ n, а въ остаткѣ единицу.

13. Написать общую форму всякаго нечетнаго числа.

14. Написать общій видъ чиселъ, которыя при дѣленіи на три, даютъ въ остаткѣ единицу.

14. Написать общій видъ чиселъ, которыя, при дѣленіи на три, даютъ въ остаткѣ два.

15. Написать общія формы чиселъ, не дѣлящихся на 5.

15. Написать общія формы чиселъ, не дѣлящихся на 7.

16. Выразить, сколько единицъ содержитъ число, имѣющее a десятковъ.

16. Выразить, сколько единицъ содержитъ число, имѣющее b сотенъ.

17. Выразить, сколько единицъ содержитъ число, имѣющее a десятковъ и b единицъ.

17. Выразить, сколько единицъ содержитъ число, имѣющее a сотенъ и b единицъ.

18. Выразить, сколько единицъ содержитъ число, имѣющее x сотенъ, y десятковъ и z единицъ.

18. Выразить число, обозначенное тѣми же цифрами x, y и z (см. предыдущую задачу), но написанными въ обратномъ порядкѣ.

19. Выразить число, состоящее изъ a тысячъ, b сотенъ, c десятковъ и d единицъ.

19. Выразить число, обозначенное тѣми же цифрами a, b, c и d (см. предыдущую задачу), но написанными въ обратномъ порядкѣ.

20. Выразить число сутокъ, заключающихся въ a мѣсяцахъ и b суткахъ.

20. Выразить число сутокъ, заключающихся въ a недѣляхъ и b суткахъ.

21. Выразить число золотниковъ, заключающихся въ x фунтахъ, y лотахъ и z золотникахъ.

21. Выразить число дюймовъ, заключающихся въ a саженяхъ, b аршинахъ, c футахъ и d дюймахъ.

§ 2. Обозначеніе формулъ.

Формулой называется соединеніе двухъ выраженій посредствомъ знака равенства или неравенства. Формула со знакомъ равенства называется *равенствомъ;* напр., $a+b=b+a$, $abc=cba$ суть равенства.—Формула со знакомъ неравенства называется *неравенствомъ;* напр. $ab>a+b$, $\frac{a}{b}<a-b$ суть неравенства. Выраженіе, написанное впереди знака равенства или неравенства, называется *первой частью* формулы, то, которое написано послѣ, — *второй частью* формулы. Напр., въ формулѣ $ab>a+b$ первая часть есть ab, а вторая $a+b$.

Всякая формула выражаетъ нѣкоторое *соотношеніе* между числами, въ ней обозначенными. Формула, можно сказать, есть математическая фраза, написанная на математическомъ языкѣ. *Составить* формулу значитъ выразить данное соотношеніе между числами посредствомъ знаковъ чиселъ, знаковъ дѣйствій и знака равенства или неравенства.

Выразить математическими знаками слѣдующія соотношенія между числами:

22. Сумма двухъ чиселъ a и b болѣе ихъ разности.

22. Разность чиселъ c и d менѣе ихъ суммы.

23. Число a, увеличенное числомъ b, равно произведенію чиселъ c и d.

23. Число a, уменьшенное числомъ b, равно частному чиселъ c и d.

24. Частное отъ дѣленія числа a на b менѣе полусуммы этихъ чиселъ.

24. Полусумма двухъ чиселъ a и b менѣе частнаго этихъ чиселъ.

25. Сумма частныхъ отъ дѣленія a на b и b на a больше 2-хъ.

25. Число 2 менѣе суммы частныхъ отъ дѣленія a на b и b на a.

26. Число a болѣе числа b на число c.

26. Число a менѣе числа b на число c.

27. Число a болѣе числа b въ 10 разъ.

27. Число a менѣе числа b въ 7 разъ.

28. Число a болѣе произведенія чиселъ b и c на число d.

28. Число a менѣе произведенія чиселъ b и c на число d.

29. Если къ числу, содержащему a десятковъ и b единицъ, прибавить число m, то получится число, обозначенное тѣми же цифрами, но написанными въ обратномъ порядкѣ.

29. Если изъ числа, содержащаго c сотенъ, b десятковъ, a еди-

ницъ, вычесть число n, то получится число, обозначенное тѣми же цифрами, но написанными въ обратномъ порядкѣ.

30. Купленъ товаръ за a рублей, проданъ за b рублей, прибыли при этомъ получено c рублей. Выразить зависимость между числами a, b и c.

30. Купленъ товаръ за m рублей, проданъ за n рублей, убытка при этомъ получено p рублей. Выразить зависимость между числами m, n и p.

31. Путешественникъ въ m дней проѣхалъ n верстъ, проѣзжая ежедневно по d верстъ. Выразить зависимость между числами m, n и d.

31. Куплено a фунтовъ товара по c рублей за фунтъ и заплачено за все d рублей. Выразить зависимость между числами a, c и d.

32. У старшаго брата a рублей, у младшаго b рублей; если старшій изъ своихъ денегъ дастъ младшему c рублей, то у обоихъ братьевъ денегъ окажется поровну. Выразить это равенство знаками,

32. Нѣкто имѣетъ въ правомъ карманѣ m рублей, въ лѣвомъ n рублей; если онъ переложитъ изъ праваго кармана въ лѣвый p рублей, то въ обоихъ карманахъ окажется денегъ поровну. Выразить это равенство знаками.

33. Капиталъ въ a рублей, отданный въ ростъ по p процентовъ, приноситъ ежегодно прибыли c рублей. Выразить зависимость между числами a, p и c.

33. Вексель въ m рублей учитывается коммерчески по $k\%$ за годъ до срока и даетъ учетъ въ r рублей. Выразить зависимость между числами m, k и r.

34. Капиталъ въ a рублей, отданный въ ростъ по $b\%$, приноситъ черезъ 8 мѣсяцевъ c рублей прибыли. Выразить зависимость между числами a, b, 8 и c.

34. Вексель въ m рублей, учтенный коммерчески по $p\%$ годовыхъ за 5 мѣсяцевъ до срока, даетъ учетъ въ r рублей. Выразить зависимость между числами m, p, 5 и r.

§ 3. Употребленіе показателей.

Если одно и то же число повторяется множителемъ нѣсколько разъ, то, для сокращеннаго обозначенія такого произведенія, пишутъ множителя одинъ разъ, а надъ обозначеніемъ его справа пишутъ число, показывающее, сколько разъ повторяется множитель; наприм., вмѣсто 3.3.3.3 пишутъ 3^4. Произведеніе, составленное изъ одинаковыхъ множителей, называется *степенью*, число, повторяющееся множителемъ, называется *основаніемъ степени*, а число, показывающее, сколько разъ повторяется множитель, называется *показателемъ степени*. Такъ, въ выраженіи 3^4 число 3 есть основаніе, 4 есть показатель степени, а все произведеніе 3^4, равное 81, есть степень.

Степени раздѣляются по величинѣ показателя: всякое число, взятое само по себѣ, называется первой степенью; такъ, a есть первая степень числа a и можетъ быть написана въ видѣ a^1, гдѣ 1 обозначаетъ показателя степени. Число 5^2 есть 5 во второй степени, или вторая степень пяти. Число 7^3 есть 7 въ третьей степени, или третья степень семи. Вообще выраженіе a^n читается такъ: a въ степени n, или n-ая степень отъ a. Вторая степень называется часто *квадратомъ*, а третья *кубомъ*; напр., 3^2 читаютъ 3 въ квадратѣ, m^3 читаютъ m кубъ.

Упростить выраженія:

35. $a.a.a$ 35. $b.b.b.b$ **36.** $a.a.b.b.b$ 36. $a.a.a.b.b$

37. $2.2.2.2.2$ 37. $3.3.3.3.3$ **38.** $p.p.p.q.q.q.q$ 38. $p.p.p.p.q.q.q$

39. $3.k.k.l.l$ 39. $2k.k.k.l.l.l$ **40.** $4.4.4.a.a.a.a$ 40. $5.5.l.l.l.l.l$

41. $a.a.b+a.b.b$ 41. $a.b.b-a.a.b$

42. $a.a.a.b+a.b.b.b$ 42. $a.a.b.b.b-a.a.a.b.b$

43. $p.p.p.q-p.p.q.q+2.p.q.q.q$ 43. $2.p.p.q.q+p.p.p.q+p.p.q.q.q$

44. $3a.a.a.a.b.b.b-2.2.a.a.a.b.b.b.b$ 44. $2.a.a.a.b.b.b.b+3.3.a.a.a.a.b.b.b$

45. $a.a.a.....a$ (m разъ). 45. $m.m.....m$ (a разъ).

Разъяснить смыслъ выраженій и написать ихъ безъ показателей:

46. 2^3 46. 3^2 **47.** 5^2 47. 2^5

48. m^3 48. a^4 **49.** m^2n^3 49. m^3n^2

50. $a^3b^3c^2$ 50. $a^3b^2c^3$ **51.** $3^2a^6b^2$ 51. $2^3a^2b^6$

52. $2^4k^2f^3n^2$ 52. $3^4k^3f^2n^2$

53. a^2+b^2 53. a^2-b^2 **54.** a^3-b^3 54. a^3+b^3

55. $3a^4+2b^5$ 55. $2a^5-b^4$ **56.** a^m 56. m^a

Найти числовыя величины степеней:

57. 2^3 57. 3^2 **58.** 4^3 58. 3^3

59. 5^2 59. 2^5 **60.** 10^2 60. 10^3

61. 20^3 61. 30^3 **62.** 400^2 62. 500^2

63. $\left(\frac{1}{2}\right)^2$ 63. $\left(\frac{1}{3}\right)^2$ **64.** $\left(\frac{1}{3}\right)^3$ 64. $\left(\frac{1}{2}\right)^3$

65. $\left(\frac{2}{3}\right)^2$ 65. $\left(\frac{3}{2}\right)^2$ **66.** $\left(\frac{4}{3}\right)^3$ 66. $\left(\frac{3}{4}\right)^3$

67. $\left(2\frac{1}{2}\right)^2$ 67. $\left(3\frac{1}{3}\right)^2$ **68.** $\left(3\frac{2}{3}\right)^2$ 68. $\left(2\frac{3}{4}\right)^2$

69. $(0,2)^2$ 69. $(0,1)^3$ **70.** $(0,4)^3$ 70. $(0,3)^4$

71. $(1,1)^2$ 71. $(1,2)^2$ **72.** $(2,5)^2$ 72. $(3,5)^2$

73. $0,001^2$ 73. $0,01^3$ **74.** $0,025^3$ 74. $0,035^2$

Написать нижеуказанныя выраженія:

75. Сумму квадратовъ чиселъ a и b.

75. Разность квадратовъ чиселъ p и q.

76. Произведеніе кубовъ чиселъ c и d.

76. Частное кубовъ чиселъ r и s.

77. Разность n—ныхъ степеней чиселъ p и q.

77. Сумму n-ныхъ степеней чиселъ a и b.

78. Частное n-ныхъ степеней чиселъ r и s.

78. Произведеніе n—ныхъ степеней чиселъ c и d.

79. Сумму пятыхъ степеней чиселъ x, y и z.

79. Произведеніе пятыхъ степеней чиселъ x, y и z.

80. Произведеніе m—ыхъ степеней чиселъ a, b, c и d.

80. Сумму m—ыхъ степеней чиселъ a, b, c и d.

81. Если нѣкто издерживаетъ въ каждый день по 7 копѣек какую сумму онъ издержитъ въ 7 недѣль?

81. Сколько буквъ въ книгѣ, если въ ней 20 страницъ, на ка страницѣ 20 строкъ, а въ каждой строкѣ 20 буквъ?

82. Нѣкто отдалъ свое имѣніе въ аренду на слѣдующихъ услові за первый годъ арендаторъ платитъ a рублей, а за каждый пос дующій годъ въ r разъ болѣе, чѣмъ за предыдущій. Сколько руб долженъ заплатить арендаторъ за пятый годъ?

82. Въ теченіе пяти лѣтъ сряду съ каждой посѣянной четверти получается урожай s четвертей. Сколько пришлось собрать четвер ржи въ пятый годъ, если въ первый годъ было посѣяно b четверт

83. Прямая линія раздѣлена пополамъ, затѣмъ каждая полов опять пополамъ, каждая четверть опять пополамъ и т. д.. Если послѣдовательныя дѣленія повторены n разъ, то на сколько час раздѣлилась вся линія? Какъ велика каждая часть, если длина мой есть a?

83. Прямая линія раздѣлена на 3 равныя между собою части, тѣмъ каждая изъ этихъ частей раздѣлена снова на 3 равныя ча каждая новая часть снова на 3 равныя части и т. д.. Если эти посл вательныя дѣленія повторены x разъ, то на сколько частей разд лась вся линія? Какъ велика каждая часть, если длина прямой есть

84. Нѣкто смѣшиваетъ каплю спирта съ a каплями воды; зат онъ беретъ каплю этой смѣси и снова смѣшиваетъ ее съ a капл воды и такъ поступаетъ 6 разъ. Опредѣлить, на сколько частей р дѣлится такимъ образомъ одна капля спирта, и сколько окаж чистаго спирта въ m капляхъ послѣдней смѣси?

84. Составляется смѣсь изъ одного грана нѣкотораго лѣкар и n грановъ воды: одинъ гранъ этой смѣси смѣшиваютъ съ но n гранами воды и повторяютъ послѣдовательныя смѣшенія 8 р Опредѣлить, на сколько частей раздѣлится такимъ образомъ о гранъ лѣкарства и сколько окажется этого лѣкарства въ b гра послѣдней смѣси?

§ 4. Употребленіе знака корня.

ли нѣкоторое данное число, напр. 8, разсматривается какъ про-
ценіе равныхъ множителей, которыхъ число также дано, напр.
3, то для обозначенія самаго множителя, т. е. въ нашемъ при-
, числа 2, употребляется особый знакъ $\sqrt{}$, который называется
саломъ. При этомъ данное произведеніе пишутъ направо отъ этого
ь, подъ горизонтальной чертой его, и называютъ это произве-
подрадикальнымъ числомъ, въ отверстіи радикала пишутъ число
ителей, которое называютъ *показателемъ корня*, а все это обо-
ніе вмѣстѣ принимаютъ за обозначеніе множителя, который назы-
я *корнемъ*. Напр. $\sqrt[3]{8}$ есть корень третьей степени изъ 8 и равенъ 2.
рни раздѣляются по величинѣ показателя; такъ выраженіе $\sqrt[2]{25}$
ачаетъ корень второй степени изъ 25, выраженіе $\sqrt[3]{27}$ обозна-
, корень третьей степени изъ 27 и т. д., вообще выраженіе $\sqrt[n]{a}$
тавляетъ корень n—й степени изъ a. При обозначеніи квадрат-
корня принято для краткости совсѣмъ не писать показателя корня.
сно съ указанными опредѣленіями и обозначеніями, имѣемъ
$=5$, $\sqrt[3]{27}=3$, $\sqrt[4]{16}=2$, потому что $5^2=25$, $3^3=27$, $2^4=16$.

зложить нижеуказанныя числа на два равныхъ производителя:

5. 4	85. 9	**86.** 25	86. 49
7. 16	87. 36.	**88.** 64	88. 81

зложить на три равныхъ производителя:

9. 8	89. 27	**90.** 125	90. 216
. 343	91. 64	**92.** 1000	92. 1000000

зложить на четыре равныхъ производителя:

3. 16	93. 81	**94.** 625	94. 10000
5. 1296	95. 256	**96.** $\frac{256}{625}$	96. $\frac{81}{16}$

йти числовыя величины корней:

7. $\sqrt{9}$	97. $\sqrt{16}$	**98.** $\sqrt[3]{27}$	98. $\sqrt[3]{64}$
9. $\sqrt[3]{343}$	99. $\sqrt[3]{216}$	**100.** $\sqrt{400}$	100. $\sqrt{900}$
. $\sqrt{\frac{1}{4}}$	101. $\sqrt{\frac{1}{9}}$	**102.** $\sqrt[3]{\frac{8}{27}}$	102. $\sqrt[3]{\frac{27}{64}}$
3. $\sqrt{2^4}$	103. $\sqrt[3]{8^2}$	**104.** $\sqrt[3]{27^2}$	104. $\sqrt[4]{9^4}$
. $\sqrt{\frac{64}{81}}$	105. $\sqrt{\frac{81}{25}}$	**106.** $\sqrt[3]{\frac{125}{8}}$	106. $\sqrt[3]{\frac{343}{64}}$

76. Произведеніе кубовъ чиселъ c и d.

76. Частное кубовъ чиселъ r и s.

77. Разность n—ныхъ степеней чиселъ p и q.

77. Сумму n-ныхъ степеней чиселъ a и b.

78. Частное n-ныхъ степеней чиселъ r и s.

78. Произведеніе n—ныхъ степеней чиселъ c и d.

79. Сумму пятыхъ степеней чиселъ x, y и z.

79. Произведеніе пятыхъ степеней чиселъ x, y и z.

80. Произведеніе m—ыхъ степеней чиселъ a, b, c и d.

80. Сумму m—ыхъ степеней чиселъ a, b, c и d.

81. Если нѣкто издерживаетъ въ каждый день по 7 копѣекъ, какую сумму онъ издержитъ въ 7 недѣль?

81. Сколько буквъ въ книгѣ, если въ ней 20 страницъ, на кажд страницѣ 20 строкъ, а въ каждой строкѣ 20 буквъ?

82. Нѣкто отдалъ свое имѣніе въ аренду на слѣдующихъ условія за первый годъ арендаторъ платитъ a рублей, а за каждый посл дующій годъ въ r разъ болѣе, чѣмъ за предыдущій. Сколько руб должень заплатить арендаторъ за пятый годъ?

82. Въ теченіе пяти лѣтъ сряду съ каждой посѣянной четверти р получается урожай s четвертей. Сколько пришлось собрать четверт ржи въ пятый годъ, если въ первый годъ было посѣяно b четверт

83. Прямая линія раздѣлена пополамъ, затѣмъ каждая полов опять пополамъ, каждая четверть опять пополамъ и т. д.. Если э послѣдовательныя дѣленія повторены n разъ, то на сколько част раздѣлилась вся линія? Какъ велика каждая часть, если длина пр мой есть a?

83. Прямая линія раздѣлена на 3 равныя между собою части, з тѣмъ каждая изъ этихъ частей раздѣлена снова на 3 равныя част каждая новая часть снова на 3 равныя части и т. д.. Если эти послѣ вательныя дѣленія повторены x разъ, то на сколько частей раздѣ лась вся линія? Какъ велика каждая часть, если длина прямой есть

84. Нѣкто смѣшиваетъ каплю спирта съ a каплями воды; затѣ онъ беретъ каплю этой смѣси и снова смѣшиваетъ ее съ a капля воды и такъ поступаетъ 6 разъ. Опредѣлить, на сколько частей р дѣлится такимъ образомъ одна капля спирта, и сколько окажет чистаго спирта въ m капляхъ послѣдней смѣси?

84. Составляется смѣсь изъ одного грана нѣкотораго лѣкарст и n грановъ воды: одинъ гранъ этой смѣси смѣшиваютъ съ новы n гранами воды и повторяютъ послѣдовательныя смѣшенія 8 ра Опредѣлить, на сколько частей раздѣлится такимъ образомъ оди гранъ лѣкарства и сколько окажется этого лѣкарства въ b грана послѣдней смѣси?

§ 4. Употребленіе знака корня.

Если нѣкоторое данное число, напр. 8, разсматривается какъ произведеніе равныхъ множителей, которыхъ число также дано, напр. есть 3, то для обозначенія самаго множителя, т. е. въ нашемъ примѣрѣ числа 2, употребляется особый знакъ $\sqrt{}$, который называется *радикаломъ*. При этомъ данное произведеніе пишутъ направо отъ этого знака, подъ горизонтальной чертой его, и называютъ это произведеніе *подрадикальнымъ числомъ*, въ отверстіи радикала пишутъ число множителей, которое называютъ *показателемъ корня*, а все это обозначеніе вмѣстѣ принимаютъ за обозначеніе множителя, который называется *корнемъ*. Напр. $\sqrt[3]{8}$ есть корень третьей степени изъ 8 и равенъ 2.

Корни раздѣляются по величинѣ показателя; такъ выраженіе $\sqrt[2]{25}$ обозначаетъ корень второй степени изъ 25, выраженіе $\sqrt[3]{27}$ обозначаетъ корень третьей степени изъ 27 и т. д., вообще выраженіе $\sqrt[n]{a}$ представляетъ корень n—й степени изъ a. При обозначеніи квадратнаго корня принято для краткости совсѣмъ не писать показателя корня. Согласно съ указанными опредѣленіями и обозначеніями, имѣемъ $\sqrt{25}=5$, $\sqrt[3]{27}=3$, $\sqrt[4]{16}=2$, потому что $5^2=25$, $3^3=27$, $2^4=16$.

Разложить нижеуказанныя числа на два равныхъ производителя:

85. 4	85. 9	**86.** 25	86. 49
87. 16	87. 36.	**88.** 64	88. 81

Разложить на три равныхъ производителя:

89. 8	89. 27	**90.** 125	90. 216
91. 343	91. 64	**92.** 1000	92. 1000000

Разложить на четыре равныхъ производителя:

93. 16	93. 81	**94.** 625	94. 10000
95. 1296	95. 256	**96.** $\frac{256}{625}$	96. $\frac{81}{16}$

Найти числовыя величины корней:

97. $\sqrt{9}$	97. $\sqrt{16}$	**98.** $\sqrt[3]{27}$	98. $\sqrt[3]{64}$
99. $\sqrt[3]{343}$	99. $\sqrt[3]{216}$	**100.** $\sqrt{400}$	100. $\sqrt{900}$
101. $\sqrt{\frac{1}{4}}$	101. $\sqrt{\frac{1}{9}}$	**102.** $\sqrt[3]{\frac{8}{27}}$	102. $\sqrt[3]{\frac{27}{64}}$
103. $\sqrt{2^4}$	103. $\sqrt[3]{8^2}$	**104.** $\sqrt[3]{27^2}$	104. $\sqrt[4]{9^4}$
105. $\sqrt{\frac{64}{81}}$	105. $\sqrt{\frac{81}{25}}$	**106.** $\sqrt[3]{\frac{125}{8}}$	106. $\sqrt[3]{\frac{343}{64}}$

107. $\sqrt[4]{\frac{16}{81}}$	107. $\sqrt[4]{\frac{81}{256}}$	**108.** $\sqrt[5]{\frac{32}{243}}$	108. $\sqrt[5]{\frac{243}{32}}$
109. $\sqrt{0,09}$	109. $\sqrt{0,04}$	**110.** $\sqrt[3]{0,008}$	110. $\sqrt[3]{0,027}$
111. $\sqrt[3]{0,125}$	111. $\sqrt[3]{0,216}$	**112.** $\sqrt{a^2}$	112. $\sqrt[3]{a^3}$
113. $\sqrt[5]{b^5}$	113. $\sqrt[4]{a^4}$	**114.** $\sqrt[4]{b^8}$	114. $\sqrt[5]{a^{10}}$

§ 5. Значеніе коэффиціента.

Если какое-либо выраженіе повторяется нѣсколько разъ слагаемымъ или вычитаемымъ, то для сокращенія обозначеній пишутъ это выраженіе одинъ разъ, а впереди его пишутъ въ видѣ множителя число, показывающее, сколько разъ повторяется слагаемое или вычитаемое. Это число называется *коэффиціентомъ*. Напр., вмѣсто $a+a+a$ пишутъ $3a$, гдѣ 3 есть коэффиціентъ. Въ болѣе общемъ смыслѣ коэффиціентомъ называется числовой множитель буквеннаго произведенія. Такой множитель пишется всегда впереди всѣхъ другихъ множителей; напр. вмѣсто $a.\ b.\ 8.\ c.$ пишутъ $8abc$, вмѣсто $a^2b.\frac{5}{7}$ пишутъ $\frac{5}{7}a^2b$.

Если коэффиціентъ дробный, то онъ показываетъ, что отъ буквеннаго выраженія, на которое онъ умножается, нужно взять ту часть, какая указывается знаменателемъ дроби, и повторить ее слагаемой или вычитаемой, смотря по знаку, стоящему передъ всѣмъ произведеніемъ, столько разъ, сколько единицъ содержитъ числитель дроби. Напр. $b-\frac{3}{4}a$ есть сокращенное обозначеніе выраженія $b-\frac{a}{4}-\frac{a}{4}-\frac{a}{4}$, выраженіе $\frac{5}{7}a^2b$ обозначаетъ то же, что $\frac{a^2b}{7}+\frac{a^2b}{7}+\frac{a^2b}{7}+\frac{a^2b}{7}+\frac{a^2b}{7}$.

Написать сокращенно слѣдующія выраженія:

115. $a+a$	115. $b+b+b$
116. $ab+ab+ab$	116. $abc+abc$
117. a^2b+a^2b	117. ab^2+ab^2
118. $a+a-c-c-c$	118. $a+a+a-c-c$
119. $\frac{b}{5}+\frac{b}{5}+\frac{b}{5}+\frac{b}{5}$	119. $\frac{c}{7}+\frac{c}{7}+\frac{c}{7}$
120. $\frac{m+m+m}{n+n}$	120. $\frac{n+n}{m+m+m}$
121. $lll+lll+lll$	121. $bbbb+bbbb$
122. $p+p-ppp$	122. $k+k+k-k.k$
123. $abb+abb+abb-aab-aab$	123. $cdd+cdd-ccd-ccd$
124. $x^2+x^2+x^2+\frac{xy}{4}+\frac{xy}{4}+\frac{xy}{4}$	124. $y^2+y^2+y^2+y^2+\frac{yx}{3}+\frac{yx}{3}$

125. $\frac{xxy+xxy+xxy}{zz+zz}$ 125. $\frac{zzz+zzz+zzz}{xyy+xyy}$

126. $\frac{mmmm+mmmm+mmmm}{fff+fff+fff+fff}$ 126. $\frac{nnn+nnn+nnn+nnn}{lll+lll+lll}$

Выразить безъ коэффиціентовъ:

127. $4ab$ 127. $3abc$ **128.** $\frac{4a^2b}{3}$ 128. $\frac{3ab^2}{4}$

129. $3b+2c$ 129. $2b-3c$ **130.** $5mn-2pq$ 130. $2mn+5pq$

131. $4b^3+3a^4$ 131. $3b^4-4a^3$

132. $2a^3b^2-7a^5b^3$ 132. $7a^2b^3+2a^3b^5$

Выразить безъ коэффиціентовъ и показателей:

133. $3a^2$ 133. $2a^3$ **134.** $5a^4$ 134. $4a^5$

135. $2b^3c$ 135. $3bc^2$ **136.** $3b^2c^3$ 136. $2b^3c^2$

137. $2a^3+b^2$ 137. a^2+2b^3 **138.** $3a^2-2b^3$ 138. $2a^3-3b^2$

139. $3a^2bc+2ab^2c-3c$ 139. $2a^2bc-3ab^2c+2c$

140. $\frac{4}{5}a^2bc-\frac{2}{3}ab^2c+2abc^3$ 140. $\frac{4}{5}a^2bc+\frac{3}{2}ab^2c-2abc^3$

§ 6. Значеніе скобокъ.

Когда обозначается результатъ сложнаго дѣйствія и требуется указать послѣдовательность простыхъ дѣйствій, составляющихъ это сложное, то, вообще говоря, результатъ каждаго простого дѣйствія пишется между двумя знаками, которые называются *скобками*.

Скобки имѣютъ начертаніе ( ), [ ], или { }. Первая пара знаковъ называются *круглыми* скобками, вторая—*квадратными* и третья—*фигурными*. Если сложное дѣйствіе состоитъ изъ двухъ простыхъ, то ставятъ однѣ круглыя скобки: такъ $(a+b)c$ обозначаетъ результатъ сложенія чиселъ a и b и слѣдующаго затѣмъ умноженія суммы на число c. Если указывается три простыхъ дѣйствія, то результатъ перваго пишется между круглыми скобками, а результатъ второго между квадратными, какъ напр. въ выраженіи $[(a+b)c]^d$, которое показываетъ, что a складывается съ b, затѣмъ сумма умножается на c и затѣмъ произведеніе возводится въ степень d. Наконецъ, для указанія четырехъ дѣйствій пишутъ третій результатъ между фигурными скобками, напр. $\left\{[(a+b)+c]d\right\}e$. Можно однако употреблять однѣ только круглыя скобки и такъ именно нужно дѣлать тогда, когда число обозначаемыхъ простыхъ дѣйствій болѣе четырехъ.

Скобки не ставятъ въ тѣхъ случаяхъ, когда и безъ нихъ обозначеніе дѣйствій не представляетъ недоразумѣній. Такъ, напр., сло-

женіе и умноженіе нѣсколькихъ чиселъ обозначается безъ скобокъ: пишутъ $a+b+c$ вмѣсто $(a+b)+c$ и abc вмѣсто $(ab)c$. Когда въ ряду простыхъ дѣйствій послѣднее дѣйствій есть сложеніе или вычитаніе, то предпослѣдній результатъ всегда пишутъ безъ скобокъ, напр. $ab+c$, $a:b-c$ и т. под..

Двѣ скобки замѣняютъ иногда одной чертой: такъ, чтобы указать порядокъ дѣйствій въ выраженіяхъ $(a+b)+c$ и $(a+b)c$, можно писать $\overline{a+b}+c$ и $\overline{a+b}.c$. Но обыкновенно такая замѣна скобокъ примѣняется только при обозначеніи дѣйствій дѣленія и извлеченія корня; напр., чтобы обозначить частное отъ дѣленія a^2-2b на $c+d$, пишемъ $\frac{a^2-2b}{c+d}$ вмѣсто $(a^2-2b):(c+d)$; точно также корень третьей степени изъ суммы $a+b$ обозначаемъ въ видѣ $\sqrt[3]{\overline{a+b}}$ вмѣсто $\sqrt[3]{(a+b)}$.

Разъяснить значеніе выраженій:

141. $a+b.c$ 141. $a-b.c$ **142.** $(a+b).c$ 142. $(a-b).c$

143. $a-(b+c)$ 143. $a-(b-c)$ **144.** $(a-b)+c$ 144. $(a-b)-c$

145. $(a-b)+(c-d)$ 145. $(a-b)-(c-d)$

146. $3(a+b)-2ab$ 146. $3(a-b)+2ab$

147. $5ab+3(c-d)$ 147. $5ab-3(c+d)$

148. $(a+b).c-d$ 148. $(a-b):c+d$

149. $a+b(c-d)$ 149. $a-b(c+d)$

150. $(a+b)(c-d)$ 150. $(a-b):(c+d)$

151. $(a-b)^2$ 151. $(a+b)^2$ **152.** a^2-b^2 152. a^2+b^2

153. $2a^3$ 153. $3a^2$ **154.** $(2a)^3$ 154. $(3a)^2$

155. $\left(\frac{3}{4}a\right)^2$ .155. $\left(\frac{4}{3}a\right)^3$ **156.** $\frac{3}{4}a^2$ 156. $\frac{4}{3}a^3$

157. $3(x+y)^2$ 157. $3(x-y)^2$ **158.** $(3x+y)^2$ 158. $(3x-y)^2$

159. $3x+y^2$ 159. $3x-y^2$ **160.** $[3(x+y)]^2$ 160. $[3(x-y)]^2$

161. $\sqrt{a^3-b^3}$ 161. $\sqrt{a^3+b^3}$ **162.** $\sqrt{(a-b)^3}$ 162. $\sqrt{(a+b)^3}$

163. $\sqrt[3]{a^4+b^4}$ 163. $\sqrt[3]{a^4-b^4}$ **164.** $\sqrt[3]{(a+b)^4}$ 164. $\sqrt[3]{(a-b)^4}$

165. $\sqrt[3]{(ab)^4}$ 165. $\sqrt[3]{\left(\frac{a}{b}\right)^4}$ **166.** $\sqrt[3]{2(x+y)}$ 166. $\sqrt[3]{2(x-y)}$

167. $\sqrt[3]{2x+y}$ 167. $\sqrt[3]{2x-y}$ **168.** $\sqrt[4]{3xy}$ 168. $\sqrt[4]{3\frac{x}{y}}$

169. $(a-b)c+dm$ 169. $(a+b)c-dm$

170. $a-bc+dm$ 170. $a+bc-dm$

171. $[(a-b)c+d]m$ 171. $[(a+b)c-d]m$

172. $[a-b(c+d)]m$ 172. $[a+b(c-d)]m$

173. p^3+2m+n^3 173. p^3-2m-n^3

174. $p^3+(2m+n)^3$ 174. $p^3-(2m-n)^3$

175. $(p+2m+n)^3$ 175. $(p-2m-n)^3$

176. $[p+2(m+n)]^3$ 176. $[p-2(m-n)]^3$

177. $[(m^2+n^2):(p-q)].r-s$ 177. $[(m^2-n^2):(p+q)]:r+s$

178. $[(m^2+n^2):p-q].r-s$ 178. $[(m^2-n^2):p+q]:r+s$

179. $m^2-n^2:[(p-q).r]-s$ 179. $m^2-n^2:[(p+q):r]+s$

180. $m^2+n^2:[(p-q).(r-s)]$ 180. $m^2-n^2:[(p+q):(r+s)]$

Написать нижеуказанныя алгебраическія выраженія:

181. Произведеніе числа a на сумму чиселъ b и c.
181. Произведеніе числа m на разность чиселъ p и q.
182. Квадратъ суммы чиселъ m и n.
182. Квадратъ разности чиселъ c и d.
183. Кубъ разности чиселъ p и q.
183. Кубъ суммы чиселъ a и b.
184. Разность квадратовъ чиселъ r и s.
184. Сумму квадратовъ чиселъ c и d.
185. Сумму кубовъ чиселъ b и c.
185. Разность кубовъ чиселъ q и r.
186. Произведеніе суммы двухъ чиселъ b и c на ихъ разность.
186. Частное отъ дѣленія суммы чиселъ q и r на ихъ разность.
187. Удвоенный квадратъ суммы двухъ чиселъ m и n.
187. Удвоенный квадратъ разности двухъ чиселъ m и n.
188. Квадратъ удвоенной суммы двухъ чиселъ b и c.
188. Квадратъ удвоенной разности двухъ чиселъ b и c.
189. Утроенный квадратъ произведенія чиселъ a и b.
189. Квадратъ утроеннаго произведенія чиселъ a и b.
190. Кубъ удвоенной разности чиселъ a и b.
190. Кубъ удвоенной суммы чиселъ a и b.
191. Удвоенный кубъ разности чиселъ a и b.
191. Утроенный кубъ суммы чиселъ a и b.
192. Удвоенную разность кубовъ чиселъ a и b.
192. Утроенную сумму кубовъ чиселъ a и b.
193. Квадратъ суммы удвоеннаго числа a и числа b.
193. Квадратъ разности между удвоеннымъ числомъ a и числомъ b.
194. Сумму квадратовъ суммъ $a+b$ и $c+d$.
194. Разность квадратовъ разностей $a-b$ и $c-d$.
195. Квадратъ учетверенной суммы чиселъ m и n.
195. Квадратъ учетверенной разности чиселъ m и n.
196. Произведеніе суммы четвертыхъ степеней чиселъ m и n на разность четвертыхъ степеней тѣхъ же чиселъ.

196. Частное отъ дѣленія суммы четвертыхъ степеней чиселъ m и n на разность четвертыхъ степеней тѣхъ же чиселъ.

197. Кубичный корень изъ суммы кубовъ чиселъ x и y.

197. Кубичный корень изъ разности кубовъ чиселъ x и y.

198. Кубичный корень изъ утроенной суммы чиселъ x и y.

198. Кубичный корень изъ утроенной разности чиселъ x и y.

199. Кубичный корень изъ квадрата суммы чиселъ x и y.

199. Кубичный корень изъ квадрата разности чиселъ x и y.

200. Корень четвертой степени изъ частнаго отъ дѣленія числа x на сумму чиселъ y и z.

200. Корень четвертой степени изъ произведенія числа x на разность чиселъ y и z.

201. Корень пятой степени изъ утроеннаго частнаго отъ дѣленія суммы квадратовъ чиселъ p и q на квадратъ разности тѣхъ же чиселъ.

201. Корень пятой степени изъ одной трети произведенія разности квадратовъ чиселъ p и q на квадратъ суммы тѣхъ же чиселъ.

202. Корень n-ной степени изъ суммы четныхъ степеней чиселъ a и b.

202. Корень n—ной степени изъ разности четныхъ степеней чиселъ a и b.

203. Корень n—ной степени изъ разности нечетныхъ степеней чиселъ a и b.

203. Корень n—ной степени изъ суммы нечетныхъ степеней чиселъ a и b.

204. Корень четной степени изъ произведенія суммы четныхъ степеней чиселъ a и b на разность нечетныхъ степеней тѣхъ же чиселъ.

204. Корень нечетной степени изъ частнаго отъ дѣленія суммы четныхъ степеней чиселъ a и b на разность нечетныхъ степеней тѣхъ же чиселъ.

205. Корень третьей степени изъ квадрата числа, имѣющаго a сотенъ, b десятковъ и c единицъ.

205. Квадратный корень изъ куба числа, имѣющаго a сотенъ, b десятковъ и c единицъ.

206. Выразить, сколько единицъ содержитъ число, у котораго цифра единицъ есть a, цифра десятковъ двумя больше, а цифра сотенъ тремя единицами меньше цифры единицъ.

206. Выразить, сколько единицъ содержитъ число, у котораго цифра единицъ есть b, цифра десятковъ двумя меньше, а цифра сотенъ тремя единицами больше цифры единицъ.

207. Выразить произведеніе трехъ послѣдовательныхъ чиселъ, слѣдующихъ за числомъ a.

207. Выразить произведеніе трехъ послѣдовательныхъ чиселъ, предшествующихъ числу a.

208. Выразить произведеніе трехъ послѣдовательныхъ возрастающихъ четныхъ чиселъ, начинающихся съ числа $2n$.

208. Выразить произведеніе трехъ послѣдовательныхъ убывающихъ четныхъ чиселъ, начинающихся съ числа $2n$.

209. Выразить произведеніе трехъ послѣдовательныхъ нечетныхъ чиселъ, слѣдующихъ за нечетнымъ числомъ $2n+1$.

209. Выразить произведеніе трехъ послѣдовательныхъ нечетныхъ чиселъ, предшествующихъ нечетному числу $2n+1$.

210. Выразить сумму квадратовъ трехъ послѣдовательныхъ четныхъ чиселъ, слѣдующихъ за четнымъ числомъ $4n$.

210. Выразить сумму кубовъ трехъ послѣдовательныхъ четныхъ чиселъ, предшествующихъ четному числу $4n$.

211. Число имѣетъ x десятковъ и y единицъ; выразить произведеніе этого числа на сумму его цифръ.

211. Число имѣетъ y десятковъ и x единицъ; выразить произведеніе этого числа на разность между числомъ его десятковъ и числомъ единицъ.

212. Въ выраженіи $2a^2b^3$ подставить $m+n$ вмѣсто a и mn вмѣсто b.

212. Въ выраженіи $2a^2b^3$ подставить $m-n$ вмѣсто a и $\frac{m}{n}$ вмѣсто b.

213. Въ выраженіи $3bc^2+4b^2c$ подставить mnp вмѣсто b и $m+n$ вмѣсто c.

213. Въ выраженіи $3bc^2-4b^2c$ подставить mnp вмѣсто c и $m-n$ вмѣсто b.

214. Въ выраженіи $\frac{a^2+b^2}{3a^3+4b^3}$ подставить $m-n+p$ вмѣсто a и $2m+3$ вмѣсто b.

214. Въ выраженіи $\frac{a^2-b^2}{3a^3-4b^3}$ подставить $m+n-p$ вмѣсто b и $2m-3$ вмѣсто a.

215. Въ выраженіи $x^3-(2x^2+y^3)^3$ подставить $4a^3+5a^2b$ вмѣсто x и $8b^2$ вмѣсто y.

215. Въ выраженіи $x^3+(2x^2-y^3)^3$ подставить $4a^3-5a^2b$ вмѣсто y и $8b^2$ вмѣсто x.

216. Въ выраженіи $\sqrt[5]{(a^2+b^2)^3}$ подставить $\frac{3x+2}{2-3x}$ вмѣсто a и $x+2$ вмѣсто b.

216. Въ выраженіи $\sqrt[5]{(a^2-b^2)^3}$ подставить $\frac{3x-2}{2+3x}$ вмѣсто b и $x-2$ вмѣсто a.

217. Купецъ, имѣя a фунтовъ чаю перваго сорта и b фунтовъ второго сорта, продалъ весь чай, получая за каждый фунтъ столько копѣекъ, сколько было продано всего чаю. Выразить, какая сумма выручена отъ продажи всего чая.

217. Купецъ имѣлъ a фунтовъ нѣкотораго товара; оставивъ изъ нихъ себѣ b фунтовъ, остальное продалъ, получая за каждый фунтъ столько копѣекъ, сколько было продано фунтовъ. Выразить, какая сумма выручена отъ проданной части товара.

218. Къ a ведрамъ спирта, цѣною c рублей и d коп. за ведро, прилито b ведеръ воды. Что стоитъ ведро смѣси?

218. Смѣшано a ведеръ вина, цѣною по d руб. и c коп. за ведро, съ b ведрами вина, цѣною по одному рублю за ведро. Опредѣлить цѣну смѣси.

219. Къ a ведрамъ спирта, цѣною въ d двугривенныхъ и f пятачковъ за ведро, прилито b ведеръ воды. Выразить, за сколько копѣекъ нужно продавать ведро смѣси, чтобы при продажѣ ея получить k рублей прибыли.

219. Къ a ведрамъ спирта, цѣною по d двугривенныхъ безъ f пятачковъ за ведро, прилито b ведеръ воды. Выразить, за сколько копѣекъ пришлось продавать ведро смѣси, если при продажѣ ея получено было k рублей убытка.

220. Изъ двухъ данныхъ чиселъ a и b составить трехчленъ, содержащій въ себѣ: квадратъ перваго числа, удвоенное произведеніе перваго на второе и кубъ суммы обоихъ чиселъ.

220. Изъ двухъ данныхъ чиселъ a и b составить трехчленъ, содержащій въ себѣ: квадратъ перваго числа, утроенное произведеніе перваго на второе и кубъ разности обоихъ чиселъ.

221. Изъ двухъ данныхъ чиселъ c и d составить трехчленъ, содержащій въ себѣ: кубъ разности обоихъ чиселъ, утроенное произведеніе квадрата перваго числа на сумму обоихъ чиселъ и утроенный кубъ второго числа.

221. Изъ двухъ данныхъ чиселъ c и d составить трехчленъ, содержащій въ себѣ—утроенный кубъ перваго числа, произведеніе квадрата перваго на разность обоихъ чиселъ и кубъ суммы обоихъ чиселъ.

222. Изъ трехъ данныхъ чиселъ x, y и z составить четырехчленъ, содержащій въ себѣ: квадратъ перваго числа, удвоенное произведеніе перваго числа на второе, удвоенное произведеніе суммы первыхъ двухъ чиселъ на третье и произведеніе квадрата разности двухъ послѣднихъ чиселъ на сумму кубовъ всѣхъ трехъ чиселъ.

222. Изъ трехъ данныхъ чиселъ x, y и z составить четырехчленъ, содержащій въ себѣ: квадратъ перваго числа, удвоенное произведеніе перваго числа на второе, удвоенное произведеніе разности первыхъ двухъ чиселъ на третье и произведеніе квадрата суммы двухъ послѣднихъ чиселъ на сумму кубовъ всѣхъ трехъ чиселъ.

§ 7. Вычисленіе числовыхъ величинъ.

Числовой величиной или числовымъ значеніемъ выраженія называется тотъ результатъ, который получается, когда въ данномъ выраженіи вмѣсто буквъ подставляются опредѣленныя числа и съ этими числами производятся указанныя въ выраженіи дѣйствія.

Одно и то же выраженіе получаетъ разныя числовыя величины, смотря по выбору чиселъ, которыя подставляются вмѣсто буквъ.

Чтобы опредѣлить числовую величину выраженія, нужно замѣнить въ немъ всѣ буквы соотвѣтствующими числами и произвести до конца всѣ показанныя дѣйствія.

Найти числовыя величины выраженій:

223. x^3+2x^2-5x+6 при $x=2$

223. x^3-2x^2+5x-6 при $x=3$

224. $x^3-3x^2+4x+10$ при $x=\frac{1}{2}$

224. $x^3+3x^2-4x+10$ при $x=\frac{1}{3}$

225. $a^4+7a^3-7a^2-15a$ при $a=3$

225. $a^4+7a^3+7a^2-15a$ при $a=2$

226. $a^4+6a^3-24a^2+10a$ при $a=\frac{1}{3}$

226. $a^4+6a^3+24a^2-10a$ при $a=\frac{1}{2}$

227. $4x^3-x^2y+3xy^2$ при $x=3$, $y=1$

227. $4x^3+x^2y+3xy^2$ при $x=1$, $y=2$

228. $2a^4+3a^3x+9a^2x^2$ при $a=\frac{1}{2}$, $x=\frac{2}{3}$

228. $2a^4-3a^3x-9a^2x^2$ при $a=\frac{3}{2}$, $x=\frac{1}{3}$

229. $\frac{1-m+m^2}{1+m-m^2}+\frac{6m^3-4}{1+m-m^2}$ при $m=1$

229. $\frac{1+m-m^2}{1-m+m^2}+\frac{6m^3+4}{1-m+m^2}$ при $m=1$

230. $\frac{2m^2-n^2}{2m-n}+\frac{2m^2+n^2}{m+2n}$ при $m=2$, $n=1$

230. $\frac{2m^2+n^2}{2m+n}+\frac{2m^2-n^2}{m-2n}$ при $m=3$, $n=1$

231. $\frac{x^2+y^2-xy}{x^2+xy-y^2}$ при $x=2$, $y=3$

231. $\frac{x^2-y^2+xy}{x^2+y^2-2xy}$ при $x=3$, $y=2$

232. $\frac{a^3-b^3}{a^2+ab+b^2}$ при $a=6$, $b=4$

232. $\frac{a^3+b^3}{a^2-ab+b^2}$ при $a=5$, $b=3$

233. $\frac{1+a^2}{(1+ab)^2+(a+b)^2}$ при $a=\frac{1}{2}$, $b=\frac{1}{3}$

233. $\frac{1-a^2}{(1-ab)^2-(a-b)^2}$ при $a=\frac{1}{2}$, $b=\frac{1}{3}$

234. $x\sqrt{x^2-8y}+y\sqrt{x^2+8y}$ при $x=5$, $y=3$

234. $y\sqrt{x^2+3y}-x\sqrt{x^2-3y}$ при $x=5$, $y=8$

235. $\sqrt[3]{(b-a)^2}+\sqrt[3]{(a+d)(c-2a)}-\sqrt[3]{(c-b)^2a}$ при $a=2, b=3, c=5, d=6$

235. $\sqrt[3]{(a-b)^2c}+\sqrt[3]{(a+d)(c-3d)}-\sqrt[3]{(c-b)^2(a-2b)}$ при $a=8$, $b=2$, $c=6$, $d=1$

236. $\left[(a+2)a+5\right]a$ при $a=4$

236. $\left[(a-2)a-5\right]a$ при $a=8$

237. $\left\{\left[(a-4)a-3\right]a+5\right\}a$ при $a=5$

237. $\left\{\left[(a+4)a+3\right]a-5\right\}a$ при $a=2$

238. $\left((((a+4)a-3)a-7)a+8\right)a$ при $a=2$

238. $\left((((a-4)a+3)a-7)a-8\right)a$ при $a=5$

239. $\left\{(50-\left[35-(10-a)a\right]a\right\}a$ при $a=4$

239. $\left\{(50+\left[35+(10-a)a\right]a\right\}a$ при $a=5$

240. $\frac{(a+b)^2-(a-b)^2}{4ab}$ при $a=1$, $b=\frac{3}{4}$

240. $\frac{(a+b)^2+(a-b)^2}{4ab}$ при $a=\frac{4}{3}$, $b=1$

241. $\left[(c+d)^2-(2d)^2\right]\left[c-(3d)^2\right]$ при $c=0{,}66....$, $d=0{,}166....$

241. $\left[(c-d)^2+(2d)^2\right].\left[c+(3d)^2\right]$ при $c=1{,}33....$, $d=\frac{1}{3}$

242. $\left\{\left[(c+d)^2-(c-d)^2\right]:(c^2+d^2)\right\}.4cd$ при $c=\frac{5}{8}$, $d=0{,}375$

242. $\left\{\left[(c+d)^2+(c-d)^2\right]:(c^2-d^2)\right\}.4cd$ при $c=0{,}8(3)$, $d=\frac{1}{6}$

243. $\left[a+(a^{3n}-1):(a^n-1)-(a^{2n}-1):(a^n+1)-n\right]:(n^a-1)$ при $a=3$, $n=2$

243. $\left[a+(a^{3n}+1):(a^n+1)-(a^{2n}-1):(a^n-1)+n\right]:(n^a+1)$ при $a=2$, $n=3$

244. $\left[(a^n+n^n).n+n\right]:\left\{(\frac{1}{n}+\frac{1}{a}).\left[a^n-(a+n)\right]\right\}$ при $a=2$, $n=3$

244. $\left[(a^n+n^n):n-n\right].\left\{(\frac{1}{n}-\frac{1}{a}).\left[a^n-(a-n)\right]\right\}$ при $a=3$, $n=2$

Провѣрить справедливость формулъ:

245. $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ при $a=5$, $b=1$

245. $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ при $a=6$, $b=1$

246. $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ при $a=\frac{3}{4}$, $b=\frac{2}{3}$

246. $(a^2-b^2):(a+b)=a-b$ при $a=\frac{5}{6}$, $b=\frac{3}{4}$

247. $\frac{(a+b)^3}{a^2+2ab+b^2}=a+b$ при $a=0{,}66....$, $b=\frac{1}{2}$

247. $\frac{(a-b)^3}{a^2-2ab+b^2}=a-b$ при $a=\frac{3}{4}$, $b=0{,}166....$

248. $\frac{a^3+b^3}{a^2-ab+b^2}=a+b$ при $a=\frac{5}{8}$, $b=0{,}4166....$

248. $\frac{a^3-b^3}{a^2+ab+b^2}=a-b$ при $a=0{,}5833....$, $b=\frac{1}{2}$

249. $\sqrt[3]{(a^3-3a^2b+3ab^2-b^3)}=a-b$ при $a=4$, $b=1$

249. $\sqrt[3]{(a^3+3a^2b+3ab^2+b^3)}=a+b$ при $a=3$, $b=1$

250. $(a^2+b^2)(c^2+d^2)=(ac+bd)^2+(bc-ad)^2$ при $a=2, b=5, c=3, d=4$

250. $(a^2-b^2)(c^2-d^2)=(ac-bd)^2-(bc-ad)^2$ при $a=5, b=3, c=4, d=2$

251. $\frac{a}{a-b}+\frac{3a}{a+b}-\frac{2ab}{a^2-b^2}=\frac{4a}{a+b}$ при $a=\frac{3}{4}$, $b=\frac{2}{3}$

251. $\frac{6ab}{a^2-b^2}+\frac{2b}{a+b}-\frac{3b}{a-b}=\frac{5b}{a+b}$ при $a=\frac{5}{6}$, $b=\frac{3}{4}$

252. $\frac{x-y}{x^2-xy+y^2}+\frac{1}{x+y}+\frac{xy}{x^3+y^3}=\frac{2x^2}{x^3+y^3}$ при $x=1$, $y=\frac{2}{3}$

252. $\frac{x-y}{x^2+xy+y^2}+\frac{1}{x-y}-\frac{2x^2-xy}{x^3-y^3}=\frac{2y^2}{x^3-y^3}$ при $x=1$, $y=\frac{3}{4}$

253. $(a+b)^4=a^4+4ab(a^2+b^2)+6a^2b^2+b^4$ при $a=0{,}2$, $b=0{,}3$

253. $(a-b)^4=a^4-4ab(a^2+b^2)+6a^2b^2+b^4$ при $a=0{,}4$, $b=0{,}3$

254. $(a^2-2ab+b^2).\left[a^3+3ab(b-a)-b^3\right]=a^5+5ab^2(2a^2+b^2)-$
$-5a^2b(2b^2+a^2)-b^5$ при $a=1$, $b=0{,}33....$

254. $(a^2+2ab+b^2).\left[a^3+3ab(a+b)+b^3\right]=a^5+b^5+5ab(a^3+b^3)+$
$+10a^2b^2(a+b)$ при $a=b=0{,}166....$

255. $\sqrt[3]{a^6+b^6+6ab(a^4+b^4)+15a^2b^2(a^2+b^2)+20a^3b^3}=$
$=(a+b)^2$ при $a=b=0{,}1$

255. $\sqrt[3]{a^6+b^6+15a^2b^2(a^2+b^2)-6ab(a^4+b^4)-20a^3b^3}=$
$=(a-b)^2$ при $a=0{,}2$, $b=0{,}1$.

ОТДѢЛЕНІЕ II.

ДѢЙСТВІЯ СЪ ЯВНО ВЫРАЖЕННЫМИ КОЛИЧЕСТВАМИ.

§ 1. Происхожденіе понятія о количествѣ.

1. Капиталъ купца состоитъ изъ a рублей, долгъ же его равенъ b рублямъ. Какимъ капиталомъ будетъ обладать купецъ по уплатѣ долга? — Объяснить значеніе отвѣта при $a=3600$, $b=3000$ и при $a=4000$, $b=4500$.

1. Нѣкто долженъ m рублей, но въ наличности имѣетъ n рублей. Сколько останется долга, если онъ употребитъ на уплату всѣ наличныя деньги? — Объяснить значеніе отвѣта при $m=1000$, $n=1300$ и $m=1200$, $n=1000$.

2. Нѣкто сначала выигралъ p рублей, а затѣмъ проигралъ q рублей. Опредѣлить, сколько онъ выигралъ всего въ оба раза?—Объяснить значеніе отвѣта при $p=65$, $q=40$ и при $p=35$, $q=47$.

2. Нѣкто проигралъ въ одинъ вечеръ c рублей, а въ другой вечеръ выигралъ d рублей. Сколько онъ проигралъ всего въ оба вечера? —Объяснить значеніе отвѣта при $c=30$, $d=18$ и при $c=16$, $d=24$.

3. Нѣкто купилъ товаръ за a рублей, а продалъ его потомъ за b рублей. Сколько онъ получилъ прибыли отъ продажи товара? —Объяснить значеніе отвѣта при $a=280$, $b=260$ и при $a=250$, $b=290$.

3. Нѣкто купилъ домъ за m рублей, а продалъ его потомъ за n рублей. Опредѣлить, сколько онъ получилъ убытка отъ продажи дома? — Объяснить значеніе отвѣта при $m=3000$, $n=3200$ и при $m=3500$, $n=3100$.

4. Нѣкто сѣлъ играть, имѣя при себѣ p рублей; по окончаніи игры у него оказалось q рублей. Сколько онъ выигралъ?—Объяснить значеніе отвѣта при $p=40$, $q=70$, и при $p=80$, $q=60$.

4. Нѣкто сѣлъ играть, имѣя при себѣ k рублей; по окончаніи игры у него оказалось l рублей. Сколько онъ проигралъ? — Объяснить значеніе отвѣта при $k=80$, $l=30$ и при $k=50$, $l=70$.

5. Гребецъ подвинулъ лодку на a футовъ противъ теченія, а теченіе снесло ее назадъ на b футовъ. На сколько футовъ подвинулась лодка противъ теченія?—Объяснить значеніе отвѣта при $a=77$, $b=23$ и при $a=25$, $b=68$.

5. Гребецъ подвинулъ лодку противъ теченія на m саженъ, а теченіе снесло ее назадъ на n саженъ. На сколько футовъ подвинулась лодка по теченію рѣки? — Объяснить значеніе отвѣта при $m=32$, $n=70$ и при $m=67$, $n=23$.

6. Въ одномъ городѣ въ теченіе года прибыло a новыхъ жителей и выбыло b человѣкъ. На сколько увеличилось народонаселеніе города за годъ?—Объяснить значеніе отвѣта при $a=2000$, $b=3000$ и $a=2500$, $b=2000$.

6. Въ одну гимназію въ теченіе учебнаго года было принято p учениковъ и вышли изъ гимназіи q учениковъ. На сколько уменьшилось за годъ общее число учениковъ гимназіи?—Объяснить значеніе отвѣта при $p=130$, $q=60$ и при $p=70$, $q=90$.

7. Одному мальчику m лѣтъ. Черезъ сколько времени ему будетъ n лѣтъ?—Объяснить значеніе отвѣта при $m=14$, $n=18$, и при $m=12$ $n=10$.

7. Одному мальчику c лѣтъ. Сколько времени тому назадъ ему было d лѣтъ? — Объяснить значеніе отвѣта при $c=15$, $d=10$ и при $c=8$, $d=12$.

8. Октавій Августъ умеръ въ 14 году по Р. Х., пробывъ императоромъ 44 года. Въ которомъ году послѣ Р. Х., онъ сдѣлался императоромъ?

8. Св. Апостолъ Петръ принялъ мученическую смерть въ 64-мъ году послѣ Р. Х., имѣя отъ роду $76\frac{1}{2}$ лѣтъ. Въ которомъ году послѣ Р. Х. онъ родился?

9. Какое значеніе имѣютъ выраженія:—p рублей прибыли,—q рублей проигрыша?

9. Какое значеніе имѣютъ выраженія:—a рублей убытка,—b рублей выигрыша?

10. Какое значеніе имѣютъ выраженія:—x рублей долга,—t лѣтъ будущаго времени?

10. Какое значеніе имѣютъ выраженія:—y рублей капитала,—s лѣтъ прошедшаго времени?

§ 2. Сложеніе количествъ.

Опредѣленіе алгебраическаго сложенія для количествъ цѣлыхъ или дробныхъ, положительныхъ или отрицательныхъ вообще выражается такъ: *Сложить два количества значитъ произвести отъ перваго слагаемаго тотъ прямой или обратный счетъ единицъ и долей единицы, посредствомъ котораго второе слагаемое составилось отъ нуля.* Напр., приложить $+7$ значитъ произвести прямой счетъ семи единицъ, приложить $-\frac{5}{9}$ значитъ произвести обратный счетъ пяти девятыхъ долей единицы и т. д..

Правило алгебраическаго сложенія состоитъ изъ *правила числовыхъ величинъ* и *правила знаковъ*. Оно выражается такъ: *При сложеніи количествъ съ одинаковыми знаками нужно сложить ариѳметически ихъ числовыя величины и поставить передъ обозначеніемъ суммы общій знакъ обоихъ слагаемыхъ;* напр., имѣемъ $+7+(+3)=+7+3=+10$. *При сложеніи количествъ съ разными знаками нужно вычесть ариѳметически меньшую числовую величину изъ большей и поставить передъ обозначеніемъ разности знакъ того количества, которое имѣетъ большую числовую величину;* напр., находимъ $+\frac{5}{3}+(-\frac{12}{5})=+\frac{5}{3}-\frac{12}{5}=$ $=+\frac{25}{15}-\frac{36}{15}=-\frac{11}{15}$.

11. Сложить 2 и $+3$, -2 и $+5$, $+7$ и -3, -4 и -6.

11. Сложить 5 и $+2$, -3 и $+8$, $+6$ и -4, -3 и -7.

12. Сложить $\frac{8}{11}$ и $+\frac{7}{11}$, $-\frac{5}{17}$ и $-\frac{9}{17}$, $+\frac{2}{3}$ и $-\frac{3}{4}$, $-\frac{5}{4}$ и $-\frac{4}{5}$.

12. Сложить $\frac{9}{13}$ и $+\frac{6}{13}$, $-\frac{7}{19}$ и $+\frac{11}{19}$, $+\frac{2}{5}$ и $-\frac{4}{9}$, $-\frac{7}{10}$ и $+\frac{2}{3}$.

Выполнить дѣйствія, указанныя знаками:

13. $+3+(-3)$; $-6+(+6)$; $+\frac{2}{3}+(-\frac{2}{3})$; $-\frac{3}{8}+(+\frac{3}{8})$.

13. $+5+(-5)$; $-8+(+8)$; $+\frac{3}{4}+(-\frac{3}{4})$; $-\frac{5}{6}+(+\frac{5}{6})$.

14. $+2+(+3)$; $-5+(-4)$; $-\frac{3}{4}+(-\frac{3}{4})$; $+\frac{5}{6}+(+\frac{5}{6})$.

14. $+3+(+4)$; $-4+(-6)$; $+\frac{2}{9}+(+\frac{5}{9})$; $-\frac{3}{11}+(-\frac{5}{11})$.

15. $+9+(-6)$; $-10+(-3)$; $+\frac{7}{12}+(-\frac{5}{12})$; $-\frac{8}{11}+(-\frac{6}{11})$.

15. $+7+(-5)$; $-11+(-4)$; $+\frac{7}{10}+(-\frac{3}{10})$; $-\frac{9}{13}+(-\frac{7}{13})$.

16. $-7+(+9)$; $-5+(+8)$; $-\frac{5}{9}+(+\frac{7}{9})$; $-\frac{6}{11}+(+\frac{9}{11})$.

16. $-6+(+10)$; $-2+(+9)$; $-\frac{7}{11}+(+\frac{10}{11})$; $-\frac{8}{13}+(+\frac{12}{13})$.

17. $+\frac{2}{3}+(+\frac{5}{9})$; $-\frac{7}{8}+(-\frac{5}{12})$; $+0{,}25+(+0{,}053)$; $-0{,}375+(-0{,}52)$.

17. $+\frac{3}{4}+(+\frac{5}{8})$; $-\frac{7}{15}+(-\frac{5}{6})$; $+0{,}325+(+0{,}23)$; $-0{,}63+(-0{,}072)$.

18. $-\frac{5}{12}+(+\frac{7}{20})$; $+\frac{5}{38}+(-\frac{7}{19})$; $-0{,}32+(+0{,}827)$; $+2{,}053+(-3{,}21)$.

18. $-\frac{5}{14}+(+\frac{9}{35})$; $+\frac{5}{9}+(-\frac{7}{25})$; $-0{,}63+(+0{,}529)$; $+3{,}68+(-2{,}307)$.

Опредѣленіе сложнаго сложенія выражается такъ: *Для сложенія нѣсколькихъ количествъ нужно сложить сначала первыя два изъ нихъ, потомъ къ полученной суммѣ приложить третье количество, затѣмъ къ новой суммѣ приложить четвертое количество и т. д.*. Въ простѣйшихъ случаяхъ сложенія производятъ дѣйствіе именно въ такомъ порядкѣ; напр., имѣемъ $-9+(+13)+(-10)=+4+(-10)=-6$.

Главное свойство сложенія состоитъ въ томъ, что *сумма не измѣняется при всякихъ перемѣщеніяхъ и измѣненіяхъ группировки ея слагаемыхъ*. На основаніи этого свойства можно вычислить сумму разными способами. Напр., въ случаѣ многихъ данныхъ слагаемыхъ можно сложить отдѣльно всѣ положительныя количества и отдѣльно всѣ отрицательныя, а затѣмъ сложить окончательно двѣ полученныя суммы въ одну.

Вычислить результаты сложныхъ дѣйствій:

19. $+14+(-9)+(-2)$; $-10+(+7)+(-5)$; $-5+(-3)+(+10)$.

19. $+15+(-7)+(-4)$; $-8+(+6)+(-9)$; $-7+(-4)+(+8)$.

20. $+\frac{4}{9}+(+\frac{5}{9})+(-\frac{2}{9})$; $-\frac{7}{11}+(+\frac{8}{11})+(-\frac{5}{11})$.

20. $+\frac{5}{8}+(-\frac{7}{8})+(-\frac{3}{8})$; $-\frac{6}{13}+(+\frac{10}{13})+(-\frac{9}{13})$.

21. $8+(-2)+[-3{,}5+(+2{,}5)]$;
$[(-11)+(+9)]+[(+6{,}75)+(-2{,}25)]$.

21. $10+(-4)+[-5{,}5+(+4{,}5)]$;
$[(-13)+(+10)]+[(+8{,}75)+(-4{,}25)]$.

22. $[9+(-2)-5]+(-6)$; $-6+\{3+[5+(-2)]\}+(+11)$.

22. $[12+(-5)-8]+(-9)$; $-9+\{7+[8+(-5)]\}+(+16)$.

23. $\{\frac{3}{2}+[-\frac{3}{4}+(+\frac{5}{6})]\}-[-2+(-\frac{7}{12})]$;
$[(-\frac{7}{10}+(+\frac{2}{5})]+\{-2+[-\frac{3}{4}+(+\frac{9}{10})]\}$.

23. $\left\{-\frac{6}{5}+[+\frac{3}{2}+(-\frac{7}{10})]\right\}+[-3+(+\frac{9}{10})]$;
$[+\frac{8}{15}+(-\frac{3}{5})]+\left\{-5+[-\frac{7}{9}+(+\frac{11}{15})]\right\}$.

24. $-6+\left\{[-\frac{3}{2}+(+\frac{5}{3})]+[+\frac{7}{5}+(+2\frac{1}{2})]\right\}$;
$-\frac{5}{7}+\left\{\frac{2}{3}+[-3+(+\frac{3}{2})]+(-1\frac{5}{14}\right\}$.

24. $-9+\left\{[+\frac{2}{7}+(-\frac{3}{2})]+[-\frac{5}{3}+(+2\frac{3}{7})]\right\}$;
$-\frac{5}{3}+\left\{-\frac{7}{5}+[+2+(-\frac{3}{2})]+(-1\frac{7}{10})\right\}$.

25. $\{2{,}15+[-1{,}315+(-7{,}2)]\}+[(-1{,}78)+(+9{,}235)]$.

25. $\{-1{,}75+[+3{,}4+(-6{,}283)]\}+[(+2{,}53)+(-0{,}472)]$.

§ 3. Вычитаніе количествъ.

Вычесть изъ одного количества другое значитъ найти такое третье количество, которое, будучи алгебраически сложено съ вычитаемымъ, составитъ въ суммѣ уменьшаемое. Напр., разность между —7 и +4 есть —11, потому что $-11+(+4)=-7$.

Правило вычитанія обыкновенно выражается такъ: *Чтобы вычесть изъ одного количества другое, нужно къ обозначенію уменьшаемаго приписать количество, равнопротивоположное вычитаемому, и произвести алгебраическое сложеніе.* Напр., имѣемъ: $(-7)-(+4)=-7-4=-11$, $-\frac{2}{3}-(-\frac{5}{2})=-\frac{2}{3}+\frac{5}{2}=-\frac{4}{6}+\frac{15}{6}=+\frac{11}{6}$.

26. Изъ 8 вычесть 5; изъ 6 вычесть —4; изъ —5 вычесть 3; изъ —9 вычесть —5.

26. Изъ 10 вычесть 4; изъ 5 вычесть —8; изъ —7 вычесть 5; изъ —11 вычесть —8.

27. Изъ $\frac{8}{2}$ вычесть $\frac{2}{3}$; изъ $\frac{5}{6}$ вычесть $-\frac{3}{2}$; изъ $-\frac{6}{7}$ вычесть $\frac{2}{3}$; изъ $-\frac{3}{2}$ вычесть $-\frac{4}{7}$.

27. Изъ $\frac{4}{5}$ вычесть $\frac{2}{3}$; изъ $\frac{7}{10}$ вычесть $-\frac{3}{2}$; изъ $-\frac{5}{2}$ вычесть $\frac{7}{3}$; изъ $-\frac{5}{2}$ вычесть $-\frac{7}{5}$.

Выполнить дѣйствія, указанныя знаками:

28. $+9-(+6)$; $+9-(-6)$. 28. $+5-(+2)$; $+5-(-2)$.
29. $-9-(+6)$; $-9-(-6)$. 29. $-5-(+2)$; $-5-(-2)$.
30. $+\frac{7}{12}-(+\frac{5}{12})$; $+\frac{7}{12}-(-\frac{5}{12})$. 30. $+\frac{9}{10}-(+\frac{7}{10})$; $+\frac{9}{10}-(-\frac{7}{10})$.
31. $-\frac{7}{12}-(+\frac{5}{12})$; $-\frac{7}{12}-(-\frac{5}{12})$. 31. $-\frac{9}{10}-(+\frac{7}{10})$; $-\frac{9}{10}-(-\frac{7}{10})$.
32. $+\frac{3}{2}-(+\frac{4}{5})$; $+\frac{3}{2}-(-\frac{4}{5})$. 32. $+\frac{5}{7}-(+\frac{2}{3})$; $+\frac{5}{7}-(-\frac{2}{3})$.
33. $-\frac{3}{2}-(+\frac{4}{7})$; $+\frac{3}{2}-(-\frac{4}{7})$. 33. $-\frac{4}{3}-(+\frac{3}{5})$; $-\frac{4}{3}-(-\frac{3}{5})$.
34. $0{,}06-(+0{,}004)$; $0{,}06-(-0{,}004)$.
34. $0{,}09-(+0{,}003)$; $0{,}09-(-0{,}003)$.
35. $-0{,}32-(+1{,}6)$; $-0{,}32-(-1{,}6)$.
35. $-0{,}57-(+1{,}8)$; $-0{,}57-(-1{,}8)$.

Вычислить результаты сложныхъ дѣйствій:

36. $8-(-3)-(-7)$; $-10-(+6)-(-13)$.
36. $12-(-7)-(-11)$; $-14-(+10)-(-17)$.
37. $4-[(-2)-(-5)]$; $4-[-2-(+5)]$.
37. $7-[(-5)-(-8)]$; $7-[-5-(+8)]$.
38. $12-[-7+(2-5)]$; $12+[-7-(2-5)]$.
38. $15-[-9+(5-8)]$; $15+[-9-(5-8)]$.
39. $14-\{10-[8+(7-9)]\}$; $11-\{6+[-8+(3-7)]\}$.
39. $5-\{4-[7+(3-6)]\}$; $3-\{9+[-6+(2-7)]\}$.
40. $2-(-3)-\{2-[7-(3-4)]\}$;
$+3-(-5)+\{-2+[-7+(3-4)]\}$.
40. $3-(-4)-\{3-[8-(4-5)]\}$;
$+4-(+6)+\{-3+[-8+(4-5)]\}$.

Опредѣлить количественныя значенія выраженій:

41. $(a+b-c)-[c-(a+c)]$ при $a=\frac{2}{3}$, $b=-\frac{5}{6}$, $c=-\frac{5}{4}$.

41. $(a-b+c)-[c+(a-c)]$ при $a=\frac{3}{4}$, $b=-\frac{5}{8}$, $c=-\frac{7}{6}$.

42. $m-\{n-[(a-p)+q]\}$ при $a=\frac{1}{6}$, $m=\frac{2}{3}$, $n=-\frac{3}{4}$, $p=-\frac{1}{4}$, $q=-\frac{5}{6}$.

42. $m-\{n+[a-(p-q)]\}$ при $a=\frac{5}{6}$, $m=\frac{1}{2}$, $n=-\frac{1}{2}$, $p=-\frac{7}{12}$, $q=-\frac{11}{12}$.

43. $(m-n)-[a-(q-p)]$ при $a=\frac{5}{6}$, $m=\frac{3}{2}$, $n=-\frac{2}{3}$, $p=-0,3$, $q=-0,7$.

43. $(m-n)-[a+(q-p)]$ при $a=\frac{1}{6}$, $m=\frac{2}{3}$, $n=-\frac{1}{2}$, $p=-0,7$, $q=-0,3$.

44. $(m-n)-[a+(p-q)]$ при $a=0,4$, $m=0,3$, $n=-0,0(3)$, $p=-2,6$, $q=0,1(6)$.

44. $(m-n)-[a-(p+q)]$ при $a=0,6$, $m=0,2$, $n=-0,0(6)$, $p=-1,5$, $q=0,8(3)$.

§ 4. Умноженіе количествъ.

Опредѣленіе алгебраическаго умноженія для количествъ цѣлыхъ или дробныхъ, положительныхъ или отрицательныхъ вообще выражается такъ: *Перемножить два количества значитъ произвести надъ множимымъ тѣ дѣйствія дѣленія на части и повторенія слагаемымъ или вычитаемымъ, посредствомъ которыхъ множитель составляется изъ единицы.* Напр., умножить -4 на $+3$ значитъ повторить множимое слагаемымъ три раза, умножить $+3$ на $-\frac{5}{7}$ значитъ взять седьмую часть множимаго и повторить ее вычитаемой пять разъ.

Для обозначенія произведенія двухъ количествъ, пишутъ обыкновенно обозначенія обоихъ количествъ между скобокъ и отдѣляютъ эти обозначенія знакомъ умноженія—точкой; напр. пишутъ $(-4).(+3)$. Можно писать оба количества безъ скобокъ, раздѣляя только ихъ обозначенія точкой.

Правило алгебраическаго умноженія состоитъ изъ *правила числовыхъ величинъ и правила знаковъ.* Оно выражается такъ: *При умноженіи количествъ съ одинаковыми знаками, нужно перемножить ариѳметически ихъ числовыя величины и поставить передъ произведеніемъ знакъ* $+$; *напр., имѣемъ* $-\frac{2}{3}.-\frac{4}{5}=+\frac{8}{15}$. *При умноженіи количествъ съ разными знаками, нужно перемножить ариѳметически ихъ числовыя величины и поставить передъ произведеніемъ знакъ*—; напр., $\frac{3}{5}.-\frac{4}{7}=-\frac{12}{35}$.

Выполнить дѣйствія, указанныя знаками:

45. $(+2).(+3)$; $(-3).(+4)$; $(+2).(+\frac{3}{5})$; $(-3).(+\frac{4}{5})$.

45. $(+5).(+2)$; $(-4).(+3)$; $(+5).(+\frac{2}{7})$; $(-4).(+\frac{3}{7})$.

46. $(+5).(-2)$; $(-4).(-3)$; $(+5).(-\frac{2}{7})$; $(-4).(-\frac{3}{7})$.

46. $(+2).(-3)$; $(+3).(-4)$; $(+2).(-\frac{3}{5})$; $(-3).(-\frac{4}{5})$.

47. $+6.-\frac{2}{3}$; $-8.-\frac{3}{4}$; $-\frac{10}{3}.+12$; $-\frac{5}{7}.-14$.

47. $+15.-\frac{8}{5}$; $-7.-\frac{10}{7}$; $-\frac{5}{2}.+4$; $-\frac{5}{3}.-6$.

48. $+\frac{2}{5}.+\frac{5}{2}$; $-\frac{7}{3}.+\frac{3}{7}$; $+\frac{5}{2}.-\frac{6}{5}$; $-\frac{7}{3}.-\frac{6}{7}$.

48. $+\frac{3}{2}.+\frac{2}{3}$; $-\frac{5}{7}.+\frac{11}{5}$; $+\frac{2}{3}.-\frac{15}{2}$; $-\frac{5}{7}.-\frac{21}{5}$.

49. $+\frac{3}{4}.+\frac{2}{9}$; $-\frac{6}{7}.+\frac{14}{9}$; $+\frac{3}{2}.-\frac{2}{9}$; $-\frac{3}{7}.-\frac{14}{9}$.

49. $+\frac{6}{7}.+\frac{14}{9}$; $-\frac{3}{4}.+\frac{2}{9}$; $+\frac{3}{7}.-\frac{14}{9}$; $-\frac{3}{2}.-\frac{2}{9}$.

50. $(-1\frac{1}{3}).(+1\frac{1}{2})$; $(+2\frac{1}{3}).(+2\frac{1}{2})$; $(-1\frac{1}{3}).(-1\frac{1}{2})$; $(+2\frac{1}{3}).(-1)$.

50. $(-2\frac{1}{2}).(+2\frac{1}{3})$; $(+3\frac{1}{2}).(+1\frac{1}{3})$; $(-2\frac{1}{2}).(-2\frac{1}{2})$; $(+3\frac{1}{2}).(-1)$.

51. $(+0{,}6).(-0{,}2)$; $(-1{,}2).(-0{,}5)$, $(+0{,}3).(+1{,}2)$; $(-1{,}3).(-0{,}2)$.

51. $(+0{,}3).(-0{,}4)$; $(-1{,}5).(-0{,}2)$; $(+0{,}4).(+1{,}5)$; $(-2{,}1).(-0{,}2)$.

52. $(-1{,}2).(-0{,}05)$; $(-0{,}06).(+0{,}5)$; $(+2{,}3).(-0{,}02)$; $(+1{,}06).(+0{,}03)$.

52. $(-0{,}04).(-0{,}5)$; $(-1{,}4).(+0{,}05)$; $(+1{,}04).(-0{,}03)$; $(+2{,}7).(+0{,}02)$.

Опредѣленіе сложнаго умноженія выражается такъ: *Для перемноженія нѣсколькихъ количествъ нужно перемножить сначала два первыя изъ нихъ, полученное произведеніе умножить на третье количество, новое произведеніе на четвертое количество* и т. д.; напр., имѣемъ $-3.+2.-5.-4=-6.-5.-4=+30.-4=-120$.

Главное свойство умноженія состоитъ въ томъ, что *произведеніе не измѣняется при всякихъ перемѣщеніяхъ и измѣненіяхъ группировки его производителей*. На основаніи этого свойства можно вычислять произведеніе разными способами.

Вычислить результаты сложныхъ дѣйствій:

53. $(+4).(-1).(-2)$; $(-5).(+2).(-1)$.

53. $(+5).(-1).(-3)$; $(-7).(+3).(-1)$.

54. $(+0{,}5).(-1{,}5).(-4).(-0{,}1)$. 54. $(-0{,}3).(+0{,}2).(-5).(+0{,}1)$.

55. $(-\frac{1}{6}).(+0{,}2).[-0{,}(4)].[-0{,}58(3)].(-1)$.

55. $(-\frac{5}{12}).(+0{,}3).[-0{,}(6)].[+0{,}91(6)].(-1)$.

56. $[4-(-3)-5].(5-7)$; $[-2+(+3)].(-3+8)$.

56. $[-7+(-2)-(-6)].(-4+6)$; $[9-(-2)].(4-7)$.

57. $-5.\{9-[11+(-8)]\}$; $(7-9).\{-3+[(-5)+2]\}$.

57. $-7.\{-5+[13-(+9)]\}$; $(5-3).\{4-[(-3)-7]\}$.

58. $(1\frac{1}{12}-2\frac{1}{8}).(+\frac{6}{5}).[-3+(-2)]$. 58. $(2\frac{5}{6}-3\frac{1}{8}).(-\frac{12}{5}).[-4-(+9)]$.

59. $[(-3).(-2)-(-2)].(-6).(-\frac{5}{12})$.

59. $[(+3).(-2)-(-8)].(-7).(+\frac{3}{14})$.

§ 5. Дѣленіе количествъ.

Раздѣлить одно количество на другое значитъ найти такое третье количество, которое, будучи умножено на дѣлителя, составляетъ дѣлимое. Напр., частное отъ дѣленія -8 на $+2$ есть -4, потому что $-4.+2=-8$.

Для обозначенія частнаго двухъ количествъ пишутъ дѣлимое съ его знакомъ между скобокъ, потомъ ставятъ знакъ двоеточіе и затѣмъ пишутъ дѣлителя съ его знакомъ также между скобокъ; напр., пишутъ $(-8):(+2)$. Но скобокъ можно и не писать; тогда обозначеніе частнаго принимаетъ болѣе простой видъ $-8:+2$.

Общее правило дѣленія можно выразить такъ: *Чтобы раздѣлить одно количество на другое, нужно умножить дѣлимое на количество обратное дѣлителю.* Напр., производя дѣленіе, находимъ $-\frac{3}{2}:+\frac{5}{7}=$ $=-\frac{3}{2}.+\frac{7}{5}=-\frac{21}{10}$.

Выполнить дѣйствія, указанныя знаками:

60. $(+6):(+3)$; $(+6):(-3)$. 60. $(+10):(+2)$; $(+10):(-2)$.

61. $(-8):(+2)$; $(-8):(-2)$. 61. $(-12):(+4)$; $(-12):(-4)$.

62. $(+5):(+3)$; $(-5):(+3)$. 62. $(+6):(+7)$; $(-6):(+7)$.

63. $(+8):(-6)$; $(-8):(-6)$. 63. $(+9):(-12)$; $(-9):(-12)$.

64. $(+\frac{5}{6}):(+\frac{3}{4})$; $(-\frac{3}{4}):(+\frac{2}{9})$. 64. $(+\frac{2}{9}):(+\frac{3}{4})$; $(-\frac{3}{4}):(+\frac{5}{6})$.

65. $(+\frac{3}{8}):(-\frac{4}{9})$; $(-\frac{10}{3}):(-\frac{5}{6})$. 65. $(+\frac{5}{6}):(-\frac{10}{3})$; $(-\frac{4}{9}):(-\frac{3}{8})$.

66. $(+2\frac{1}{2}):(-2\frac{1}{4})$; $(-3\frac{1}{3}):(+2\frac{1}{2})$. 66. $(+2\frac{2}{5}):(-1\frac{3}{10})$; $(-2\frac{1}{2}):(+3\frac{1}{3})$.

67. $(-1\frac{3}{10}):(-2\frac{2}{5})$; $(+3\frac{3}{4}):(+4\frac{5}{8})$. 67. $(-4\frac{5}{8}):(-3\frac{3}{4})$; $(+1\frac{1}{4}):(+2\frac{1}{2})$.

68. $(+0,2):(-0,1)$; $(-0,3):(+0,06)$.

68. $(+0,6):(-0,1)$; $(-0,5):(+0,01)$.

69. $(-0{,}04):(-0{,}2)$; $(+1{,}2):(+0{,}003)$.

69. $(-0{,}08):(-0{,}4)$; $(+1{,}5):(+0{,}005)$.

Вычислить результаты сложныхъ дѣйствій:

70. $[(-4{,}5):9]:[5:(-2)]$. 70. $[6{,}4:(-8)]:[(-2):(-4)]$.

71. $(2\frac{3}{5}-4):[2\frac{1}{5}+(-1\frac{7}{15})]$. 71. $(4-2\frac{2}{5}):[(-7\frac{1}{2})+1\frac{1}{4}]$.

72. $-3:[-9{,}6+(-4{,}5).(-1{,}2)]$. 72. $-6:[4{,}8-(-3{,}2).(-0{,}5)]$.

73. $[(-\frac{5}{2}):(-\frac{3}{4})]:[3\frac{1}{4}.(-2\frac{2}{3})]$. 73. $[(-\frac{6}{5}):(+\frac{10}{9})]:[(-5\frac{1}{2}):(-3)]$.

74. $[1\frac{5}{6}-(-1\frac{2}{3})-(+5)]:[4+(-2\frac{1}{6})]$.

74. $[2\frac{5}{12}+(-1\frac{1}{3})-(-3)]:[5-(+4)]$.

Опредѣлить количественныя значенія выраженій:

75. $[(a+3):a-2].5$ при $a=-2$.

75. $[(a-3):a-2].a$ при $a=-5$.

76. $(x+y:p).x$ при $x=-2$, $y=3$, $p=-1$.

76. $(x+y.p):x$ при $x=-3$, $y=4$, $p=-2$.

77. $x-[(y+z):t].y$ при $x=-2$, $y=5$, $z=-7$, $t=-6$.

77. $x+[(y-z):t]:y$ при $x=4$, $y=-5$, $z=-3$, $t=-2$.

78. $\{[(a+3):a-5]:a+1\}.a+8$ при $a=-1$.

78. $\{[(a-3).a+5]:a-1\}:a-10$ при $a=-1$.

79. $[x:y+z.(t-u)]:t$ при $x=-6$, $y=2$, $z=-5$, $t=-4$, $u=1$.

79. $[x.y+z:(t-u)].t$ при $x=-2$, $y=3$, $z=-12$, $t=-5$, $u=-1$.

80. $\{10-[3-(2-a)a]:a+1\}:a$ при $a=-3$.

80. $\{10+[3+(2-a):a]:a-1\}.a$ при $a=-2$.

81. $\{[x.y+x:y-z(x-u)]:x\}.y$ при $x=-2$, $y=-1$, $z=3$, $u=-3$.

81. $\{[y:x-y.x+z(x+u)].x\}:y$ при $x=-3$, $y=-1$, $z=-4$, $u=5$.

§ 6. Вычисленія со степенями.

Степени вычисляются посредствомъ умноженія. Показатель степени указываетъ, сколько разъ нужно повторить основаніе множителемъ.

При возведеніи количествъ въ степень обнаруживается такое правило знаковъ: если показатель степени есть нечетное число, то знакъ степени одинаковъ со знакомъ основанія. Четная степень всякаго количества положительна.

Опредѣлить числовыя величины и знаки степеней:

82. 2^3, $(-3)^4$, $(-3)^3$. 82. 3^2, $(-2)^2$, $(-2)^5$.

83. $(-1)^5$, $(-1)^4$, $(+6)^3$, $(-6)^3$. 83. $(-1)^6$, $(-1)^5$, $(+5)^3$, $(-5)^3$.

84. $(+\frac{1}{2})^4$, $(-\frac{1}{3})^4$, $(-\frac{1}{2})^3$, $(-\frac{1}{3})^3$. 84. $(+\frac{1}{3})^4$, $(-\frac{1}{2})^4$, $(-\frac{1}{3})^3$, $(-\frac{1}{2})^3$.

85. $(-\frac{3}{2})^2$, $(-\frac{3}{2})^4$, $(-\frac{4}{3})^2$, $(-\frac{4}{3})^3$. 85. $(-\frac{4}{3})^3$, $(-\frac{4}{3})^4$, $(-\frac{5}{6})^2$, $(-\frac{5}{6})^3$.

86. $(-0{,}1)^2$, $(-0{,}01)^3$. 86. $(-0{,}1)^3$, $(-0{,}01)^2$.

87. $(-0{,}02)^2$, $(-0{,}03)^3$. 87. $(-0{,}03)^3$, $(-0{,}2)^2$.

88. $(-0{,}03)^4$, $(-0{,}002)^3$. 88. $(-0{,}02)^4$, $(-0{,}003)^3$.

89. $(-1{,}2)^3$, $(-2{,}1)^2$. 89. $(-1{,}5)^3$, $(-2{,}3)^2$.

Опредѣлить количественныя значенія выраженій:

90. $a^3b^2c^5$ при $a=-2$, $b=3$, $c=-1$.

90. $a^5b^3c^2$ при $a=-2$, $b=-1$, $c=3$.

91. $4a^3b^2c$ при $a=-2$, $b=-\frac{1}{4}$, $c=-8$.

91. $9ab^2c^3$ при $a=-4$, $b=-\frac{1}{3}$, $c=-6$.

92. $\frac{5}{3}a^3b^2$ при $a=-1$, $b=-\frac{2}{3}$. 92. $\frac{3}{5}a^2b^3$ при $a=-\frac{3}{2}$, $b=-1$.

93. $a^4b+a^3b^2$ при $a=-\frac{3}{2}$, $b=-\frac{2}{3}$.

93. $a^2b^3+ab^4$ при $a=-\frac{2}{3}$, $b=-\frac{3}{2}$.

94. a^2b-3ab^3 при $a=-\frac{2}{5}$, $b=-\frac{5}{3}$.

94. $2ab^3-ab^2$ при $a=-\frac{5}{2}$, $b=-\frac{3}{5}$.

95. $(a^2-b^2)(a+b)$ при $a=-\frac{2}{3}$, $b=-\frac{3}{2}$.

95. $(a^2-b^2)(a-b)$ при $a=-\frac{3}{2}$, $b=-\frac{2}{3}$.

96. $(a^3+8b^3):(a+2b)$ при $a=-\frac{3}{2}$, $b=-\frac{3}{4}$.

96. $(27a^3+b^3):(3a+b)$ при $a=-\frac{2}{3}$, $b=-\frac{4}{3}$.

§ 7. Вычисленія съ корнями.

При извлеченіи корня изъ количествъ обнаруживается такое правило знакомъ: если показатель корня есть нечетное число, то знакъ корня одинаковъ со знакомъ подкореннаго количества. Корень четной степени изъ положительнаго количества можетъ быть и положительнымъ, и отрицательнымъ. Корень четной степени изъ отрицательнаго количества нельзя извлечь.

Опредѣлить числовыя величины и знаки корней:

97. $\sqrt[3]{-8}$, $\sqrt[3]{27}$, $\sqrt{25}$.

98. $\sqrt{+49}$, $\sqrt[3]{-64}$, $\sqrt[3]{+125}$.

99. $\sqrt[5]{-32}$, $\sqrt[4]{81}$, $\sqrt[5]{243}$.

100. $\sqrt{\frac{4}{9}}$, $\sqrt[3]{-\frac{27}{8}}$, $\sqrt[5]{\frac{243}{32}}$.

101. $\sqrt[3]{\frac{216}{125}}$, $\sqrt[4]{\frac{16}{81}}$, $\sqrt[3]{-\frac{343}{64}}$.

102. $\sqrt[4]{0{,}0001}$, $\sqrt[3]{-0{,}027}$.

103. $\sqrt[5]{0{,}00032}$, $\sqrt[4]{0{,}0256}$.

97. $\sqrt[3]{-27}$, $\sqrt[3]{8}$, $\sqrt{16}$.

98. $\sqrt{+64}$, $\sqrt[3]{-216}$, $\sqrt[3]{+343}$.

99. $\sqrt[5]{-243}$, $\sqrt[4]{625}$, $\sqrt[5]{32}$.

100. $\sqrt{\frac{16}{25}}$, $\sqrt[3]{-\frac{64}{27}}$, $\sqrt[5]{-\frac{32}{243}}$.

101. $\sqrt[3]{\frac{125}{343}}$, $\sqrt[4]{\frac{625}{16}}$, $\sqrt[3]{-\frac{27}{125}}$.

102. $\sqrt[3]{-0{,}001}$, $\sqrt[4]{0{,}0016}$.

103. $\sqrt[4]{0{,}0625}$, $\sqrt[5]{0{,}00243}$.

Опредѣлить количественныя значенія выраженій:

104. $\sqrt{2a^3b^2}$ при $a=2$, $b=-1$.

104. $\sqrt{3a^2b^3}$ при $a=-1$, $b=3$.

105. $\sqrt[3]{ab^2c^3}$ при $a=-3$, $b=-3$, $c=-2$.

105. $\sqrt[3]{a^3b^2c}$ при $a=-2$, $b=-3$, $c=+3$.

106. $\sqrt[3]{4a^3b^2c}$ при $a=-2$, $b=\frac{3}{2}$, $c=-3$.

106. $\sqrt[3]{3a^2b^3c^3}$ при $a=-3$, $b=\frac{2}{3}$, $c=-2$.

107. $\sqrt{a^2+b(b+2a)}$ при $a=-5$, $b=-2$.

107. $\sqrt{a^2-b(2a-b)}$ при $a=-2$, $b=-5$.

108. $\sqrt{6ab}-\sqrt[3]{\frac{1}{2}b^4}$ при $a=-3$, $b=-2$.

108. $\sqrt{2ab^2}+\sqrt[3]{\frac{1}{3}b^4}$ при $a=2$, $b=-3$.

109. $\sqrt[3]{(a-b)(a^2-2ab+b^2)}$ при $a=-5$, $b=-3$.

109. $\sqrt[3]{(a+b)(a^2+2ab+b^2)}$ при $a=+2$, $b=-5$.

110. $\sqrt[3]{a^3+3ab(a+b)+b^3}$ при $a=-5$, $b=+2$.

110. $\sqrt[3]{a^3+3ab(b-a)-b^3}$ при $a=-5$, $b=-3$.

111. $\sqrt[3]{\frac{3}{5}a^3b^2}-\sqrt{\frac{5}{3}a^2b^3}$ при $a=-\frac{2}{3}$, $b=\frac{3}{5}$.

111. $\sqrt[3]{\frac{5}{2}a^2b^3}-\sqrt{\frac{2}{5}a^3b^2}$ при $a=\frac{5}{2}$, $b=-\frac{2}{3}$.

ОТДѢЛЕНІЕ III.

ПРЕОБРАЗОВАНІЯ ВЫРАЖЕНІЙ.

§ 1. Приведеніе одночленовъ.

Одночленныя выраженія называются *подобными*, если они или совершенно одинаковы, или различаются только коэффиціентами, или знаками. Если въ многочленѣ содержатся подобные члены, то ихъ можно соединить въ одинъ членъ. Для этого нужно *сложить алгебраически всѣ коэффиціенты подобныхъ членовъ и полученный результатъ сдѣлать коэффиціентомъ при томъ буквенномъ выраженіи, которое входитъ во всѣ соединяемые члены*. Такое соединеніе подобныхъ членовъ называется *приведеніемъ* ихъ. Возьмемъ, напр., многочленъ $7a^2b-3abc-4a^2b+2a^2b-5abc$. Въ немъ содержатся двѣ группы подобныхъ членовъ, во-первыхъ, $7a^2b$, $-4a^2b$ и $+2a^2b$, и во-вторыхъ, $-3abc$ и $-5abc$. Складывая коэффиціенты 7, —4 и + 2, получимъ +5, откуда видимъ, что приведеніе членовъ первой группы даетъ результатъ $5a^2b$; складывая коэффиціенты —3 и —5, находимъ —8, откуда слѣдуетъ, что приведеніе членовъ второй группы даетъ результатъ $-8abc$. Поэтому весь данный многочленъ послѣ приведенія его членовъ обращается въ двучленъ $5a^2b-8abc$.

1. $7ab+8ab$. 1. $5ab+7ab$. 2. $5a^2b+2a^2b$. 2. $6a^2b+8a^2b$.
3. $8ab-2ab$. 3. $9ab-4ab$. 4. $-2a^2b+4a^2b$. 4. $-8a^2b+10a^2b$.
5. $-7a^3-4a^3$. 5. $-9a^3-5a^3$. 6. $-2ab^2-9ab^2$. 6. $-3ab^2-8ab^2$.
7. $6a^2bc+3a^2bc+a^2bc$. 7. $3a^2bc+a^2bc+8a^2bc$.
8. $3(a+b)^2+7(a+b)^2+(a+b)^2$. 8. $4(a-b)^2+2(a-b)^2+(a-b)^2$.
9. $-5m^3-m^3-8m^3$. 9. $-9n^3-4n^3-n^3$.
10. $3a^nbd^3+a^nbd^3+9a^nbd^3$. 10. $8a^mbd^2+4a^mbd^2+a^mbd^2$.
11. $-2a^2b^m-3a^2b^m-a^2b^m$. 11. $-4a^2b^n-8a^2b^n-a^2b^n$.
12. $5(a-b)^3+3(a-b)^3+(a-b)^3$. 12. $2(a+b)^3+7(a+b)^3+(a+b)^3$.
13. $3a^3-3a^3+5a^3$. 13. $4a^2-4a^2+7a^2$.
14. $18a^2b+10a^2b-10a^2b$. 14. $13ab^2+8ab^2-8ab^2$.
15. $13ab^4-5ab^4-13ab^4$. 15. $11a^2b-7a^2b-11a^2b$.
16. $9a^2b^3-4a^2b^3-5a^2b^3$. 16. $8a^2b^2-5a^2b^2-3a^2b^2$.
17. $11a^4-7a^4-4a^4$. 17. $9b^3-5b^3-4b^3$.
18. $5a^4-5a^4+9a^3$. 18. $3b^3-3b^3+5a^4$.
19. $17a^3bc^2-11a^3bc^2+3a^2b^2c^2$. 19. $13a^2bc^3-9a^2bc^3+2a^2b^2c^2$.
20. $23a^mb^n+11a^nb^m-14a^nb^m$. 20. $19a^nb^m+13a^mb^n-14a^nb^m$.

21. $4a^2b-5a^2b+7a^2b-a^2b.$ 21. $6ab^2-4ab^2+9ab^2-ab^2.$

22. $25a^3b^3+10a^3b^3-8a^3b^3-9a^3b^3+2a^3b^3.$

22. $17a^2b^2-12a^2b^2+11a^2b^2-a^2b^2-3a^2b^2.$

23. $10m^a-8m^a+13m^a-20m^a-m^a.$

23. $8a^m-12a^m+14a^m-30a^m-a^m.$

24. $5a^3cx-7a^3cx-13a^3cx-a^3cx+3a^3cx.$

24. $6acx^3-10acx^3-12acx^3-acx^3+5acx^3.$

25. $10a(x+y)^5-11a(x+y)^5-7a(x+y)^5-a(x+y)^5+7a(x+y)^5.$

25. $9b^2(x-y)^4-13b^2(x-y)^4-15b^2(x-y)^4-b^2(x-y)^4+13b^2(x-y)^4.$

26. $\frac{5}{3}ax+\frac{1}{2}ax-\frac{2}{3}ax-\frac{3}{2}ax.$ 26. $\frac{3}{5}ax-\frac{3}{2}ax+\frac{7}{5}ax-\frac{5}{2}ax.$

27. $\frac{2}{5}by-\frac{5}{2}by+by+1,1by.$ 27. $\frac{4}{3}by-\frac{3}{2}by-by+1\frac{1}{6}by.$

28. $7a^2b-11\frac{2}{3}a^2b+3\frac{1}{2}a^2b-2\frac{5}{6}a^2b.$ 28. $2a^2b-9\frac{2}{5}a^2b+2\frac{1}{3}a^2b-1\frac{7}{15}a^2b.$

29. $-0,27ab^2+0,23ab^2-\frac{2}{5}ab^2+\frac{1}{2}ab^2.$

29. $-0,53ab^2+0,37ab^2-\frac{3}{4}ab^2+\frac{4}{5}ab^2.$

30. $-1,25a^3+\frac{3}{4}a^3+2,5a^3-\frac{2}{3}a^3.$ 30. $-2,35a^3+\frac{5}{4}a^3+2,1a^3-\frac{4}{3}a^3.$

31. $5ax-6bx+8ax-10ax-15bx+6ax+20bx-ax.$

31. $7cy-6dy+8cy-11cy-13dy+9cy+15dy-cy.$

32. $2a^2b-3ab^2+7a^2b-10ab^2-15a^2b+18ab^2-ab^2.$

32. $25a^2b+8ab^2-3a^2b-7ab^2+11ab^2+15a^2b+a^2b.$

33. $5a^2-7a^2b+7ab^2+a^2b-2a^2-8ab^2+a^2-12ab^2+3a^2b.$

33. $5b^3+7ab^2-7a^2b-ab^2+2b^3+8a^2b-b^3+12a^2b-3ab^2.$

34. $\frac{5}{3}a^2bc-\frac{3}{4}abc^2-\frac{3}{2}a^2bc-\frac{1}{2}abc^2+abc^2-2a^2bc.$

34. $\frac{5}{3}ab^2c-\frac{3}{4}abc^2+\frac{3}{2}ab^2c-\frac{1}{2}abc^2-abc^2-2ab^2c.$

35. $-\frac{2}{3}ab^3+3b^2-a^3bc^2+4a^2+3a^3bc^2+3ab^3+\frac{1}{2}a^2-7a^4c.$

35. $-\frac{2}{3}b^2c-3b^2+a^2bc^5-4c^2-3a^2bc^5-3b^2c-\frac{1}{2}c^2+5ac^4.$

36. $3a^5-ab^2-\frac{2}{3}a^7b-3c^2+\frac{1}{2}a^5+2a^7b+\frac{1}{3}c^2-4a^3+2ab^2-$

$-4c^2-3a^4-\frac{10}{3}a^7b+3a^4.$

36. $-3c^5+b^2c+\frac{2}{3}bc^7+3a^2+\frac{1}{2}c^5-2bc^7-\frac{1}{3}a^2+4c^5-2b^2c+a^2+$

$+3c^4+\frac{10}{3}bc^7-3c^2.$

37. $0{,}5a^2(m+n)^3-2{,}7(a-b)^p+1{,}15a^2(m+n)^3+9c^3-$
$-5{,}65a^2(m+n)^3+2{,}25(a-b)^p.$

37. $-0{,}5c^2(m-n)^3+2{,}7(b-c)^p-1{,}15c^2(m-n)^3-9a^3+$
$+5{,}65c^2(m-n)^3-2{,}25(b-c)^p.$

38. $2(a^2-x^2)+0{,}5(a^2-x^2)-3(a^2-x)^2-1{,}4(a^2-x^2)+$
$+7{,}5(a^2-x)^2-2{,}75(a^2-x^2).$

38. $-2(x^2-a^2)-0{,}5(x^2-a^2)+3(x^2-a)^2+1{,}4(x^2-a^2)-$
$-7{,}5(x^2-a)^2+2{,}75(x^2-a^2).$

39. $5\frac{ab}{a-b}-\frac{4}{3}bc^2-2\frac{ab}{a-b}+\frac{3}{2}\cdot\frac{ab}{a-b}-\frac{c^3}{a-b}+2bc^2+\frac{8}{5}\cdot\frac{c^3}{a-b}.$

39. $2\frac{cd}{c+d}-\frac{3}{5}b^2c-5\frac{cd}{c+d}+\frac{3}{4}\cdot\frac{cd}{c+d}-\frac{b^3}{c+d}+3b^2c+\frac{7}{3}\cdot\frac{b^3}{c+d}.$

40. $-3\frac{a^2x}{a+b}+4b^mx+2\frac{a^2x}{a+b}+\frac{2}{3}\cdot\frac{a^2x}{a+b}-\frac{x^n}{a-b}+3bx^m+4\frac{a^2x}{a+b}+$
$+\frac{1}{3}b^mx-\frac{8}{3}\cdot\frac{a^2x}{a+b}+\frac{4}{5}\cdot\frac{x^n}{a-b}.$

40. $3\frac{ax^3}{x-b}+4ab^m+2\frac{ax^3}{x-b}-\frac{2}{3}\cdot\frac{ax^3}{x-b}+\frac{a^n}{x+b}-3a^mb-4\frac{ax^3}{x-b}-$
$-\frac{1}{3}ab^m+\frac{8}{3}\cdot\frac{ax^3}{x-b}-\frac{4}{5}\cdot\frac{a^n}{x+b}.$

§ 2. Сложеніе одночленовъ.

Чтобы обозначить сложеніе одночленовъ, пишутъ обозначеніе перваго слагаемаго безъ скобокъ, а затѣмъ приписываютъ обозначенія другихъ слагаемыхъ, заключая каждое изъ нихъ вмѣстѣ съ его знакомъ въ скобки, и передъ каждой скобкой ставятъ знакъ $+$; такъ, напр., сумма одночленовъ a, $-b$ и $+c$ обозначается въ видѣ $a+(-b)+(+c)$. Правило сложенія одночленовъ состоитъ въ томъ, что нужно опустить знаки сложенія и скобки и просто выписать слагаемые одночлены рядомъ съ тѣми знаками, съ которыми они даны; такъ, по этому правилу вышеуказанная сумма принимаетъ видъ $a-b+c$. Если между слагаемыми одночленами есть подобные, то съ ними дѣлаютъ приведеніе.

41. $a+(+b)$. 41. $-a+(+b)$. **42.** $-m+(-n)$. 42. $m+(-n)$.
43. $-m+(+m)$. 43. $+m+(-m)$. **44.** $5a+(-5a)$. 44. $-3a+(+3a)$.
45. $7x+(+3x)$. 45. $-8x+(-5x)$.
46. $-4x+(-6x)$. 46. $+10x+(+7x)$.
47. $-10y+(+8y)$. 47. $+5x+(-8x)$.
48. $\frac{1}{3}m+(-\frac{1}{4}m)$. 48. $\frac{1}{4}m+(-\frac{1}{3}m)$. **49.** $\frac{3}{4}n+(-\frac{7}{8}n)$. 49. $\frac{3}{4}n+(-\frac{5}{6}n)$.
50. $-\frac{2}{9}p+(-\frac{5}{6}p)$. 50. $-\frac{3}{8}p+(-\frac{1}{6}p)$.

51. $+\frac{13}{2}a^2+(-\frac{9}{5}a^2)$.

52. $-7a^2b+(+8a^2b)$.

53. $15a^3bc^2+(-20a^3bc^2)$.

54. $0{,}25a^3x+(-0{,}7a^3x)$.

55. $0{,}58(3)x^2y+[-0{,}(4)x^2y]$.

56. $-7ab+(+6ab)+(-2ab)$.

57. $10x^2+(-5x^2)+(-x^2)$.

51. $-\frac{9}{5}a^2+(+\frac{11}{2}a^2)$.

52. $-8a^2b+(+7a^2b)$.

53. $20a^3bc^2+(-15a^3bc^2)$.

54. $0{,}7a^3x+(-0{,}25a^3x)$.

55. $0{,}(7)xy^2+[-0{,}958(3)xy^2]$.

56. $7ab+(-6ab)+(-2ab)$.

57. $-x^2+(+8x^2)+(-3x^2)$.

58. $2an^3+(-7an^3)+(+3an^3)+(-an^3)$.

58. $5a^3n+(-12a^3n)+(+a^3n)+(-2a^3n)$.

59. $2xy^4+(-3xy^4)+(-5x^2y^3)+(+3xy^4)+(+3xy^4)$.

59. $x^3y^2+(+4x^3y^2)+(-7x^3y^2)+(-4x^3y^2)+(+6xy^4)$.

60. $-5c^3+(+3c^3)+(-7c)+(+2c^3)+(+6c)+(-c^3)+(+3c)$.

60. $-4c+(-2c^2)+(+3c)+(-5c^2)+(-7c)+(-c^2)+(+10c^2)$.

§ 3. Сложеніе многочленовъ.

Чтобы обозначить приложеніе многочлена, пишутъ первое слагаемое обыкновенно безъ скобокъ, затѣмъ ставятъ знакъ сложенія и пишутъ прилагаемый многочленъ, заключая его непремѣнно въ скобки. Правило же приложенія многочлена состоитъ въ томъ, что нужно опустить скобки и приписать члены многочлена съ тѣми знаками, съ которыми они даны. Если въ полученномъ выраженіи встрѣчаются подобные члены, то нужно сдѣлать приведеніе ихъ.

61. $a+(b-c)$.

62. $a+(-d+2f)$.

63. $-a^2+(2ab-b^2)$.

64. $m^3+(-5n+3n^2)$.

65. $-a^2b+(-a^2b+b^3)$.

66. $x^3+(y-3x^3)$.

67. $(a+b)+(c-b)$.

68 $m-n+(p+n)$.

69. $(6ab^2-3a^2)+(3a^2+3ab^2)$.

70. $3a^2b-5ab^2+(-3ab^2+2a^2b)$.

71. $(\frac{3}{4}m-\frac{1}{2})+(\frac{1}{4}-\frac{1}{2}m)$.

72. $\frac{5}{6}a+\frac{3}{4}b+(-\frac{1}{2}a+\frac{1}{3}b)$.

73. $(\frac{1}{5}a^2-\frac{3}{4}b^2)+(\frac{1}{2}a^2+\frac{7}{8}b^2)$.

61. $a+(-b+c)$.

62. $a+(f-2d)$.

63. $-a^2+(-2ab+b^2)$.

64. $n^3+(5m^2-3m)$.

65. $-ab^2+(4a-ab^2)$.

66. $3y^2+(x-y^2)$.

67. $(a-b)+(b-c)$.

68. $m+n+(p-n)$.

69. $(5a^2b+2a^2)+(3a^2b-2a^2)$.

70. $7ab^2+4a^2b+(3a^2b-10ab^2)$.

71. $(\frac{2}{3}-\frac{1}{6}m)+(\frac{1}{4}m-\frac{1}{2})$.

72. $\frac{7}{8}a-\frac{5}{6}b+(\frac{3}{4}a-\frac{1}{3}b)$.

73. $(\frac{1}{2}a^2+\frac{3}{4}b^2)+(-\frac{1}{5}a^2-\frac{1}{2}b^2)$.

Сложить многочлены:

74. $14a-6b+3c-5d$ и $9a+7b-4c-9d$.

74. $13a+7b-2c+6d$ и $10a-6b+5c+8d$.

75. $4x-5y+3z-2u$, $x+y-4z+5u$, $3x-7y+6z+4u$.

75. $2x-3y+5z-7u$, $5x-y-4z-2u$, $x+4y-z-6u$.

76. x^2-ax+a^2, $2x^2+3ax-2a^2$, x^2+2a^2+ax.

76. $-x^2+ax-a^2$, $3x^2-3ax+2a^2$, x^2+3a^2-ax.

77. $3a^4-4a^3b+7a^2b^2+ab^3$, $-2a^4-6ab^3+a^3b+b^4$, $3a^3b-6a^2b^2+5ab^3$.

77. $-3a^4+4a^3b-7a^2b^2-ab^3$, $+2a^4+6ab^3-a^3b-b^4$, $-3a^3b+6a^2b^2-5ab^3$.

78. $x^4+3ax^3-bx^2+3cx-d$, $4x^4-6ax^3+5bx^2-3cx+2d$, $-5x^4-6ax^3-5bx^2-3cx-2d$.

78. $6x^4+7ax^3-8bx^2+6cx+7d$, $-10x^4-ax^3+10bx^2-cx+d$, $-x^4-ax^3-bx^2-cx-d$.

79. $\frac{2}{3}a^2-1\frac{1}{4}ab+\frac{5}{12}b^2$, $-\frac{3}{2}a^2-\frac{2}{5}ab+\frac{3}{4}b^2-\frac{2}{5}a^2b^2$.

79. $\frac{5}{6}a^2-3\frac{1}{2}ab-\frac{3}{4}b^2+1\frac{1}{4}a^2b^2$, $-\frac{2}{3}a^2+2\frac{1}{5}ab-\frac{2}{3}b^2$.

80. $14\frac{5}{6}a^3-7\frac{2}{3}a^2b+6\frac{4}{5}ab^2+11\frac{1}{3}b^3$, $-7\frac{1}{2}a^3+14\frac{5}{7}a^2b-3\frac{5}{9}ab^2-17\frac{1}{5}b^3$.

80. $8\frac{3}{4}x^3-6\frac{5}{6}x^2y-2\frac{1}{2}xy^2+10\frac{2}{3}y^3$, $-9\frac{5}{6}x^3+7\frac{1}{4}x^2y-5\frac{1}{3}xy^2-12\frac{3}{7}y^3$.

81. $[2(a-b)+3(a-b)^2-5(a-b)^3+c]+[-4(a-b)^3-2(a-b)^2+(a-b)+c]$.

81. $[12(a+b)-5(a+b)^2+7(a+b^3)-c]+[-8(a+b)^3+5(a+b)^2-10(a+b)-c]$.

82. $[3x^4(x^2+2)^n-3x^2(x^2+2)^{2n}+5x(x^2+2)^{3n}]+[-x^2(x^2+2)^{2m}+5x(x^2+2)^{3n}-2x^4(x^2+2)^n]$.

82. $[4y^4(y^2-2)^m+6y^2(y^2-2)^{2m}-7y(y^2-2)^{3m}]+[y^2(y^2-2)^{2m}-6y(y^2-2)^{3m}+5y^4(y^2-2)^m]$.

83. $4{,}8a^3b^2c-0{,}05a^4b^3c^2+2{,}8a^5b^4c^3+[-0{,}4a^3b^2c+0{,}005a^4b^3c^2-1{,}4a^5b^4c^3]$.

83. $0{,}5x^3y^2z+0{,}01x^4y^3z^2-1{,}02x^5y^4z^3+[-0{,}8x^3y^2z-0{,}3x^4y^3z^2+4{,}5x^5y^4z^3]$.

84. $0{,}8a^2-3{,}47ab-17{,}25ac+3{,}75bc+[-\frac{3}{4}a^2+0{,}47ab+12\frac{5}{8}bc]$.

84. $-0{,}6x^2+3{,}27xy+17{,}02xz-4{,}5yz+[\frac{5}{6}x^2-0{,}73xy-12\frac{3}{4}yz]$.

§ 4. Вычитаніе одночлена.

Чтобы обозначить вычитаніе одночлена, пишутъ обозначеніе уменьшаемаго безъ скобокъ, затѣмъ ставятъ знакъ — и наконецъ пишутъ обозначеніе вычитаемаго вмѣстѣ съ его знакомъ въ скобкахъ; напр., разность одночленовъ a и $-b$ обозначается въ видѣ $a-(-b)$. Правило вычитанія одночленовъ состоитъ въ томъ, что нужно переписать уменьшаемое и, опустивъ скобки въ вычитаемомъ, приписать его съ измѣненнымъ знакомъ; такъ, по этому правилу, вышеуказанная разность принимаетъ видъ $a+b$. Если одночлены подобны, то послѣ вычитанія дѣлаютъ приведеніе ихъ.

85. $a-(+b)$. 85. $a-(-b)$. **86.** $m-(-n)$. 86. $m-(+n)$.
87. $a-(+a)$. 87. $a-(-a)$. **88.** $-n-(-n)$. 88. $n-(+n)$.
89. $-a-(+a)$. 89. $-a-(-a)$. **90.** $3x-(+2x)$. 90. $3x-(-2x)$.
91. $-5a^2-(-7a^2)$. 91. $4b^2-(+b^2)$.
92. $10m-(+5m)$. 92. $-7n-(-3n)$.
93. $-12m^3-(-8m^3)$. 93. $5n^3-(+7n^3)$.
94. $15a^3b^2-(+8a^3b^2)$. 94. $-15a^3b^2-(-8a^3b^2)$.
95. $\frac{3}{4}m-(-\frac{5}{6}m)$. 95. $-\frac{2}{3}n-(+\frac{3}{5}n)$.
96. $-\frac{8}{3}m^2-(-\frac{7}{6}m^2)$. 96. $\frac{3}{8}n^2-(+\frac{5}{12}n^2)$.
97. $-0{,}2x^2-(+0{,}05x^2)$. 97. $-0{,}05x^2-(-0{,}8x^2)$.
98. $6{,}3a^3b^2c-(+\frac{11}{2}a^3b^2c)$. 98. $\frac{13}{6}ab^2c^3-(-6{,}25ab^2c^3)$.

Упростить выраженія:

99. $[3a^2-(-5a^2]-[7a^2-(+2a^2)]$.
99. $[-3a^2-(+5a^2)]-[-7a^2-(-2a^2)]$.
100. $[-0{,}5x^3-(+0{,}02x^3)]-[-1{,}2x^3-(-5x^3)]$.
100. $[+0{,}5x^3-(-0{,}02x^3)]-[1{,}2x^3-(+5x^3)]$.
101. $3kl^2-(-3k^2l)-0{,}8kl^2-(+5k^2l)$.
101. $5k^2l-(+5kl^2)-(-0{,}6k^2l)-(-4kl^2)$.
102. $3m^2n^3+[2m^3n^2-(-3m^3n^2)]-[(-5m^2n^3)-(-3m^2n^3)]$.
102. $-8m^3n^2-[(-2m^2n^3)-(+3m^2n^3)]-[5m^3n^2-(+3m^3n^2)]$.

§ 5. Вычитаніе многочлена.

Чтобы обозначить вычитаніе многочлена, пишутъ уменьшаемое чòвенно безъ скобокъ, затѣмъ ставятъ знакъ вычитанія и за

нимъ пишутъ вычитаемый многочленъ, заключая его непремѣнно въ скобки. Правило же вычитанія многочлена состоитъ въ томъ, что нужно опустить скобки и приписать всѣ члены вычитаемаго многочлена со знаками противоположными тѣмъ, съ которыми они были даны. Если въ полученномъ выраженіи встрѣчаются подобные члены, то нужно сдѣлать приведеніе ихъ.

103. $10-(x+2)$.

104. $10-(-x+2)$.

105. $x-(2x-5)$.

106. $-1-(x-1)$.

107. $-6-(5-m)$.

108. $n-(m-n)$.

109. $2m-(m+n^2)$.

110. $8n^2-(3n^2-5m^3)$.

111. $(\frac{4}{5}x-\frac{3}{7}y)-(\frac{3}{7}y-\frac{4}{5}x)$.

112. $\frac{17}{8}m^5+\frac{5}{9}n-(\frac{17}{8}m^5-\frac{2}{3}n)$.

113. $(7,5a-5,6b)-(2,3b-0,5a)$.

114. $12,5m^2-3,8n^3-(8,75n^3-13,4p)$.

115. Изъ $a^2+2ab+b^2$ вычесть $a^2-2ab+b^2$.

116. Изъ $4x^2-2xy+3y^2$ вычесть $-x^2+xy+2y^2$.

117. Изъ $5a-3b+6c-7d$ вычесть $3a-8b+3c-2d$.

118. Изъ $a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$ вычесть $a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$.

119. Изъ $a^4-4a^3b+6a^2b^2-4ab^3+b^4$ вычесть $a^4+4a^3b+6a^2b^2+$ $+4ab^3+b^4$.

120. Изъ $3a^4+7a^2b^2-a^3b-6ab^3+4b^4$ вычесть $a^4-4a^3b+6a^2b^2-$ $-7ab^3+b^4$.

121. Изъ $\frac{5}{2}x^2+3ax-\frac{7}{3}a^2$ вычесть $2x^2-\frac{1}{2}a^2-ax$.

103. $10-(x-2)$.

104. $10-(-x-2)$.

105. $x-(-2x+5)$.

106. $-1-(1-x)$.

107. $-6-(m-5)$.

108. $-m-(n-m)$.

109. $2m-(n^2-m)$.

110. $8m^3-(3n^2-5m^3)$.

111. $(\frac{2}{3}x+\frac{4}{9}y)-(\frac{2}{3}x-\frac{4}{9}y)$.

112. $\frac{11}{2}n-\frac{5}{4}m^5-(-2\frac{1}{4}n-\frac{1}{6}m^5)$.

113. $(7,5a+6,3b)-(7,3b-6,5a)$.

114. $4,32m^2+8,45n^2-(-3,76m^2+9,13p^2)$.

115. Изъ $a^2-2ab+b^2$ вычесть $a^2+2ab+b^2$.

116. Изъ $4x^2+2xy-3y^2$ вычесть $-x^2-xy+2y^2$.

117. Изъ $7a+2b-6c+8d$ вычесть $-5a+4b+c-9d$.

118. Изъ $x^3-3x^2y+3xy^2-y^3$ вычесть $x^3+3x^2y+3xy^2+y^3$.

119. Изъ $x^4+4x^3y+6x^2y^2+4xy^3+y^4$ вычесть $x^4-4x^3y+6x^2y^2-$ $-4xy^3+y^4$.

120. Изъ $3a^4-7a^2b^2+a^3b-6ab^3-b^4$ вычесть $-a^4+4a^3b-6a^2b^2+$ $+7ab^3-b^4$.

121. Изъ $\frac{4}{3}x^2-5ax+\frac{5}{6}a^2$ вычесть $2x^2-\frac{1}{3}a^2+ax$.

122. Изъ $5{,}65a+7\frac{2}{3}b-24\frac{3}{4}c-5{,}73d$ вычесть $0{,}3a-9{,}35b-5\frac{3}{4}d$.

122. Изъ $0{,}76x-1\frac{1}{6}y+2{,}75z-\frac{5}{6}u$ вычесть $-5{,}3x+0{,}375y-4\frac{1}{4}u$.

123. Изъ $7(a-x)^2-10(a-x)^4+(a-x)^6$ вычесть $-3(a-x)^4+$ $+5(a-x)^6+9(a-x)^2$.

123. Изъ $-8(a+x)^3+5(a+x)^6-(a+x)^9$ вычесть $5(a+x)^9-$ $-7(a+x)^6-3(a+x)^3$.

124. Изъ $\frac{2}{3}(a+b)^n+\frac{2}{3}(a-b)^{n+1}-\frac{3}{2}(a-b)$ вычесть $-\frac{3}{5}(a+b)^n-$ $-\frac{3}{2}(a-b)^{n+1}+(a-b)$.

124. Изъ $\frac{3}{4}(a-b)^n-\frac{5}{6}(a+b)^{n-1}+\frac{5}{2}(a+b)$ вычесть $\frac{1}{4}(a-b)^n-$ $-\frac{6}{5}(a+b)^{n-1}-(a+b)$.

§ 6. Дѣйствія со скобками.

Если часть многочлена заключена въ скобки, передъ которыми стоитъ знакъ $+$, то скобки можно опустить вмѣстѣ со знакомъ передъ ними, переписавъ члены, стоящіе въ скобкахъ, съ ихъ знаками; напр., $a+(b-c)=a+b-c$.

Обратно, если многочленъ, или часть его нужно заключить въ скобки со знакомъ $+$, то передъ членами, вносимыми въ скобку, надо сохранить ихъ знаки.

Такъ, напр., $a-b-c+d-e$ можетъ быть представленъ въ видѣ $+(a-b-c+d-e)$, или $a+(-b-c+d-e)$, или $a-b+(-c+d-e)$ и т. под..

Если часть многочлена заключена въ скобки со знакомъ $-$, то, опуская эти скобки вмѣстѣ съ ихъ знакомъ, надо всѣ члены, стоящіе въ нихъ, переписывать съ обратными знаками; напр., $a-(b-c)=$ $=a-b+c$.

Обратно, если многочленъ, или часть его нужно заключить въ скобки съ знакомъ $-$, то у членовъ, заключаемыхъ въ скобки, надо перемѣнить знаки на обратные.

Такъ, напр., многочленъ $a-b-c+d-e$ можетъ быть представленъ въ видѣ $-(-a+b+c-d+e)$, или $a-(b+c-d+e)$, или $a-b-(c-$ $-d+e$ и т. под..

Опущеніе скобокъ называется *раскрываніемъ* ихъ. Введеніе новыхъ скобокъ называется *заключеніемъ въ скобки*.

125. $a+[b-(c-d)]$. 125. $a-[b+(c-d)]$.

126. $a-[(b-c)-d]$. 126. $a-[(b-c)+d]$.

127. $a-\{b-[c-(d+k)]\}$. 127. $a-\{b+[c-(d-k)]\}$.

128. $a+\{b-[c+(d-k)]\}$. 128. $a+\{b-[(c-d)-k]\}$.

129. $2m-\{3m-[4m-(5m+6m)]\}$.

129. $2m-\{3m+[4m-(5m-6m)]\}$.

130. $8m-\{5m+[7m-(10m-2m)]\}$.

130. $8m+\{5m-[7m+(14m-2m)]\}$.

131. $a-\{5b+[3c-3a-(a+b)]+2a-(b+3c)\}$.

131. $a+\{5b-[3c-3a+(a-b)]+2a-(b-3c)\}$.

132. $a+\{4b-[a-(3c-3b)+2c+(a-2b-c)]\}$.

132. $a-\{4b-[a-(3c-3b)+2c-(a-2b-c)]\}$.

133. $x-\{2y+[3z-3x-(x+z)]\}-[2x-(y+3z)]$.

133. $x+\{2y-[3z-3x+(x-z)]\}+[2x-(y-3z)]$.

134. $(3x^2+4y^2)+\{(x^2+2xy-y^2)+[2x^2+2xy-(-4xy+3y^2)]\}$.

134. $(3x^2-4y^2)-\{(x^2-2xy+y^2)-[2x^2+2xy+(-4xy+3y^2)]\}$.

135. $7a^m-\{2a^m+[a^n-3a^m+(5a^m-2a^n)-4a^m]-2a^n\}$.

135. $7a^m-\{2a^m+[a^n-3a^m-(5a^m-2a^n)-4a^m]+2a^n\}$.

136. $6a^m+\{4a^m-[8b^n-(2a^m+4b^n)-22b^n]\}-\{7b^n+[9a^m-$
$-(3b^n+4a^m)+8b^n]+6a^m\}$.

136. $6a^m-\{4a^m+[8b^n-(2a^m-4b^n)-22b^n]\}+\{7b^n-[9a^m+$
$+(3b^n-4a^m)-8b^n]-6a^m\}$.

137. Изъ суммы двухъ первыхъ изъ числа многочленовъ $m+n-p$, $m-n+p$, $-m+n+p$ вычесть разность двухъ послѣднихъ.

137. Изъ разности двухъ первыхъ изъ числа многочленовъ $m-n+p$, $-m+n+p$, $m+n-p$ вычесть сумму двухъ послѣднихъ.

138. Изъ разности двухъ первыхъ изъ числа многочленовъ m^2+n^2+ $+p^2+q^2$, $q^2+p^2+n^2$, $m^2-p^2+n^2-q^2$, $m^2-n^2+p^2+q^2$, $n^2+p^2+q^2-m^2$ вычесть сумму четырехъ послѣднихъ.

138. Изъ суммы четырехъ первыхъ изъ числа многочленовъ m^2+n^2+ $+p^2+q^2$, $q^2+p^2+n^2$, $m^2-p^2+n^2-q^2$, $m^2-n^2+p^2+q^2$, $n^2+p^2+q^2-m^2$ вычесть разность двухъ послѣднихъ.

Вычислить:

139. $m+n+p+q$ 139. $m-n+p-q$

140. $m-n-p+q$ 140. $m-n-p-q$

полагая $m=a^2+b^2+c^2$, $n=a^2+b^2-c^2$,
$p=a^2-b^2+c^2$, $q=b^2+c^2-a^2$.

Вычислить:

141. $x-y+z-t$ 141. $x-y-z+t$

142. $y-(x+z-t)$ 142. $x-(y-z-t)$

143. $y-\{z-[x-(y+t)]\}$ 143. $x-\{t+[y-(z-x)]\}$
полагая $x=3a^2-2ab+5b^2$, $y=7a^2-8ab+5b^2$,
$z=9a^2-5ab+3b^2$, $t=11a^2-3ab-4b^2$.

Вычислить:

144. $E-[F-(G-H)]$. 144. $E-[F+(G+H)]$

145. $G-\{F-[H-(E+G)]\}$ 145. $G-\{F+[H-(E-G)]\}$
полагая $E=5a^3+3a^2b-7b^3$, $F=8a^3-9a^2b-3b^3$,
$G=9a^2b-3a^3-7b^3$, $H=8a^2b-7a^3-2b^3$.

146. Вычислить $2abx-\{3a^2b-[4abx-(5ab^2-3a^2b)+2a^2b-$
$-(abx-2ab^2-a^2b)]\}$ при $a=-1$, $b=2$, $x=-3$.

146. Вычислить $2a^2b-\{4abc+(2abc-a^2c)-4a^2c+[2a^3b-$
$-(3abc-a^2c-5abc]\}$ при $a=-1$, $b=2$, $c=-3$.

147. Не измѣняя значенія многочлена $x-y+z-u$, представить его въ различныхъ видахъ, поставивъ скобки: 1) передъ x и послѣ u, 2) передъ z и послѣ u, 3) передъ x и послѣ z, 4) передъ y и послѣ u.

147. Не измѣняя значенія многочлена $-x+y-z+u$, представить его въ различныхъ видахъ, поставивъ скобки: 1) передъ x и послѣ u, 2) передъ z и послѣ u, 3) передъ x и послѣ z, 4) передъ y и послѣ u.

148. Не измѣняя значенія многочлена $a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$, заключить его въ скобки, поставивъ передъ нимъ знакъ —.

148. Не измѣняя значенія многочлена $-a^3+3a^2b-3ab^2+b^3$, заключить его въ скобки, поставивъ передъ нимъ знакъ —.

149. Не измѣняя значенія выраженія $a+(b-c+d)-(e+k-f)+$
$+(-g+h)-(l-m)$, замѣнить въ немъ передъ скобками знаки сложенія на знаки вычитанія и обратно.

149. Не измѣняя значенія выраженія $a-(b-c+d)+(e+k-f)-$
$-(-g+h)+(l-m)$, замѣнить въ немъ передъ скобками знаки сложенія на знаки вычитанія и обратно.

150. Въ выраженіи $5a^3+7a^2x-2ax^2-4x^3$ поставить средніе члены въ скобки со знакомъ +, а крайніе въ скобки со знакомъ —.

150. Въ выраженіи $5a^3+7a^2x-2ax^2-4x^3$ поставить средніе члены въ скобки со знакомъ —, а крайніе въ скобки со знакомъ +.

151. Произведеніе $(x+y+z)(x-y-z)$ представить въ видѣ произведенія суммы двухъ количествъ на ихъ разность.

151. Произведеніе $(x-y+z)(x+y-z)$ представить въ видѣ произведенія суммы двухъ количествъ на ихъ разность.

152. Произведеніе $(a-b+c+d)(a-b-c-d)$ представить въ видѣ произведенія суммы двухъ двучленовъ на ихъ разность.

152. Произведеніе $(a+c-b-d)(a-b-c+d)$ представить въ видѣ произведенія суммы двухъ двучленовъ на ихъ разность.

153. Измѣнить видъ двучлена $a(c-b)+(b-c)$ такъ, чтобы двучлены, заключенные въ скобки, обратились въ равныя между собою выраженія.

153. Измѣнить видъ двучлена $a(c-b)-(b-c)$ такъ, чтобы двучлены, заключенные въ скобки, обратились въ равныя между собою выраженія.

154. Измѣнить видъ двучлена $a(b+c-d)-(d-b-c)$ такъ, чтобы трехчлены, заключенные въ скобки, обратились въ равныя между собою выраженія.

154. Измѣнить видъ двучлена $a(b-c-d)-(c-b+d)$ такъ, чтобы трехчлены, заключенные въ скобки, обратились въ равныя между собою выраженія.

155. Измѣнить видъ выраженія $3(a^2-x^2)+2(x^2-a^2)$ такъ, чтобы количества, заключенныя въ скобки, сдѣлались равными.

155. Измѣнить видъ выраженія $3(x^2-a^2)-2(a^2-x^2)$ такъ, чтобы количества, заключенныя въ скобки, сдѣлались равными.

156. Трехчленъ $2(a^3-b^3)+b^3-a^3$ представить въ видѣ двучлена, котораго члены были бы подобны.

156. Трехчленъ $2(b^3-a^3)-b^3+a^3$ представить въ видѣ двучлена, котораго члены были бы подобны.

§ 7. Умноженіе одночленовъ.

Правило умноженія одночленовъ совмѣщаетъ въ себѣ главнымъ образомъ правило знаковъ и правило умноженія степеней. Первое состоитъ въ томъ, что одинаковые знаки даютъ плюсъ, а разные минусъ. Второе указываетъ, что при умноженіи степеней съ одинаковыми основаніями получается степень того же основанія съ показателемъ, равнымъ суммѣ прежнихъ.

Вообще же при умноженіи одночленовъ поступаютъ такъ: Сначала выставляютъ знакъ произведенія. Затѣмъ перемножаютъ числовыя величины коэффиціентовъ и выписываютъ произведеніе послѣ знака. Далѣе умножаютъ въ послѣдовательномъ порядкѣ степени съ одинаковыми показателями и вмѣстѣ съ выписываніемъ получаемыхъ степеней переписываютъ также тѣхъ множителей, которые встрѣчаются только въ одномъ изъ данныхъ одночленовъ. Всѣ степени выписываются въ алфавитномъ порядкѣ ихъ основаній. Одночленные множители пишутся обыкновенно впереди многочленныхъ.

157. $(+a).(-b)$. 157. $(-a).(+b)$.
158. $(-c).(-d)$. 158. $(+c).(+d)$.
159. $(-m).(+n)$. 159. $(+m).(-n)$.

160. $(-a).(+b).(-c)$. 160. $(+a).(-b).(+c)$.

161. $(+m).(-n).(-p)$. 161. $(-m).(+n).(-p)$.

162. $(+x).(+y).(-z).(-t)$. 162. $(-x).(-y).(+z).(+t)$.

163. $(+x).(-y).(-z).(-t)$. 163. $(-x).(-y).(+z).(-t)$.

164. $a^3.a^2$. 164. $a^2.a^3$. **172.** $u^m.u^m.u^n$. 172. $u^m.u^n.u^n$.

165. $b^7.b$. 165. $b.b^6$. **173.** $a^{2n-1}.a^{2n+1}$. 173. $a^{3n+1}.a^{3n-1}$.

166. $c^n.c^2$. 166. $c^m.c^3$. **174.** $b^{m-4}.b^{m+3}$. 174. $b^{m+4}.b^{m-3}$.

167. $d^m.d^m$. 167. $d^n.d^n$. **175.** $b^{4n-2}.b^2$. 175. $b^{5n-1}.b$.

168. $x^a.y^{2a}$. 168. $x^{2a}.y^a$. **176.** $c^{2n-1}.d^{n+1}$. 176. $c^{n-1}.d^{2n+2}$.

169. $x.x^2.x^3$. 169. $x^2.x.x^4$. **177.** $3a^2.5a^5$. 177. $4b^3.2b^2$.

170. $y^a.y^3.y^7$. 170. $y^2.y^a.y^5$. **178.** $7a^2b.3a^3b^2$. 178. $5ab^3.a^2b^5$.

171. $z^m.z^n.z^p$. 171. $z^m.z^p.z^n$. **179.** $10a^5bc.2ab^4d^3$. 179. $7ab^2c.3b^2c^5d^4$

180. $\frac{2}{3}a^2b^3c.2\frac{1}{3}a^3bcd^3$. 180. $\frac{3}{4}a^3bc^2.2\frac{1}{2}abcd^4$.

181. $-\frac{1}{2}a^5b^4c^3.-\frac{3}{4}ab^2c^nd$. 181. $-\frac{3}{4}a^7b^4c^2.\frac{3}{2}a^2bc^nd^3$.

182. $5a^mb^{n-2}.-\frac{2}{7}a^nb^{m+2}c^n$. 182. $-7a^{n-3}b^mc.-\frac{5}{8}a^{m+3}b^n$.

183. $-4,2a^{4n}x^{2m}.5a^3xy^n$. 183. $0,4a^{3n}x^m.-5a^3xy^m$.

184. $-0,(3)c^xd^{y-1}k^3.-2\frac{1}{4}cd^{2-y}$. 184. $-0,(3)b^{n-4}x^p.3b^{n+1}x^{3-p}d^2$.

185. $-0,3y^{2m+n-1}.-0,2y^{n-3m}$. 185. $-0,1z^{m+n}.0,5z^{m-2n+2}$.

186. $0,58(3)x^{n+2m-3}.-\frac{3}{4}x^{1-y}y$. 186. $0,2(6)x^{m+2}y^{m-3}.-\frac{5}{6}x^{2-2m}y$.

187. $-3(a-b)^2.\frac{1}{6}(a-b)^3$. 187. $4(a+b)^4.-\frac{1}{8}(a+b)^5$.

188. $5(m+2n)^7.-1\frac{1}{5}(m+2n)$. 188. $-1\frac{3}{4}(m-2n)^6.7(m-2n)$.

189. $-\frac{2}{3}x(y+z)^p.\frac{3}{2}x^2(y+z)^{p-1}$. 189. $0,5x(y-z)^p.2x^3(y-z)^{p+1}$.

190. $a^2(a^3-b^3)^2.(a^3-b^3)^6.a(a^3-b^3)$.

190. $a^3(a^3+b^3)^3.a(a^3+b^3).(a^3+b^3)^5$.

191. $x^5(m-n)^{m-1}.x(m-n)^{5-2m}.(m-n)^2$.

191. $x^4(m+n)^3.x(m+n)^{n+1}.(m+n)^{m-3n}$.

192. $a^5.a^5$. 192. $b^7.b^7$. **194.** $3a.3a$. 194. $7a.7a$.

193. $x^2.x^2$. 193. $x^3.x^3$. **195.** $5a^3.5a^3$. 195. $3a^5.3a^5$.

196. $2a^3b^2c.2a^3b^2c$. 196. $3ab^2c^3.3ab^2c^3$.

197. $a^2.a^2a^2$. 197. $b^4.b^4.b^4$ **198.** $b^5.b^5.b^5.b^5$. 198. $a^3.a^3.a^3.a^3$.

199. $5a^2b.5a^2b.5a^2b$. 199. $4ab^2.4ab^2.4ab^2$.

200. $(7a^3cx^2)^2$. 200. $(6ac^3x^2)^2$. **201.** $(5ac^2x^3)^3$. 201. $(4a^3c^2x)^3$.

202. $(-\frac{3}{4}x^4y^5)^2$. 202. $(-\frac{2}{3}x^5y^3)^2$.

203. $(-2\frac{1}{2}xy^3)^3$. 203. $(-1\frac{1}{3}x^4y)^3$.

204. $(-\frac{3}{5}a^2x^m)^2$. 204. $(-\frac{2}{3}a^nx^3)^2$.

205. $(-\frac{3}{4}b^2y^p)^4$. 205. $(-\frac{4}{5}b^py^4)^4$.

206. $[3a^2b+(-6a^2b)-(-2a^2b)].2ab^4c^3$.

206. $[-3a^2b^3-(-7a^2b^3)+(-4a^2b^3)].3a^3bc^4$.

207. $[-7,4m^{12}n^4+(-7,6m^{12}n^4)].(0,4m^2n^3.-2an^3)$.

207. $[5,8m^2n^2-(-6,2m^2n^2)].(0,3m^3n^2.-an^4)$.

208. $[3c^2x^4-(5\frac{1}{8}c^2x^4-9\frac{5}{24}c^2x^4)].(2ac^2x^2-\frac{4}{3}ac^2x^2)$.

208. $[5c^4x^3+(-4\frac{2}{3}c^4x^3+6\frac{5}{6}c^4x^3)].(3b^3c^5x-2\frac{1}{3}b^3c^5x)$.

§ 8. Умноженіе многочлена на одночленъ.

При умноженіи многочлена на одночленъ нужно мысленно представить себѣ многочленъ въ видѣ алгебраической суммы его членовъ, т. е. относить знаки, стоящіе передъ членами, къ самимъ этимъ членамъ. При такомъ представленіи отдѣльныхъ членовъ, нужно каждый членъ многочлена послѣдовательно умножить на множителя, соблюдая общее правило умноженія одночленовъ. Наконецъ получаемыя произведенія нужно складывать, т. е. выписывать ихъ рядомъ съ ихъ знаками.

209. $(a+b-c).3$. 209. $(a-b+c).2$.

210. $(2a-4b+c).3$. 210. $(3a+b-4c).2$.

211. $(-5x+3y-8z).-2$. 211. $(-6x-9y+2z).-3$.

212. $(x-y+z).-\frac{3}{5}$. 212. $(x+y-z).-\frac{2}{3}$.

213. $2(a+b-c)$. 213. $3(a-b+c)$.

214. $-5(-a-b+c+d)$. 214. $-4(-a+b-c+d)$.

215. $(m+n-p).-\frac{6}{7}$. 215. $(m-n+p).-\frac{5}{6}$.

216. $(7a-3b+2c).2d$. 216. $(5a+8b-3c).3d$.

217. $(11a+4b-3c+d).5k$. 217. $(10a-3b+c-4d).4k$.

218. $(3a^2b-2ab^2+b^3).2a^2b^2$. 218. $(5a^3b+7a^2b^2-ab^3).3a^3b^2$.

219. $(-5b^2+2bc^2-4cd).\frac{1}{2}b^2c^3$. 219. $(-3b^3+4b^2c^5-6cd).\frac{1}{3}b^2c^4$.

220. $(\frac{2}{3}a^3-0,4ab^2+0,6d^4).\frac{2}{3}a^2d$. 220. $(\frac{3}{4}a^4-0,2a^2b^3+0,1d^4).\frac{5}{2}ad^3$.

221. $(-2a^2b^2+5ab^3-7b^4).-4ab$.

221. $(-3a^2b^2+4ab^3-5b^4).-5a^2b^2$.

222. $-2a^3x^3.(-4a^2x+5a^3x^3-3ax^2)$.

222. $-7a^4x^2.(-2ax^2-5a^3x^4+4a^2x)$.

223. $1\frac{1}{2}mn^2.(\frac{5}{3}m^2-\frac{2}{3}m^2n+\frac{3}{4}mn^2)$. 223. $1\frac{1}{3}m^3n(\frac{3}{4}m^2-\frac{3}{2}mn^2-\frac{5}{6}n^3)$.

224. $(7a^n-3a^{n-1}b+2a^{n-2}b^m).-0,4a^{n+2}b^3$.

224. $(5x^p+2x^{p+1}y-4x^{p+2}y^q).-0,3x^{p-2}y^3$.

225. $(-\frac{2}{3}d^{2-m}e^{3-2n}+4,8d^me^n-0,4e^{5-2n}).-5d^{2n}e^{2n}$.

225. $(-\frac{4}{3}k^{m-2}f^{2n-3}-2,4k^mf^n+0,2f^{5-2n}).-5k^{4-m}f^{2n}$.

226. $-\frac{2}{3}b^pc^q.(3b^5-4c^3+9b^3c^2-27)$.

226. $-\frac{5}{6}b^qc^p.(6b^6-2c^2-15b^2c^3+8)$.

227. $(8a^{1-2m}+b^{3-n}-\frac{1}{2}a^{2-3m}b^{5-2n}+2b^4).6a^{3m-1}b^{2n-3}$.

227. $(3x^{2m-1}-\frac{3}{7}y^{3n-5}+x^{2m}y^{3n}-3y^2).8x^{3-2m}y^{6-3n}$.

228. $(-9x^py^q-4x^{p-1}y^{q-2}+3x^{p-2}y^{q-4}-y^{q-6}).-0,5x^{p+2}y^{p+q}$.

228. $(-6x^qy^p+2x^{1-p}y^{q+2}-x^{p+2}y^{4-q}+7y^{q+6}).-0,3x^{p+3}y^{p-q}$.

229. $\left[x^2(x^2+2)^n-2x(x^2+2)^{n+2}+4(x^2+2)^{n+3}\right].-3x^3(x^2+2)^{n-3}$.

229. $\left[y^2(y^2-2)^m+3y(y^2-2)^{m+1}-6(y^2-2)^{m+2}\right].-2y^4(y^2-2)^{m-2}$.

230. $\left[\frac{2}{3}(a+b)^p(a-b)^{q-2}-\frac{5}{6}(a+b)^{p-1}(a-b)^{q-1}-\right.$
$\left.-\frac{4}{9}(a+b)^{p-2}(a-b)^q\right].0,6(a+b)^{p+2}(a-b)^{q+2}$.

230. $\left[\frac{2}{5}(a+b)^{p+2}(a-b)^q-\frac{4}{15}(a+b)^{p+2}(a-b)^{q+1}-\right.$
$\left.-0,7(a+b)^{p+2}(a-b)^{q+2}\right].2.5(a+b)^{p-2}(a-b)^{q-2}$.

§ 9. Умноженіе многочленовъ.

Для умноженія многочлена на многочленъ поступаютъ такъ: разсматриваютъ данные многочлены какъ алгебраическія суммы ихъ членовъ. Умножаютъ въ послѣдовательномъ порядкѣ каждый членъ множимаго на каждый членъ множителя. Полученныя одночленныя произведенія складываютъ. Если въ составленномъ такимъ образомъ многочленномъ произведеніи встрѣчаются подобные члены, то дѣлаютъ приведеніе ихъ.

231. $(a+b)(c+d)$. 231. $(a-b)(c+d)$.

232. $(3a-4b)(2c+5d)$. 232. $(2a+3b)(2c-5d)$.

233. $(3a+2b)(a-b)$. 233. $(3a-2b)(a+b)$.

234. $(4b-5c)(3b+4c)$. 234. $(4b+9c)(b-5c)$.

235. $(2a^2+3b^2)(3a^2-2b^2)$. 235. $(4a^2-5b^2)(5a^2-4b^2)$.

236. $(6a^3b-5b^2)(2ab^3+3a^2)$. 236. $(7ab^2+3b^3)(2ab^3-4a^2)$.

237. $(8a^m-3ab^{2n})(2a+a^{2m}b^{n-4})$. 237. $(6a^p+2a^3b^q)(a-3a^{3p}b^{q+4})$.

238. $(5c^{m-2}d^n+4cd^{2-n})(2c^{4-m}-cd^{n+4})$.

238. $(3c^{m+2}d^2-4cd^{n-3})(5c^{5-m}+cd^{4-n})$.

239. $(x-y+z)(a+b)$. 239. $(x+y-z)(a-b)$.

240. $(a^3+3ab-2b^2)(2a^2-3b)$. 240. $(3a^2-5ab+2b^2)(a^2-7ab)$.

241. $(3x^2-4x+7)(5x^2-x-4)$. 241. $(x^2+7x-5)(x^2-3x+7)$.

242. $(5a^3-2a^2x+ax^2)(2a^2-ax+x^2)$.

242. $(3a^3-2a^2b+ab^2)(2a^2-ab-5b^2)$.

243. $(a^2-2bx+x^2)(a^2+2bx-x^2)$.

243. $(a^2+4bx-x^2)(a^2-4bx+x^2)$.

244. $(8x^3-4x^2y+2xy^2-y^3)(2x-3y)$.

244. $(6y^3-3xy^2+5x^2y-x^3)(2x+3y)$.

245. $(a^4-a^3b+a^2b^2-ab^3+b^4)(a+b)$.

245. $(a^4+a^3b+a^2b^2+ab^3+b^4)(a-b)$.

246. $(a^6+3a^4b^2+9a^2b^4+27b^6)(a^2-3b^2)$.

246. $(8a^6-4a^4b^2+2a^2b^4-b^6)(2a^2+b^2)$.

247. $(x^3-6ax^2+12a^2x-8a^3)(x^2-4ax+4a^2)$.

247. $(x^3-9bx^2+27b^2x-27b^3)(x^2+6bx+9b^2)$.

248. $(a^2-2a+1)(a^4+2a^3+3a^2+2a+1)$.

248. $(a^2+2a+1)(a^4-2a^3+3a^2-2a+1)$.

249. $(x^4-7x^3y+6x^2y^2+8xy^3-2y^4)(x^2-3xy+2y^2)$.

249. $(x^4-4x^3y+6x^2y^2-4xy^3+y^4)(x^2+2xy+y^2)$.

250. $(2a^5-b^3+1).(a^5-\frac{1}{2}b^3-\frac{1}{2})$. 250. $(3a^5+b^3-1).(a^5+\frac{1}{3}b^3-\frac{1}{2})$.

251. $\left(\frac{x^3}{4}-\frac{x^2}{3}+\frac{x}{2}\right).\left(\frac{x^3}{4}+\frac{x^2}{3}-\frac{x}{2}\right)$.

251. $\left(\frac{x^4}{3}-\frac{x^2}{4}-\frac{1}{2}\right).\left(\frac{x^4}{3}-\frac{x^2}{4}+\frac{1}{2}\right)$.

252. $\left(1+\frac{x}{2}+\frac{x^2}{3}+\frac{x^3}{4}\right).\left(1-\frac{x}{2}+\frac{x^2}{3}-\frac{x^3}{4}\right)$.

252. $\left(1+\frac{x}{2}-\frac{x^2}{3}+\frac{x^3}{4}\right).\left(1-\frac{x}{2}+\frac{x^2}{3}+\frac{x^3}{4}\right)$.

253. $(0{,}02a+2a^3-0{,}4a^5).(-0{,}1a^2+0{,}03a^4-0{,}5a^6)$.

253. $(-0{,}3a+0{,}05a^3-0{,}5a^5).(0{,}2a^2-0{,}2a^4+0{,}4a^6)$.

254. $\left[0{,}(3)a^3+0{,}6a^2x-\frac{5}{6}ax^2-0{,}5x^3\right].\left[\frac{1}{2}x^2-0{,}(72)ax-0{,}(5)a^2\right]$.

254. $\left[2{,}(4)a^3-\frac{3}{7}a^2x-0{,}(6)ax^2+\frac{3}{5}x^3\right].\left[3x^2-0{,}(81)ax-\frac{3}{4}a^2\right]$.

§ 10. Сокращенное умноженіе по формуламъ.

Задачи этого параграфа должны быть рѣшаемы помимо общаго правила умноженія многочленовъ на основаніи нижеслѣдующихъ формулъ:

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$, $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$,
$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$, $(a+b)(b-a)=b^2-a^2$,
$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$, $(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$,
$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$, $(x-a)(x-b)=x^2-(a+b)x+ab$.
$(x+a)(x-b)=x^2+(a-b)x-ab$, $(x-a)(x+b)=x^2-(a-b)x-ab$,
$(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$, $(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3$,
$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc$,
$(a+b+c)^3=a^3+b^3+c^3+3a^2(b+c)+3b^2(c+a)+3c^2(a+b)+6abc$.

Для болѣе удобнаго примѣненія этихъ формулъ слѣдуетъ запомнить словесное выраженіе каждой изъ нихъ.

255. $(x+y)^2$. 255. $(x-y)^2$. **256.** $(2x-a)^2$. 256. $(x+2a)^2$.
257. $(3x+5y)^2$. 257. $(3x-5y)^2$. **258.** $(7c-4d)^2$. 258. $(7c+4d)^2$.
259. $(1+2x^2)^2$. 259. $(2x^2-1)^2$. **260.** $(a^2-b^2)^2$. 260. $(a^2+b^2)^2$.
261. $(a^3+b^3)^2$. 261. $(a^3-b^3)^2$. **262.** $(5a^2-2b^4)^2$. 262. $(5a^2+2b^4)^2$.
263. $(2x^2+5x)^2$. 263. $(5x-2x^2)^2$. **264.** $(4a-3a^2)^2$. 264. $(4a+3a^2)^2$.
265. $(9m^3+5p^2n)^2$. 265. $(9m^3-5p^2n)^2$.
266. $(1+a)(1-a)$. 266. $(a+1)(a-1)$.
267. $(y+3)(y-3)$. 267. $(3+y)(3-y)$.
268. $(3ab-1)(3ab+1)$. 268. $(1-3ab)(1+3ab)$.
269. $(3x-2y)(3x+2y)$. 269. $(2y-3x)(2y+3x)$.
270. $(5x^2-2y^3)(5x^2+2y^3)$. 270. $(2y^3-5x^2)(2y^3+5x^2)$.
271. $(3ab^2+5a^2b)(3ab^2-5a^2b)$. 271. $(3a^2b+5ab^2)(3a^2b-5ab^2)$.
272. $(5-bx^3)(bx^3+5)$. 272. $(6+bx^4)(bx^4-6)$.
273. $(a^4x+ax^4)(ax^4-a^4x)$. 273. $(a^3x-ax^3)(ax^3+a^3x)$.
274. $(7n^4-6m)(6m+7n^4)$. 274. $(7n^4+6m)(6m-7n^4)$.
275. $(2a^2-\frac{1}{4}b^3)^2$. 275. $(2a^2+\frac{1}{4}b^3)^2$. **276.** $(3x^3+\frac{1}{6}y^2)^2$. 276. $(3x^3-\frac{1}{6}y^2)^2$.
277. $(\frac{2}{3}xy-\frac{3}{4}x^2)^2$. 277. $(\frac{2}{3}xy+\frac{3}{4}x^2)^2$. **278.** $(5y^5+0,1)^2$. 278. $(0,1-5y^5)^2$.
279. $(1,2-5y^6)^2$. 279. $(5y^6+1,2)^2$.
280. $(a^p+\frac{3}{2}ax^4)^2$. 280. $(a^p-\frac{3}{2}ax^4)^2$.
281. $(a^{n+1}-\frac{1}{2}a^{n-1}c^5)^2$. 281. $(\frac{1}{2}a^{n-1}c^5+a^{n+1})^2$.

282. $(\frac{1}{3}x^{2m-1}y^3+\frac{3}{4}x^{m+1}y)^2$. 282. $(\frac{3}{4}x^{m+2}y-\frac{1}{3}x^{2m-1}y^3)^2$.

283. $(\frac{3}{5}np^3x^{2z-2}-\frac{5}{6}c^4n^zx^{3-z})^2$. 283. $(\frac{5}{6}c^4n^zx^{3-z}+\frac{3}{5}np^3x^{2z-2})^2$.

284. $(2a+0,3)(2a-0,3)$. 284. $(0,3-2a)(0,3+2a)$.

285. $(2\frac{1}{2}-7ax^3)(2\frac{1}{2}+7ax^3)$. 285. $(7ax^3-2\frac{1}{2})(2\frac{1}{2}+7ax^3)$.

286. $[2\frac{1}{2}a^{n-3}-0,41(6)][2\frac{1}{2}a^{n-3}+0,41(6)]$.

286. $[0,58(3)+\frac{1}{3}a^{n-2}][0,58(3)-\frac{1}{3}a^{n-2}]$.

287. $(a-x)(a+x)(a^2+x^2)$. 287. $(a+x)(a-x)(a^2-x^2)$.

288. $(3+x)(3-x)(9-x^2)$. 288. $(3-x)(3+x)(9+x^2)$.

289. $(x+y-z)(x+y+z)$. 289. $(x-y+z)(x+y+z)$.

290. $(a-b+c)(a-b-c)$. 290. $(a-b+c)(a+b-c)$.

291. $(2x-y+3z)(2x+y-3z)$. 291. $(x-2y+3z)(x-2y-3z)$.

292. $(x^2+y^2-xy)(x^2+y^2+xy)$. 292. $(xy+x^2+y^2)(xy-x^2-y^2)$.

293. $(a^3b^3+a^6+b^6)(a^3b^3-a^6-b^6)$.

293. $(a^6+b^6-a^3b^3)(a^6+b^6+a^3b^3)$.

294. $(a-2b-3c)(a+2b-3c)$. 294. $(a-2b+3c)(a+2b+3c)$.

295. $(a+2b+3c+d)(a+2b-3c-d)$.

295. $(a+2b+3c+d)(a-2b+3c-d)$.

296. $(2+a^2+3a^3+d^2)(2-a^2+3a^3-d^2)$.

296. $(2+a^2+3a^3+d^2)(2+a^2-3a^3-d^2)$.

297. $(1-x-3x^3+2x^2)(1-x+3x^3-2x^2)$.

297. $(1-x+2x^2-3x^3)(1+x-2x^2-3x^3)$.

298. $(y+2z^3)$. 298. $(2z+y)^3$. **299.** $(2u+v)^3$. 299. $(u+2v)^3$.

300. $(5-a)^3$. 300. $(a-5)^3$. **301.** $(b-3a)^3$. 301. $(3a-b)^3$.

302. $(7d^2-2)^3$. 302. $(2-7d^2)^3$. **303.** $(10-x^2)^3$. 303. $(x^2-10)^3$.

304. $(x^2+y^3)^3$. 304. $(y^3-x^2)^3$. **305.** $(9m^3-5n^2)^3$. 305. $(5n^2-9m^3)^3$.

306. $(m^2n+pn^2)^3$. 306. $(m^2n+p^2n)^3$.

307. $(8z^4+9)^3$. 307. $(9-8z^4)^3$.

308. $(3-10x^5)^3$. 308. $(10x^5+3)^3$.

309. $(4xy^2+3xyz)^3$. 309. $(3xyz-4xy^2)^3$.

310. $(\frac{2}{3}m^2-\frac{3}{4}pn^2)^3$. 310. $(\frac{3}{4}pn^2+\frac{2}{3}m^2)^3$.

311. $(2a+\frac{1}{2}b^2c)^3$. 311. $(\frac{1}{2}b^2c-2a)^3$.

312. $(0,1a-5n^3)^3$. 312. $(5n^3+0,1a)^3$.

313. $(a+1)(a+2)$. 313. $(a-2)(a-1)$.

314. $(x-2)(x-3)$. 314. $(x+2)(x+3)$.

315. $(x-2)(x+5)$. 315. $(x+2)(x-5)$.

316. $(3a+7)(3a-4)$.
317. $(4x-3)(4x+9)$.
318. $(2a+11)(2a-5)$.
319. $(b^2+3)(b^2+4)$.
320. $(c^3-2)(c^3-6)$.
321. $(3y^2+8)(3y^2+12)$.
322. $(1+3a)(1+b)$.
323. $(1+3a)(1-b)$.
324. $(10-5b)(10+c)$.
325. $(10-5b)(10-c)$.
326. $(m+2)(m+n)$.
327. $(x-3)(x-a)$.
328. $(3x^2-m)(3x^2+p)$.
329. $(5y^3-a)(5y^3-b)$.
330. $(ay^m+b)(ay^m-c)$.
331. $(x^2+xy+y^2).(x-y)$.
332. $(m^2-mn+n^2)(m+n)$.
333. $(2^2+2a+a^2).(2-a)$.
334. $(d^2-5d+25)(d+5)$.
335. $(y^2+3yz+9z^2)(y-3z)$.
336. $(9m^2-3am+a^2)(3m+a)$.
337. $(a^6+3a^3+9)(a^3-3)$.
338. $(16m^4-4m^2y^4+y^8)(4m^2+y^4)$.
338. $(16m^4+4m^2y^4+y^8)(4m^2-y^4)$.
339. $(49x^6+56x^3y+64y^2)(7x^3-8y)$.
339. $(49x^6-56x^3y+64y^2)(7x^3+8y)$.
340. $[2a+4b+(-5c)]^2$.
341. $[2x+(-3y)+5z]^2$.
342. $(3m+2n-p)^2$.
343. $(\frac{1}{2}x^2-4y-\frac{2}{3}y^2)^2$.
344. $(\frac{3}{4}a^3-8ab+\frac{1}{3}b^2)^2$.
345. $(x+y+3)^3$.
346. $[x+(-y)+z]^3$.
347. $[a+b+(-c)]^3$.
348. $(a-b-c)^3$.
349. $(2a-b+1)^3$.
350. $(3a^2+ab-1)^3$.

316. $(3a-7)(3a+4)$.
317. $(4x+3)(4x-9)$.
318. $(2a-11)(2a+5)$.
319. $(b^2-3)(b^2-4)$.
320. $(c^3+2)(c^3+6)$.
321. $(3y^2-8)(3y^2-12)$.
322. $(1-3a)(1+b)$.
323. $(1-3a)(1-b)$.
324. $(10+5b)(10+c)$.
325. $(10+5b)(10-c)$.
326. $(m-2)(m-n)$.
327. $(x+3)(x+a)$.
328. $(3x^2+m)(3x^2-p)$.
329. $(5y^3+a)(5y^3+b)$
330. $(ay^m-b)(ay^m+c)$.
331. $(x^2-xy+y^2).(x+y)$.
332. $(m^2+mn+n^2)(m-n)$.
333. $(2^2-2a+a^2).(2+a)$.
334. $(d^2+5d+25)(d-5)$.
335. $(y^2-3yz+9z^2)(y+3z)$.
336. $(9m^2+3am+a^2)(3m-a)$.
337. $(a^6-3a^3+9)(a^3+3)$.
340. $[2a+(-4b)+5c]^2$.
341. $[2x+3y+(-5z)]^2$.
342. $(3m-2n+p)^2$.
343. $(\frac{1}{2}x^2-4y+\frac{2}{3}y^2)^2$.
344. $(\frac{3}{4}a^3-8ab-\frac{1}{3}b^2)^2$.
345. $(x+z+2)^3$.
346. $[x+y+(-z)]^3$.
347. $[a+(-b)+c]^3$.
348. $(c-a-b)^3$.
349. $(2a+b-1)^3$.
350. $(3a^2-ab+1)^3$.

351. $(\frac{x}{2}-\frac{y}{3}+\frac{z}{4})^3$. 351. $(\frac{x}{2}+\frac{y}{3}-\frac{z}{4})^3$.

352. $(\frac{m}{4}+\frac{1}{5}-\frac{n}{2})^3$. 352. $(\frac{m}{4}-\frac{1}{5}+\frac{n}{2})^3$.

353. $(2a^2-\frac{1}{3}ab+b^2)^3$. 353. $(2a^2+\frac{1}{3}ab-b^2)^3$.

354. $(3a^3+a^2b-\frac{1}{3}ab^2)^3$. 354. $(3a^3-a^2b-\frac{1}{3}ab^2)^3$.

Произвести умноженіе сокращеннымъ путемъ, соединяя производителей наивыгоднѣйшимъ образомъ:

355. $(a+2)(a-2)(a^2+4)$. 355. $(a-3)(a+3)(a^2+9)$.

356. $(a-3)(a+2)(a-2)$. 356. $(a+2)(a-3)(a+3)$.

357. $(x+a)(x-a)^2$. 357. $(x+a)^2(x-a)$.

358. $(x+a)^2(x-a)$. 358. $(x-a)^2(x+a)$.

359. $(m+2)(m-2)(m-2)(m+2)$. 359. $(m+3)(m-3)(m-3)(m+3)$.

360. $(m+3)^2(m-3)^2$. 360. $(m-2)^2(m+2)^2$.

361. $(a+b)^2(a-b)^2$. 361. $(a+b)^2(a-b)^2$.

362. $(a+b)(a-5)(a-b)(a+5)$. 362. $(a-c)(a+7)(a-7)(a+c)$.

363. $(x^2y-xy^2)(x^4y^2+x^2y^4)(x^2y+xy^2)$.

363. $(xy^2+x^2y)(x^4y^2+x^2y^4)(xy^2-x^2y)$.

364. $(xy+2x^2)(x^2y^2-4x^4)(xy-2x^2)$.

364. $(xy-3y^2)(x^2y^2-9y^4)(xy+3y^2)$.

365. $(a-b)(a+3c)(a+b)(a-3c)$. 365. $(a+2b)(a-c)(a-2b)(a+c)$.

366. $(2a+b)(a-c)(2a-b)(a-c)$. 366. $(a-b)(3a-c)(a-b)(3a+c)$.

367. $(x+y)(x^2-xy+y^2)(x-y)(x^2+xy+y^2)$.

367. $(x^2+xy+y^2)(x-y)(x+y)(x^2-xy+y^2)$.

368. $(x-2y)(x^2-2xy+4y^2)(x+2y)(x^2+2xy+4y^2)$.

368. $(x^2+2xy+4y^2)(x+2y)(x^2-2xy+4y^2)(x-2y)$.

369. $(m^2-mn+n^2)(m^2+mn+n^2)(m^4-m^2n^2+n^4)$.

369. $(m^2+mn-n^2)(m^2-mn-n^2)(m^4+3m^2n^2+n^4)$.

370. $(m^2+mn-2n^2)(m^2-mn-2n^2)(m^4+5m^2n^2+4n^4)$.

370. $(m^2-mn+2n^2)(m^2+mn+2n^2)(m^4-3m^2n^2+4n^4)$.

371. $(a^2-a+1)(a^2+a+1)(a^4+a^2+1)$.

371. $(a^2+2a+1)(a^2-2a+1)(a^4-2a^2+1)$.

372. $(a^2+2a-1)(a^2-2a-1)(a^4-6a^2+1)$.

372. $(a^2-a-1)(a^2+a-1)(a^4-3a^2+1)$.

373. $(x+y+z)(x+y-z)(x+z-y)(x-y-z)$.

373. $(x+y+z)(y-x-z)(z-x+y)(x+y-z)$.

374. $(x+y+z)(x+z-y)(y+x-z)(x-z-y)$.

374. $(x+y+z)(z-x-y)(z+x-y)(z+y-x)$.

Въ слѣдующихъ числовыхъ примѣрахъ произвести вычисленія по общимъ формуламъ сокращеннаго умноженія:

375. $21^2=(20+1)^2$. 375. 31^2.
376. $49^2=(50-1)^2$. 376. 28^2.
377. 87^2. 377. 93^2. **378.** 102^2. 378. 98^2.
379. 58^2. 379. 62^2. **380.** 25^2. 380. 35^2.
381. 55^2. 381. 45^2. **382.** 105^2. 382. 103^2.
383. $47.33=(40+7)(40-7)$. 383. $42.58=(50-8)(50+8)$.
384. 24.16. 384. 44.36. **385.** 84.76. 385. 94.86.
386. 97.103. 386. 104.96. **387.** 88.112. 387. 111.89.
388. 125.115. 388. 105.115. **389.** 209.191. 389. 192.208.
390. $42.43=(40+2)(40+3)$. 390. $48.47=(50-2)(50-3)$.
391. $62.57=(60+2)(60-3)$. 391. $73.68=(70+3)(70-2)$.
392. 101.98. 392. 102.97. **393.** 29.27. 393. 98.95.
394. 88.87. 394. 79.78. **395.** 205.206. 395. 302.305.
396. $12^3=(10+2)^3$. 396. 21^3.
397. $29^3=(30-1)^3$. 397. 38^3.
398. 41^3. 398. 14^3. **399.** 98^3. 399. 99^3.
400. 112^2. 400. 211^2. **401.** 408^2. 401. 804^2.
402. 999^2. 402. 1001^2. **403.** 1003^2. 403. 997^2.
404. $25^2-15^2=(25+15)(25-15)$.
404. $35^2-25^2=(35+25)(35-25)$.
405. 43^2-33^2. 405. 87^2-67^2. **406.** 18^2-12^2. 406. 19^2-11^2.
407. 88^2-12^2. 407. 97^2-3^2. **408.** 323^2-77^2. 408. 256^2-44^2.
409. 565^2-35^2. 409. 981^2-19^2. **410.** 974^2-26^2. 410. 1062^2-62^2.

§ 11. Дѣленіе одночленовъ.

При дѣленіи одночленовъ поступаютъ такъ: сначала по извѣстному правилу знаковъ, которое выражается такъ же, какъ и въ умноженіи, выставляютъ знакъ частнаго. Затѣмъ дѣлятъ числовую величину коэффиціента дѣлимаго на числовую величину коэффиціента дѣлителя и пишутъ результатъ послѣ знака. Далѣе составляютъ буквенныхъ множителей частнаго по слѣдующему правилу: если какой либо множитель входитъ только въ дѣлимомъ, то его переносятъ въ частное безъ измѣненія; если множитель входитъ въ оба одночлена въ различныхъ степеняхъ, то его пишутъ въ частномъ съ показателемъ, равнымъ разности показателей дѣлимаго и дѣлителя, а при равенствѣ показателей просто сокращаютъ; если же показатель множителя въ дѣлимомъ меньше показателя того же множителя въ дѣли-

телѣ, или въ дѣлителѣ входитъ множитель, не содержащійся въ дѣлимомъ, то дѣленіе надѣло невозможно, и тогда частное просто обозначаютъ дробью.

411. $-2a:2$. 411. $3a:(-3)$. **412.** $5a:(-5)$. 412. $-8a:8$.
413. $7b:(-7)$. 413. $-7b:(-7)$. **414.** $-9a:(-9)$. 414. $10a:10$.
415. $4a:a$ 415. $4b:(-b)$. **416.** $-8a:a$. 416. $-8a:(-a)$.
417. $5d:(-d)$. 417. $-5d:d$. **418.** $-10c:(-c)$. 418. $10c:c$.
419. $6mn:3n$. 419. $4mn:-2n$.
420. $-3mn:2n$. 420. $-6mn:(-4n)$. **421.** $8abc:(-2b)$. 421. $-9abc:3b$.
422. $-9abc:(-3b)$. 422. $8abc:2b$.
423. $-5xyz:5xz$. 423. $7xyz:(-7xz)$.
424. $7xyz:-7xz$. 424. $-5xyz:(-5xz)$.
425. $-14cd:-7cd$. 425. $12cd:-4cd$. **426.** $-12a^2:4a$. 426. $-14a^3:7a$.
427. $a^5:a^2$. 427. $a^5:a^3$. **428.** $b^7:b^4$. 428. $b^7:b^3$.
429. $x^{12}:-x^7$. 429. $-y^{12}:y^5$. **430.** $-x^{10}:x^9$. 430. $y^{10}:-y$.
431. $m^{15}:m$. 431. $m^{15}:m^7$. **432.** $n^{13}:n^{12}$. 432. $n^{12}:n^7$.
433. $m^5:m^5$ 433. $n^7:n^7$. **434.** $m^8:m^{10}$. 434. $n^5:n^7$.
435. $x^m:x^n$. 435. $y^a:y^b$. **436.** $-x^{2m}:x^m$. 436. $y^{3a}:-y^{2a}$.
437. $x^m:x^n$. 437. $y^{2a}:y^{2a}$. **438.** $x^{5m}:x^{6m}$. 438. $y^a:y^{2a}$.
439. $-a^n:a^{4n}$. 439. $a^{3m}:-a^{5m}$.
440. $-a^{2n}:-a^{8n}$. 440. $-a^m:-a^{7m}$.
441. $a^{n+2}:a^n$. 441. $a^n:a^{n-2}$. **442.** $b^m:b^{m-5}$. 442. $b^{m+5}:b^m$.
443. $x^k:x^{k+2}$. 443. $x^{k-3}:x^k$. **444.** $y^{l-3}:y^l$. 444. $y^l:y^{l+2}$.
445. $x^{k+3}:x^{k-2}$. 445. $x^{k-2}:x^{k-3}$. **446.** $y^{k+l}:y^{k-2l}$. 446. $y^{k+2l}:y^{k-l}$.
447. $16a^3b^2:8a^2b$. 447. $16a^2b^3:2ab^2$.
448. $35a^5b^3c:7a^4b$. 448. $35ab^5c^3:5b^3c$.
449. $24x^8y^3z:3x^5yz$. 449. $24xy^8z^3:8xy^5z$.
450. $48x^my^5zu:6x^nz$. 450. $48xy^mz^3u:8y^nu$.
451. $42a^mb^3d:\frac{2}{3}a^2b$. 451. $42ab^md^3:\frac{3}{2}b^2d$.
452. $2a^mb^n:9a^3b$. 452. $9a^nb^m:2ab^3$.
453. $6a^8b^mc^n:-4ab^5$. 453. $-4a^nb^mc^8:6a^5b$.
454. $-12a^mb^3c^p:-9ac^q$. 454. $9a^3b^mc^p:-12bc^q$.
455. $-22ab^md^3:2\frac{3}{4}ab^2d$. 455. $-2\frac{3}{4}a^mb^3d:-22a^2bd$.
456. $0{,}6b^7c^{m+1}:-3b^6c^{m-1}$. 456. $-3b^mc^6:0{,}6b^{m-2}c^5$.
457. $-3a^{m+n}b^{m-n}c:-1{,}5a^mb^n$. 457. $1{,}5a^{m-n}b^{m+n}c:-3a^nb^n$.
458. $6m^2(n+2p)^5q:-3m(n+2p)^3$.
458. $-3m^5(n-2p)^2q:6m^3(n-2p)$.

459. $\frac{1}{2}a^5(b-c)^3(b+c)^5:\frac{3}{4}a(b-c)^2.$

459. $\frac{3}{4}a^2(b+c)^5(b-c)^2:-\frac{1}{2}a^2(b+c)^2.$

460. $-10(a-1)^{m+n}(a+b)^{n+2}c^p:-3\frac{3}{4}(a-1)^{m-n}(a+b)^{n-3}c^q.$

460. $-3\frac{3}{4}(a+1)^{n+2}(a-b)^{m+n}c^q:10(a+1)^{n-3}(a-b)^{n-m}c^p.$

§ 12. Дѣленіе многочлена на одночленъ.

При дѣленіи многочлена на одночленъ, нужно мысленно представить себѣ многочленъ въ видѣ алгебраической суммы его членовъ, т. е. относить знаки, стоящіе передъ членами, къ самимъ этимъ членамъ. При такомъ представленіи отдѣльныхъ членовъ, нужно каждый членъ многочлена послѣдовательно дѣлить на дѣлителя, соблюдая общее правило дѣленія одночленовъ. Наконецъ получаемыя произведенія нужно складывать, т. е. выписывать ихъ рядомъ съ ихъ знаками. Въ случаѣ невозможности дѣленія одного или нѣсколькихъ членовъ, нужно обозначить соотвѣтствующія частныя дробями.

461. $(6a+8b-2c):2.$ 461. $(6a-8b+2c):-2.$

462. $(-am-bm+cm):-m.$ 462. $(an+bn-cn):n.$

463. $(ax+ay-az):a.$ 463. $(-bx+by-bz):-b.$

464. $(15a^2-9a^5+18a^9):3a^2.$ 464. $(3a^3-6a^7-15a^{10}):3a^3.$

465. $-(6x^2y-4x^2z-6xyz):2x.$ 465. $-(8x^4y^2-12x^2z-16xyz):4x.$

466. $(3a^3b^2-15a^2b^4-12ab^6c):-3ab^2.$

466. $(5a^3b^3-35a^2b^2c^2+20a^5bc^4):-5a^2b.$

467. $(a^3x^3y-3a^2x^2y+3ab^2xy^2):axy.$

467. $(a^3xy^3+3ax^2y^2-3ab^2x^2y):axy.$

468. $(-35x^3+15x^2y-x^2y^2):-5x^2y.$

468. $(-5x^3y-x^2y^2+24xy^3):-5xy^2.$

469. $(42a^4b^3-9a^3b^4+16a^2b^5):6a^2b^3.$

469. $(36a^3b^4+18a^4b^3-16a^5b^2):12a^3b^2.$

470. $(-4a^2b+6ab^2-12a^3b^5):-\frac{3}{4}ab.$

470. $(-4ab^2-6a^2b+12a^5b^3):-\frac{4}{3}ab.$

471. $(6a^3b^4-9a^{10}b^6+2a^2b^2):3a^5b^5.$

471. $(8a^2b^5-12a^8b^7+3a^3b^2):6a^4b^4.$

472. $(4m^5n^2+\frac{2}{9}m^4n^5-\frac{6}{7}m^3n^6):-\frac{2}{3}m^3n.$

472. $(-5m^2n^5-\frac{2}{9}m^4n^2+\frac{7}{20}mn^6):-\frac{5}{6}mn^2.$

473. $(0{,}5x^8y^7-0{,}32x^7y^8-\frac{1}{3}x^6y^9+\frac{4}{5}x^5y^8):-0{,}(6)x^5y^7.$

473. $(0{,}(4)x^5y^7-\frac{5}{9}x^8y^4+0{,}5x^9y^5-\frac{3}{4}x^4y^8):1{,}3(8)x^4y^3.$

474. $(2m^2n^3-3n^2p^3+4p^3q^3-5q^2r^3):-3m^2n^2p^2q^2.$

474. $(3m^3n^2-4n^3p^2+5p^3q^2-6q^3r^2):-2m^2n^2p^2q^2.$

475. $(46c^{3m-1}-23c^{3m}+20c^{3m+1}-0{,}2c^{3m+2}):23c^{3m-n}.$

475. $(4b^{m+n}-5b^{m+2n}+0{,}4b^{2m+n}-0{,}(3)b^{m-n}):-0{,}2b^{2m-n}.$

476. $\left[0{,}7a^px^{3q}+\frac{1}{3}a^{p-2}x^{q+3}-0{,}(27)a^{p-3}x^{q+5}-\right.$
$\left.-\frac{5}{6}a^{p-4}x^{2q}\right]:-\frac{3}{4}a^{p-5}x^{2q-7}.$

476. $\left[0{,}8x^my^n+0{,}54x^{m-1}y^{n+2}-0{,}(36)x^{m+2}y^{n+4}+\right.$
$\left.+12x^{m+3}y^{n+6}\right]:\frac{2}{3}x^{m-1}y^{2n-2}.$

477. $\left[2x^2(a+b)^4-2xy(a+b)^3+(a+b)^2x\right]:4x(a+b)^2.$

477. $\left[5x^4(a-b)^4+5xy(a-b)^3-(a-b)^2x^3\right]:-10x(a-b)^2.$

478. $\left[10x^3(a-b)-7x^2(a-b)^3+5x(a-b)^4\right]:-5x^2(a-b)^2.$

478. $\left[12a^2(x+y)^3-3a^3(x+y)+4a(x+y)^5\right]:-4a^2(x+y)^2.$

479. $\left[-7ab(x-y^2)^3+8a^2(x-y^2)^6-9a^3b(x-y^2)^5\right]:-12a(x-y^2)^3.$

479. $\left[-3x^5y(a^2+b)^5-6xy^2(a^2+b)^7+5x^3y(a^2+b)^2\right]:8xy(a^2+b)^2.$

480. $\left[4(a-b)^m-3(a-b)^n+2(a-b)^p\right]:6(a-b)^n.$

480. $\left[5(a+b)^p+10(a+b)^m-7(a+b)^n\right]:15(a+b)^p.$

§ 13. Дѣленіе многочленовъ *).

При дѣленіи многочлена на многочленъ поступаютъ такъ: дѣлятъ высшій членъ дѣлимаго на высшій членъ дѣлителя, что даетъ первый членъ частнаго; полученный членъ умножаютъ на дѣлителя и произведеніе вычитаютъ изъ дѣлимаго. Затѣмъ дѣлятъ высшій членъ полученнаго перваго остатка на высшій членъ дѣлителя, отъ чего составляется второй членъ частнаго; составленный членъ умножаютъ на дѣлителя и произведеніе вычитаютъ изъ перваго остатка. Затѣмъ также поступаютъ со вторымъ остаткомъ и т. д.. Если получается остатокъ, котораго высшій членъ не дѣлится на высшій членъ дѣлителя, то дѣленіе нацѣло невозможно. Тогда для выраженія полнаго частнаго прибавляютъ къ найденнымъ членамъ частнаго дробь, которой числителемъ служитъ послѣдній остатокъ, а знаменателемъ дѣлитель.

При указанныхъ вычисленіяхъ можно замѣнить всѣ высшіе члены упомянутыхъ разныхъ многочленовъ соотвѣтствующими низшими

*) Примѣры дѣленія съ остаткомъ обозначены звѣздочкой.

членами тѣхъ же многочленовъ. Но такой способъ вычисленія менѣе употребителенъ и, въ случаѣ невозможности дѣленія нацѣло, можетъ привести къ недоразумѣніямъ.

481. $(x^2+2ax-8a^2):(x-2a)$. 481. $(x^2-2ax-8a^2):(x+2a)$.
482. $(6x^2+ax-a^2):(2x+a)$. 482. $(6x^2-ax-a^2):(2x-a)$.
483. $(a^4+a^3b-a^2b^2-ab^3):(a^2-b^2)$.
483. $(a^4-a^3b+a^2b^2-ab^3):(a^2+b^2)$.
484. $(a^5-a^3b^2+a^2b^3-b^5):(a^3+b^3)$.
484. $(a^5+a^3b^2-a^2b^3-b^5):(a^3-b^3)$.
485. $(3+8x+x^2-2x^3):(1+2x-x^2)$.
485. $(3-8x+x^2+2x^3):(1-2x-x^2)$.
486. $(3-6x^2+4x^4-x^6):(3-3x^2+x^4)$.
486. $(3+6x^2+2x^4-x^6):(3+3x^2-x^4)$.
487. $(6a^2b+9a^3-6ab^2-4b^3):(3a+2b)$.
487. $(6ab^2-4b^3+9a^3-6a^2b):(3a-2b)$.
488. $(2a^3+6ab^2-15b^3+5a^2b):(2a-5b)$.
488. $(2a^3-6ab^2-15b^3+5a^2b):(2a+5b)$.
489. $(-6+13x-2x^3-3x^2):(2-x^2-3x)$.
489. $(-4-3x^3+11x^2):(2-x^2+3x)$.
490. $(15-3x^3+5x^2-9x):(5-3x)$.
490. $(6+5x^3-3x^2-10x):(3-5x)$.
491. $(8p^3-27q^3):(4p^2+6pq+9q^2)$.
491. $(27p^3+8q^3):(9p^2-6pq+4q^2)$.
492. $(27p^9+64q^6):(9p^6-12p^3q^2+16q^4)$.
492. $(64p^6-27q^9):(16p^4+12p^2q^3+9q^6)$.
493* $(2x^3+5x^2+13x+2):(x^2+2x+3)$.
493* $(2x^3-5x^2+9x-4):(x^2-2x+3)$.
494* $(1-5x+11x^2-3x^3):(1-3x+2x^2)$.
494* $(1+6x+13x^2+10x^3):(1+2x+3x^2)$.
495. $(\frac{8}{27}x^3-\frac{27}{64}y^6):(\frac{4}{9}x^2+\frac{1}{2}xy^2+\frac{9}{16}y^4)$.
495. $(\frac{27}{64}x^6+\frac{8}{27}y^3):(\frac{9}{16}x^4-\frac{1}{2}x^2y+\frac{4}{9}y^2)$.
496. $(\frac{27}{125}x^6+\frac{8}{27}y^3):(\frac{9}{25}x^4-\frac{2}{5}x^2y+\frac{4}{9}y^2)$.
496. $(\frac{8}{27}x^3-\frac{27}{125}y^6):(\frac{4}{9}x^2+\frac{2}{5}xy^2+\frac{9}{25}y^4)$.
497. $(3a^4-8a^3+7a^2-2a):(3a^2-2a)$.
497. $(3a^4+8a^3+a^2-2a):(3a^2+2a)$.
498. $(10a^6-9a^4-14a^2-3):(5a^2+3)$.
498. $(10a^6-21a^4-4a^2-3):(5a^2-3)$.

499. $(6a^{2n-2}+a^{2n+4}-a^{2n}):(a^4+2a^2)$.

499. $(a^{2n+6}+3a^{2n}-8a^{2n+2}):(a^3+3a)$.

500. $(a^{m+n}+a^{m+n-3}):(a^{n-1}+a^n)$.

500. $(a^{m+n+1}-a^{m+n-2}):(a^{n-1}-a^{n-2})$.

501. $(a^4+a^3b+19ab^3-15b^4-8a^2b^2):(a^2+3ab-5b^2)$.

501. $(a^4+19ab^3-a^3b-15b^4-4a^2b^2):(a^2+2ab-3b^2)$.

502. $(m^4+\frac{3}{16}m-\frac{3}{8}m^2-\frac{1}{32}):(m^2+\frac{1}{8}-\frac{1}{2}m)$.

502. $(n^4+\frac{4}{81}n-\frac{1}{27}n^2-\frac{1}{243}):(n^2-\frac{1}{27}+\frac{1}{3}n)$.

503. $(4-\frac{13}{2}m^2+\frac{3}{4}m^4+\frac{m}{3}+\frac{17m^3}{12}):(\frac{3m^2}{4}-1-\frac{5m}{6})$.

503. $(4+\frac{8n^4}{3}-6\frac{2}{5}n^3-7\frac{4}{5}n+10\frac{14}{15}n^2):(\frac{4n^2}{3}+1-\frac{6n}{5})$.

504* $(3x^4-8x^3-10x^2+10x-2):(3x^2-2x+1)$.

504*. $(3x^4+8x^3+20x^2+15x+7):(3x^2+2x+1)$.

505* $(1-4x-4x^2+15x^3-6x^4+x^5):(1-5x+3x^2+x^3)$.

505* $(1-4x-6x^2+10x^3-4x^4-x^5):(1+5x-3x^2-x^3)$.

506* $(x^5+3x^4+8x^3+10x^2+3x+6):(x^3+2x^2+5x+1)$.

506* $(x^5-3x^4-2x^3+2x^2-x+4):(x^3-2x^2-5x+1)$.

507. $(1-2m^4-m^2-m^5-m^3):(1-m^2-m)$.

507. $(1+m^3-2m^4-2m+m^2+m^5):(1+m^2-m)$.

508. $(81m^4-16n^4):(3m+2n)$.

508. $(16m^4-81n^4):(2m-3n)$.

509. $(16p^{12}-81q^8):(2p^3-3q^2)$.

509. $(81p^8-16q^{12}):(3p^2+2q^3)$.

510. $(32x^{10}+y^5):(y+2x^2)$.

510. $(x^{10}+243y^5):(3y+x^2)$.

511. $(243p^{10}-q^5):(3p^2-q)$.

511. $(p^{10}-32q^5):(p^2-2q)$.

512. $(x^6-2x^3+1):(x^2-2x+1)$.

512. $(x^6+2x^3+1):(x^2+2x+1)$.

513. $(x^6-y^6):(x^2+xy+y^2)$.

513. $(x^6-y^6):(x^2-xy+y^2)$.

514. $(1+15x^2+15x^4+x^6-6x-20x^3-6x^5):(-3x-x^3+1+3x^2)$.

514. $(1+2x^2-4x^4+x^6-4x+2x^3+2x^5):(-2x+2x^2+1-x^3)$.

515. $(\frac{3}{4}m^5+\frac{77}{8}m^3-4m^4-10\frac{3}{4}m^2+27-\frac{33}{4}m):(-m+\frac{1}{2}m^2+3)$.

515. $(\frac{4}{3}m^5+7\frac{26}{45}m^3-\frac{16}{15}m^4-1\frac{4}{9}m+4\frac{7}{45}m^2+\frac{1}{27}):(\frac{1}{3}+2m^2-m)$.

516* $(a^5-2a^3b^2-ab^4):(a^3-2a^2b+2ab^2-b^3)$.

516* $(a^5-6a^3b^2-ab^4):(a^3+2a^2b-2ab^2+b^3)$.

517* $(a^5-2a^4b-4a^3b^2+b^5):(a^3+3ab^2+b^3)$.

517* $(a^5+2a^4b-10a^2b^2+b^5):(a^3-3ab^2+b^3)$.

518* $(6+7a^2+31a^6+10a^{10}):(2+3a^2-a^4+6a^6)$.

518* $(6-7a^2-6a^4+8a^{10}):(2-3a^2+a^4-6a^6)$.

519. $(5a^3-26a^2-11a^4+2a^6-5a^5-12+7a):(4a^2-a^3-a+3)$.

519. $(6a^2-4a+11a^4-9a^3-5a^5+1+6a^6):(a^2-2a-2a^3+1)$.

520. $(6x^8+10\frac{1}{2}x^4y^4+36x^2y^6+16y^{10}-50xy^8-8x^5y^4):(4\frac{1}{2}xy^2-$
$-4y^4+3x^3)$.

520. $(6x^8-37\frac{1}{2}x^4y^4-24x^3y^6+16y^{10}+36x^2y^6-8x^5y^4+$
$+50xy^8):(4\frac{1}{2}xy^2+4y^4-3x^3)$.

521. $(a^8+a^6+a^4+a^2+1):(a^4-a^3+a^2-a+1)$.

521. $(a^8+a^6+a^4+a^2+1):(a^4+a^3+a^2+a+1)$.

522. $(x^8+x^6y^2+x^4y^4+x^2y^6+y^8):(x^4+x^3y+x^2y^2+xy^3+y^4)$.

522. $(x^8+x^6y^2+x^4y^4+x^2y^6+y^8):(x^4-x^3y+x^2y^2-xy^3+y^4)$.

523. $(m^6+2m^3n^3+n^6):(m^2+2mn+n^2)$.

523. $(m^6-2m^3n^3+n^6):(m^2-2mn+n^2)$.

524. $(m^6-54m^3+729):(m^2-6m+9)$.

524. $(m^6+54m^3+729):(m^2+6m+9)$.

525. $(x^8-2x^4y^4+y^8):(x^2+2xy+y^2)$.

525. $(x^8-2x^4y^4+y^8):(x^2-2xy+y^2)$.

526. $(x^8-32x^4+256):(x^2-4x+4)$.

526. $(x^8-32x^4+256):(x^2+4x+4)$.

§ 14. Сокращенное дѣленіе по формуламъ *).

Задачи этого параграфа должны быть рѣшаемы по тѣмъ же формуламъ, которыя служатъ для сокращеннаго умноженія многочленовъ, примѣняя только эти формулы въ обратномъ смыслѣ ихъ.

527. $(a^2-b^2):(a+b)$. 527. $(a^2-b^2):(a-b)$.

528* $(a^2+b^2):(a-b)$. 528* $(a^2+b^2):(a+b)$.

529. $(a^3+b^3):(a+b)$. 529. $(a^3-b^3):(a-b)$.

530* $(a^3-b^3):(a+b)$. 530* $(a^3+b^3):(a-b)$.

531. $(a^4-b^4):(a^2-b^2)$. 531. $(a^4-b^4):(a^2+b^2)$.

532* $(a^4+b^4):(a^2+b^2)$. 532* $(a^4+b^4):(a^2-b^2)$.

533. $(a^6-b^6):(a^2-b^2)$. 533. $(a^6+b^6):(a^2+b^2)$.

534* $(a^6+b^6):(a^2-b^2)$. 534* $(a^6-b^6):(a^2+b^2)$.

535. $(a^2+2ab+b^2):(a+b)$. 535. $(a^2-2ab+b^2):(a-b)$.

536. $(a^3-3a^2b+3ab^2-b^3):(a-b)$.

536. $(a^3+3a^2b+3ab^2+b^3):(a+b)$.

537. $(a^4-2a^2b^2+b^4):(a^2-b^2)$. 537. $(a^4+2a^2b^2+b^4):(a^2+b^2)$.

538. $(a^6+3a^4b^2+3a^2b^4+b^6):(a^2+b^2)$.

---

*) Въ примѣрахъ, обозначенныхъ звѣздочкой, указать признакъ дѣленія съ остаткомъ.

538. $(a^6-3a^4b^2+3a^2b^4-b^6):(a^2-b^2)$.

539* $(a^2+2ab-b^2):(a-b)$. 539* $(a^2+2ab-b^2):(a+b)$.

540* $(a^4+2a^2b^2+b^4):(a^2-b^2)$. 540* $(a^4-2a^2b^2+b^4):(a^2+b^2)$.

541* $(a^3+3a^2b-3ab^2-b^3):(a+b)$.

541* $(a^3-3a^2b-3ab^2+b^3):(a-b)$.

542* $(a^6-3a^4b^2+3a^2b^4-b^6):(a^2+b^2)$.

542* $(a^6+3a^4b^2+3a^2b^4+b^6):(a^2-b^2)$.

543. $(a^3-3a^2b+3ab^2-b^3):(a^2-2ab+b^2)$.

543. $(a^3+3a^2b+3ab^2+b^3):(a^2+2ab+b^2)$.

544. $(a^6+3a^4b^2+3a^2b^4+b^6):(a^4+2a^2b^2+b^4)$.

544. $(a^6-3a^4b^2+3a^2b^4-b^6):(a^4-2a^2b^2+b^4)$.

545* $(a^3+3a^2b+3ab^2-b^3):(a^2-2ab+b^2)$.

545* $(a^3+3a^2b+3ab^2-b^3):(a^2+2ab+b^2)$.

546* $(a^3-3a^2b-3ab^2+b^3):(a^2+2ab+b^2)$.

546* $(a^3-3a^2b-3ab^2+b^3):(a^2-2ab+b^2)$.

547. $(x^2-1):(x-1)$. 547. $(x^2-1):(x+1)$.

548. $(x^3+1):(x+1)$. 548. $(x^3-1):(x-1)$.

549. $(x^4-1):(x^2+1)$. 549. $(x^4-1):(x^2-1)$.

550. $(x^6-1):(x^2-1)$. 550. $(x^6+1):(x^2+1)$.

551. $(n^4-4):(n^2+2)$. 551. $(n^4-4):(n^2-2)$.

552. $(n^6+8):(n^2+2)$. 552. $(n^6-8)(n^2-2)$.

553. $(n^4-9):(n^2-3)$. 553. $(n^4-9):(n^2+3)$.

554. $(n^6-27):(n^2-3)$. 554. $(n^6+27):(n^2+3)$.

555. $(x^3-y^3):(x^2+xy+y^2)$. 555. $(x^3+y^3):(x^2-xy+y^2)$.

556. $(x^3+8y^3):(x^2-2xy+4y^2)$. 556. $(x^3-8y^3):(x^2+2xy+4y^2)$.

557. $(n^3+1):(n^2-n+1)$. 557. $(n^3-1):(n^2+n+1)$.

558. $(n^3-27):(n^2+3n+9)$. 558. $(n^3+27):(n^2-3n+9)$.

559. $(a^6+b^6):(a^4-a^2b^2+b^4)$. 559. $(a^6-b^6):(a^4+a^2b^2+b^4)$.

560. $(a^6-8b^6):(a^4+2a^2b^2+4b^4)$. 560. $(a^6+8b^6):(a^4-2a^2b^2+4b^4)$.

561* $(x^3+27):(x^2-2x+9)$. 561* $(x^3-27):(x^2+3x+4)$.

562* $(27x^3-8y^3):(3x^2+6xy+9)$. 562* $(27x^3+8y^3):(3x^2-2xy+4)$.

563. $(x^2+5x+6):(x+2)$. 563. $(x^2+7x+10):(x+5)$.

564. $(x^2+10x+21):(x+7)$. 564. $(x^2+9x+14):(x+2)$.

565. $(x^2+3x+2):(x+1)$. 565. $(x^2+6x+5):(x+1)$.

566. $(x^2+7x+12):(x+3)$. 566. $(x^2+11x+18):(x+2)$.

567. $(y^2-7y+10):(y-2)$. 567. $(y^2-5y+6):(y-3)$.

568. $(y^2-8y+15):(y-3)$. 568. $(y^2-10y+21):(y-7)$.

569. $(y^2-6y+5):(y-5)$. 569. $(y^2-3y+2):(y-2)$.

570. $(y^2-11y+18):(y-9)$. 570. $(y^2-7y+12):(y-4)$.

571. $(z^2+z-6):(z+3)$.	571. $(z^2+3z-10):(z+5)$.
572. $(z^2+4z-21):(z+7)$.	572. $(z^2+5z-14):(z+7)$.
573. $(z^2+z-2):(z-1)$.	573. $(z^2+4z-5):(z-1)$.
574. $(z^2+z-12):(z-3)$.	574. $(z^2+7z-18):(z-2)$.
575. $(u^2-3u-10):(u+2)$.	575. $(u^2-u-6):(u+2)$.
576. $(u^2-4u-5):(u+1)$.	576. $(u^2-4u-21):(u+3)$.
577. $(u^2-4u-5):(u-5)$.	577. $(u^2-u-2):(u-2)$.
578. $(u^2-7u-18):(u-9)$.	578. $(u^2-u-12):(u-4)$.
579. $(a^4-b^4):(a-b)$.	579. $(a^4-b^4):(a+b)$.
580* $(a^4+b^4):(a+b)$.	580* $(a^4+b^4):(a-b)$.
581. $(a^5+b^5):(a+b)$.	581. $(a^5-b^5):(a-b)$.
582* $(a^5-b^5):(a+b)$.	582* $(a^5+b^5):(a-b)$.
583. $(32x^5-y^5):(2x-y)$.	583. $(32x^5+y^5):(2x+y)$.
584* $(32x^5+y^5):(2x-y)$.	584* $(32x^5-y^5):(2x+y)$.
585. $(x^5+32y^5):(x+2y)$.	585. $(x^5-32y^5):(x-2y)$.
586. $(x^5+32y^5):(x-2y)$.	586. $(x^5-32y^5):(x+2y)$.
587. $(16-x^4):(2+x)$.	587. $(16-x^4):(2-x)$.
588. $(81-x^4):(3-x)$.	588. $(81-x^4):(3+x)$.
589. $(16-9x^4):(4-3x^2)$.	589. $(16-9x^4):(4+3x^2)$.
590. $(81-4x^4):(9+2x^2)$.	590. $(81-4x^4):(9-2x^2)$.
591. $(a^6-b^6):(a-b)$.	591. $(a^6-b^6):(a+b)$.
592. $(a^6b^6-c^6):(ab+c)$.	592. $(a^6b^6-c^6):(ab-c)$.
593. $(1+a^5y^5):(1+ay)$.	593. $(1-a^5y^5):(1-ay)$.
594. $(a^6+b^3):(a^2+b)$.	594. $(a^3-b^6):(a-b^2)$.
595. $(y^4-z^{12}):(y-z^3)$.	595. $(y^{12}-z^4):(y^3+z)$.
596. $(x^8-y^{12}z^4):(x^2-y^3z)$.	596. $(y^4z^{12}-x^8):(yz^3-x^2)$.
597. $(a^3b^6-8c^6d^3):(ab^2-2c^2d)$.	597. $(a^6b^3+8c^3d^6):(a^2b+2cd^2)$.
598. $(81a^8-16c^{12}):(3a^2+2c^3)$.	598. $(16a^{12}-81c^8):(2a^3-3c^2)$.
599. $(x^2+7ax+10a^2):(x+2a)$.	599. $(x^2+5ax+6a^2):(x+3a)$.
600. $(x^2+10ax+21a^2):(x+3a)$.	600. $(x^2+9ax+14a^2):(x+7a)$.
601. $(y^2-5by+6b^2):(y-3b)$.	601. $(y^2-7by+10b^2):(y-5b)$.
602. $(y^2-9by+14b^2):(y-7b)$.	602. $(y^2-10by+21b^2):(y-3b)$.
603. $(z^2+cz-6c^2):(z+3c)$.	603. $(z^2+3cz-10c^2):(z+5c)$.
604. $(z^2+4cz-21c^2):(z+7c)$.	604. $(z^2+5cz-14c^2):(z+7c)$.
605. $(u^2-3du-10d^2):(u-5d)$.	605. $(u^2-du-6d^2):(u-3d)$.
606. $(u^2-2du-15d^2):(u-5d)$.	606. $(u^2-4du-21d^2):(u-7d)$.
607. $[(a+b)^2-c^2]:[(a+b)-c]$.	607. $[(a-b)^2-c^2]:[(a-b)-c]$.
608. $[x^2-(a-b)^2]:(x+a-b)$.	608. $[x^2-(a-b)^2]:(x-a+b)$.

609. $[(a-b)^2-(c-d)^2]:(a-b-c+d)$.

609. $[(a-b)^2-(c+d)^2]:(a-b+c+d)$.

610. $[(m+n)^3+p^3]:(m+n+p)$. 610. $[(m+n)^3-p^3]:(m+n-p)$.

611. $[x^3-(b-c)^3]:(x-b+c)$. 611. $[x^3+(b-c)^3]:(x+b-c)$.

612. $[(m-n)^4-p^4]:(m-n+p)$. 612. $[(m-n)^4-p^4]:(m-n-p)$.

613. $[a^4-(x-y)^4]:(a+x-y)$. 613. $[a^4-(x+y)^4]:(a-x-y)$.

614. $[x^4-(b+c)^4]:(x-b-c)$. 614. $[x^4-(b-c)^4]:(x+b-c)$.

615. $(\frac{1}{4}a^4-\frac{1}{9}b^4):(\frac{1}{2}a^2-\frac{1}{3}b^2)$. 615. $(\frac{1}{9}a^4-\frac{1}{4}b^4):(\frac{1}{3}a^2-\frac{1}{2}b^2)$.

616. $(\frac{1}{27}x^3+\frac{1}{8}y^6):(\frac{1}{3}x+\frac{1}{2}y^2)$. 616. $(\frac{1}{8}x^6-\frac{1}{27}y^3)(\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{3}y)$.

617. $(\frac{27}{8}n^6-\frac{1}{27}p^3):(\frac{3}{2}n^2-\frac{1}{3}p)$. 617. $(\frac{1}{27}n^3+\frac{27}{8}p^6):(\frac{1}{3}n+\frac{3}{2}p^2)$.

618. $(1+\frac{8}{27}z^6):(1+\frac{2}{3}z^2)$. 618. $(1-\frac{27}{125}z^6):(1-\frac{3}{5}z^2)$.

619. $(\frac{27}{125}-\frac{1}{8}z^6):(\frac{3}{5}-\frac{1}{2}z^2)$. 619. $(\frac{27}{8}+\frac{1}{125}z^6):(\frac{3}{2}+\frac{1}{5}z^2)$.

620. $(\frac{16}{81}x^4-\frac{81}{16}y^4):(\frac{2}{3}x+\frac{3}{2}y)$. 620. $(\frac{81}{16}x^4-\frac{16}{81}y^4):(\frac{3}{2}x-\frac{2}{3}y)$.

621. $[(a-b)^3-(c+d)^3]:(a-b-c-d)$.

621. $[(a+b)^3+(c-d)^3]:(a+b+c-d)$.

622. $[(a+b)^3+(a-b)^3]:2a$. 622. $[(a+b)^3-(a-b)^3]:2b$.

623. $[(a^2-bc)^3+8b^3c^3]:(a^2+bc)$. 623. $[(a^2+bc)^3-8b^3c^3]:(a^2-bc)$.

624. $[(x^2+xy)^4-(x^2-xy)^4]:2xy$. 624. $[(x^2-xy)^4-(x^2+xy)^4]:2x^2$.

§ 15. Умноженіе и дѣленіе многочленовъ съ буквенными коэффиціентами.

Произвести умноженіе многочленовъ: *).

625. $(ax+b)(bx+a)$. 625. $(ax-b)(bx-a)$.

626. $(ax+b)(bx-a)$. 626. $(ax-b)(bx+a)$.

627. $(x^2+ax-a^2)(x+b)$. 627. $(x^2-ax-a^2)(x-b)$.

628. $(x^2+abx+b^2)(x-b)$. 628. $(x^2-abx+b^2)(x+b)$.

629. $(x^3-ax^2+a^2x-a^3)(x+b)$. 629. $(x^3+ax^2-a^2x-a^3)(x-b)$.

630. $(x^3+bx^2-b^2x-b^3)(x-a)$. 630. $(x^3-bx^2-b^2x+b^3)(x+a)$.

631. $(x^2-bx+a^2)(x^2+cx-d^2)$. 631. $(x^2+bx-a^2)(x^2-cx+d^2)$.

632. $(x^2+bx+a^2)(x^2-cx-d^2)$. 632. $(x^2-bx-a^2)(x^2+cx+d^2)$.

633. $[x^2+(a+b)x+ab].(x+c)$. 633. $[x^2-(a+b)x+ab].(x-c)$.

634. $[x^2+(a-b)x-ab].(x-c)$. 634. $[x^2-(a-b)x-ab].(x+c)$.

---

*) До производства дѣйствія и во время его можно раскрывать скобки, а послѣ, наоборотъ, нужно ввести скобки, располагая члены по степенямъ.

635. $[x^2+(n-1)x+1].(x-1).$ 635. $[x^2-(n+1)x+1].(x+1).$

636. $[x^2+(a+b)x-b].(x+1).$ 636. $[x^2+(a-b)x-b].(x-1).$

637. $[ax^2-(2a-b)x+b^2].(x+c).$ 637. $[ax^2+(a-2b)x-b^2].(x-c).$

638. $[ax^2+(2ab-1)x-b].(x-c).$ 638. $[ax^2-(ab-1)x+2b].(x+c).$

639. $[(a+b)x^2+(a-b)x+2].[(a-b)x-1].$

639. $[(a-b)x^2-(a+b)x+2].[(a+b)x+1].$

640. $[(2a-b)x^2-a(a+b)x+a^3].[(a+b)x-a(a-b)].$

640. $[(2a+b)x^2+a(a-b)x-a^3].[(a-b)x+a(a+b)].$

641. $[x^2+(a+b)x+(a^2-b^2)].[x^2-(a-b)x-(a-b)^2].$

641. $[x^2-(a-b)x+(a^2-b^2)].[x^2+(a+b)x-(a+b)^2].$

642. $[ax^2-b(a-2b)x+a^2+b^2].[bx^2-b(2a-b)x-a^2-b^2].$

642. $[ax^2+b(a+2b)x-a^2-b^2].[bx^2-b(2a+b)x+a^2+b^2].$

643. $[2x^3-(a+b)x^2+abx-a+b].[(a-b)x^2+abx+a+b].$

643. $[2x^3+(a-b)x^2-abx+a+b].[(a+b)x^2-abx-a+b].$

644. $[(a+b)x^3+(a-b)x^2-2(a-b)x].[(a+b)x^2-2(a-b)x-2a].$

644. $[(a-b)x^3-(a+b)x^2+2(a-b)x].[(a-b)x^2+2(a+b)x+2a].$

Произвести дѣленіе многочленовъ: *).

645. $(x^3+bx^2-ax^2-abx-a^2x-a^2b):(x+b).$

645. $(x^3-bx^2+ax^2-abx-a^2x+a^2b):(x-b).$

646. $(x^4+ax^3-a^2x^2-cx^3-acx^2-a^3x+a^2cx+a^3c):(x-c).$

646. $(x^4-ax^3+a^2x^2+cx^3-acx^2-a^3x+a^2cx-a^3c):(x+c).$

647. $[x^4+(b-c)x^3-(a^2+bc-d^2)x^2+(a^2c+bd^2)x-a^2d^2]:(x^2-cx+d^2).$

647. $[x^4-(b-c)x^3+(a^2-bc-d^2)x^2+(a^2c+bd^2)x-a^2d^2]:(x^2+cx-d^2).$

648. $[x^5+2ax^4+(a^2-b^2-c^2)x^3-(c^3+ab^2+ac^2)x^2-c^2(ac-b^2)x+$
$+c^5]:(x^2+ax-c^2).$

648. $[x^5-2ax^4+(a^2-b^2+c^2)x^3+(c^3+ab^2-ac^2)x^2-c^2(ac+b^2)x+$
$+c^5]:(x^2-ax+c^2).$

649. $[(a^4-b^4)x^2+(a^3-b^3)x+a^2-b^2]:(a-b).$

649. $[(a^4-b^4)x^2-(a^3+b^3)x-a^2+b^2]:(a+b).$

650. $[(a^2+4a-5)x^2+(a^2+8a+15)x+a^2+3a-10]:(a+5).$

650. $[(a^2-4a-5)x^2+(a^2-8a+15)x-a^2+3a+10]:(a-5).$

651. $[2x^3-(a+3b)x^2-(5a^2+7ab+2b^2)x+3(a+b)^3]:[2x-3(a+b)].$

651. $[2x^3-(3b-a)x^2+(2b^2-ab-a^2)x+3(a-b)^3]:[2x+3(a-b)].$

---

*) До производства дѣйствія и во время его можно раскрывать скобки вездѣ, кромѣ высшихъ членовъ дѣлимаго, дѣлителя и остатковъ. Въ высшихъ же членахъ, наоборотъ, нужно вводить скобки. То же слѣдуетъ сдѣлать въ окончательно найденномъ частномъ.

652. $[(a-b)x^3+(2b^2-a^2)x^2-(a^2b+b^3)x-ab^3]:[(a-b)x+b^2]$.

652. $[(a+b)x^3-(2b^2-a^2)x^2+(a^2b+b^3)x-ab^3]:[(a+b)x-b^2]$.

653. $[(3a^3-2a^2-8a+5)x^3+(4a^3-22a+17)x^2+(10a^2-34a+$
$+29)x+8a^2-26a+21]:[(a^2+a-1)x^2+(a-2)x+2a-3]$.

653. $[(3a^3+2a^2-2a+5)x^3-(4a^3-8a^2+22a+3)x^2+(10a^2+20a+$
$+1)x-8a^2+2a+21]:[(a^2-a+1)x^2-(a+2)x+2a+3]$.

654. $[(4a^2-9c^2)x^4-2acx^3+(16ac-a^2+c^2)x^2+2(2a^2+c^2)x-$
$-4a^2+c^2]:[(2a+3c)x^2+(a+c)x-2a+c]$.

654. $[(4a^2-9c^2)x^4+10acx^3-(a^2+16ac-c^2)x^2+2(2a^2-c^2)x-$
$-4a^2+c^2]:[(2a-3c)x^2+(a+c)x-2a-c]$.

ОТДѢЛЕНІЕ IV.

РАЗЛОЖЕНІЕ ВЫРАЖЕНІЙ НА ПРОСТЫХЪ МНОЖИТЕЛЕЙ.

§ 1. Преобразованіе многочленовъ въ произведеніе безъ посредства формулъ сокращеннаго умноженія и дѣленія.

Если всѣ члены многочлена содержатъ общаго множителя, то можно раздѣлить весь многочленъ на этого множителя и обозначить умноженіе того же множителя на полученное многочленное частное. Отъ этого данное выраженіе не измѣнитъ своего количественнаго значенія, но приметъ форму произведенія. Напримѣръ, двучленъ $ab+ac$ можно представить въ видѣ $a(b+c)$.

Такое преобразованіе формы называется *вынесеніемъ* общаго множителя *за скобки*. Производя это дѣйствіе, слѣдуетъ заботиться выносить за скобку все, что можно, такъ чтобы въ членахъ частнаго, заключаемаго въ скобки, не оставалось больше никакого общаго множителя.

Иногда при вынесеніи за скобку придаютъ общему множителю знакъ минусъ. Въ такомъ случаѣ члены частнаго въ скобкахъ пишутся со знаками, противоположными тѣмъ, какіе имѣли передъ собой члены даннаго многочлена. Отрицательный знакъ общаго множителя относится при этомъ ко всему произведенію. Напр., двучленъ $-ab+ac$ можетъ быть представленъ въ видѣ $(-a)(b-c)$, а вмѣсто этого пишутъ $-a(b-c)$, при чемъ минусъ относится уже не къ одному множителю a, но ко всему произведенію.

1. $5a-5b$.	1. $6a+6b$.	**2.** $ab+bc$.	2. $ab-bc$.
3. $6a-9b$.	3. $10a+15b$.	**4.** $3ax+6ay$.	4. $6ay-8ax$.
5. $2x-2$.	5. $3x+3$.	**6.** $6+3x$.	6. $6-3x$.
7. a^3+ab.	7. $ab-b^2$.	**8.** a^5-a^3.	8. a^7+a^4.
9. $a^3b^2+b^4$.	9. $a^4+a^2b^2$.	**10.** $a^3b^4-a^6$.	10. $a^4b^3-b^6$.
11. $a^2x^5+x^6$.	11. $a^2x^6+x^5$.	**12.** $a^2x^6+x^4y^2$.	12. $a^2x^4+x^6y^2$.
13. $4ab-2bc$.	13. $6ab-3bc$.	**14.** $9a^4-6a^3b$.	14. $10ab^3-15b^4$.
15. $10a^4x^2+35a^2x^4$.		15. $21a^3x^6-14a^6x^3$.	
16. $12a^6x^4-4a^3x^2$.		16. $18a^7x^5+9a^6x^3$.	
17. $6a^{n+1}+12a^n$.	17. $4a^n-8a^{n-1}$.	**18.** $3a^{n-2}-6a^n$.	18. $10a^{n+2}+5a^n$.
19. $a^{m+n}-a^n$.	19. a^m+a^{m+n}.	**20.** $b^{3n}+b^{2n}$.	20. $b^{3n}-b^{2n-1}$.
21. $b^{3n-1}-b^{2n-1}$.		21. $b^{3n+1}+b^{4n}$.	
22. $a^{2n}b^n+a^{5n}b^{2n}$.		22. $a^nb^{3n}-a^{2n}b^n$.	
23. $ax-bx+cx$.		23. $-ax+bx-cx$.	
24. $-2a+ax-ay$.		24. $2a-ax+3ay$.	
25. $3ab-6a^2b^2+9a^3b^3$.		25. $-2a^3b^3+4a^2b^2-6ab$.	
26. $-8a^3b+12a^2b^2-20a^4b^3$.		26. $9a^5b^2-6a^3b^3+15a^2b^5$.	
27. $8a^4c^3-6a^4c^2+16a^3c^4$.		27. $-16a^4c^3+12a^2c^4-20a^5c^2$.	
28. $-15a^5c^7+5a^8c^6-10a^9c^5$.		28. $24a^6c^6-16a^9c^7-40a^{10}c^5$.	
29. $54a^3b^5-42a^5c^6-24a^4b^7$.		29. $35a^5b^4-40a^3c^4+15a^2b^3$.	
30. $42a^5b^4-35a^3b^5+56b^3c^4$.		30. $48a^4b^5-54a^2b^6-30b^4c^3$.	

Когда члены многочлена не имѣютъ общаго множителя, то иногда удачной группировкой членовъ въ нѣсколько группъ, содержащихъ по нѣсколько членовъ въ каждой группѣ, находятъ въ этихъ образовавшихся группахъ общаго и притомъ многочленнаго множителя, Нерѣдко для такой группировки оказывается достаточнымъ заключить нѣсколько членовъ въ скобки со знакомъ $+$, или со знакомъ $-$.

Напр., имѣя трехчленное выраженіе $a(b+c)+b+c$, мы заключаемъ два послѣдніе члена въ скобки съ плюсомъ и находимъ выраженіе $a(b+c)+(b+c)$, которое можно разсматривать какъ двучленъ и которое преобразовывается въ произведеніе $(a+1)(b+c)$.

Подобно этому въ выраженіи $a(b-c)-b+c$ заключаемъ два послѣдніе члена въ скобки съ минусомъ, отчего выраженіе приметъ видъ $a(b-c)-(b-c)$, а затѣмъ преобразуется въ произведеніе $(a-1)(b-c)$.

31. $a^2(a+x)+x^2(a+x)$.	31. $a^2(a-x)+x^2(a-x)$.
32. $2p(p-q)+3q(p-q)$.	32. $2p(p+q)-3q(p+q)$.
33. $a(x+1)-2x(x+1)$.	33. $2a(x-1)-x(x-1)$.
34. $2(p-1)^2-4q(p-1)$.	34. $4q(p+1)+2(p+1)^2$.

35. $mn(m^2+n^2)-n^2(m^2+n^2)$.	35. $m^2(m^2+n^2)-mn(m^2+n^2)$.
36. $4m^2(n^2-2)+2mn(n^2-2)$.	36. $2m^2(n^2+2)-4mn(n^2+2)$.
37. $a(x+y)+x+y$.	37. $a(x-y)+x-y$.
38. $2b(x-1)+x-1$.	38. $2b(x+1)+x+1$.
39. $2a(y+1)-y-1$.	39. $3a(y-1)-y+1$.
40. $b(x-y)-x+y$.	40. $b(x+y)-x-y$.
41. $4x(a^n+x^n)-a^n-x^n$.	41. $5a(x^n-a^n)-a^n+x^n$.
42. $3a(a^n-y^n)-y^n+a^n$.	42. $2x(y^n+x^n)-x^n-y^n$.
43. $m(q-p)-(p-q)$.	43. $n(p-q)+(q-p)$.
44. $6a(2p-q)+3b(q-2p)$.	44. $6a(p-2q)-3b(2q-p)$.
45. $p(1-a+a^2)-1\mp a-a^2$.	45. $p(1-a-a^2)+1-a-a^2$.
46. $q(b^3+b^2-b)+b^3+b^2-b$.	46. $q(b^3-b^2+b)-b^3+b^2-b$.
47. $2(p-q)^2-5q(q-p)$.	47. $2p(p-q)-3(q-p)^2$.
48. $3p(p-q)-5(q-p)^2$.	48. $3(p-q)^2-2q(q-p)$.
49. $a(b-1)+c(1-b)-b+1$.	49. $a(1-b)+c(b-1)-b+1$.
50. $a(2-x^2)+b(x^2-2)-2+x^2$.	50. $a(x^3-3)+b(3-x^3)-3+x^3$.

Въ большинствѣ случаевъ, встрѣчающихся на практикѣ, требуется для открытія общаго многочленнаго множителя не только соединить члены даннаго многочлена въ группы, но еще вынести въ этихъ группахъ общаго одночленнаго множителя, различнаго для каждой группы. При удачномъ выборѣ группъ и при обязательномъ условіи выносить за скобку все, что можно, общій множитель всего даннаго многочлена легко обнаруживается.

Напр., имѣя многочленъ $a^3+a^2b+2ab^2+2b^3$, соединяемъ первые два члена въ одну группу и послѣдніе два въ другую и выносимъ въ первой группѣ за скобки a^2 и во второй $2b^2$; получимъ $a^2(a+b)+2b^2(a+b)$ или $(a+b)(a^2+2b^2)$. Того же результата можно достигнуть, вынося въ первомъ и третьемъ членахъ множителя a, а во второмъ и четвертомъ множителя b.

Подобно этому, соединяя въ многочленѣ $3a^3-3a^2b-ab^2+b^3$ первый членъ съ третьимъ и второй съ четвертымъ и вынося въ первой группѣ множителя a, а во второй множителя — b, получимъ $a(3a^2-b^2)-b(3a^2-b^2)$ или $(a-b)(3a^2-b^2)$. Тотъ же результатъ оказался бы при вынесеніи изъ первыхъ двухъ членовъ за скобки $3a^2$, а изъ послѣднихъ двухъ $-b^2$.

Нужно замѣтить, что подобнаго рода преобразованія отличаются большимъ разнообразіемъ, въ особенности при соединеніи ихъ съ другими алгебраическими дѣйствіями. Поэтому нельзя дать для этихъ преобразованій общихъ и вполнѣ опредѣленныхъ правилъ; навыкъ въ нихъ пріобрѣтается лишь обстоятельнымъ и методическимъ упражненіемъ.

51. $ac+ad+bc+bd.$ 51. $ac-ad+bc-bd.$

52. $ac-ad-bc+bd.$ 52. $ac+ad-bc-bd.$

53. $x^3-x^2z+2xz^2-2z^3.$ 53. $x^3+x^2z+2xz^2+2z^3.$

54. $x^3+x^2z-2xz^2-2z^3.$ 54. $x^3-x^2z-2xz^2+2z^3.$

55. $a^3+2a^2+2a+4.$ 55. $a^3-2a^2-2a+4.$

56. $a^3+2a^2-2a-4.$ 56. $a^3-2a^2+2a-4.$

57. $a^2b^3-abc^2d+ab^2cd-c^3d^2.$ 57. $a^2b^3+abc^2d+ab^2cd+c^3d^2.$

58. $a^2b^3+abc^2d-ab^2cd-c^3d^2.$ 58. $a^2b^3-abc^2d-ab^2cd+c^3d^2.$

59. $(4a-5b)(3m-2p)+(4b-a)(3m-2p).$

59. $(4a+5b)(3p-2m)-(4b+a)(3p-2m).$

60. $(5a-2b)(2m+3p)-(2a-7b)(2m+3p).$

60. $(2a-5b)(2p+3m)+(4a-7b)(2p+3m).$

61. $(7a-3x)(5c-2d)-(6a-2x)(5c-2d).$

61. $(3x-7a)(2d-5c)+(6a-2x)(2d-5c).$

62. $(4a-3x)(5c+2d)-(6a-4x)(5c+2d).$

62. $(3x-4a)(2d+5c)+(6a-4x)(2d+5c).$

63. $6x^3-6mx^2-3m^2x+3m^3.$ 63. $6m^3-6m^2x+3mx^2-3x^3.$

64. $56a^2-40ab+63ac-45bc.$ 64. $56a^2-40ac-63ab+45bc.$

65. $8a^2c-8a^2x-6cx^3+6x^4.$ 65. $8a^2x-8a^2c+6c^3x-6c^4.$

66. $32ac^2-15cx^2+48ax^2-10c^3.$ 66. $32ax^2-15c^2x+48ac^2-10x^3.$

67. $4a^2bc-6ab^2c+8a^2bd-12ab^2d.$ 67. $4a^2bc-8a^2bd-6ab^2c+12ab^2d.$

68. $6a^3b^2-12a^3b^3-15a^2b^3+30a^2b^4.$

68. $6a^3b^2-15a^2b^3+12a^3b^3-30a^2b^4.$

69. $2a^3b^2-3abc^2d+2a^2bcd-3c^3d^2.$ 69. $2a^3b^2-2a^2bcd-3abc^2d+3c^3d^2.$

70. $5a^2b^3-2abc^2d-5ab^2cd+2c^3d^2.$ 70. $5a^2b^3-5ab^2cd+2abc^2d-2c^3d^2.$

71. $16a^4b^3c^2-12a^3b^4+8a^2b^2c^2-6ab^3.$

71. $16a^3b^4c^2-12a^4b^3-8a^2b^2c^2+6a^3b.$

72. $6a^4bc-18a^5b^3c-15a^2b^2+45a^3b^4.$

72. $6ab^2c-18a^3b^5c-15a^2b^2-45a^4b^5.$

73. $ax^2+bx^2+bx+ax+a+b.$ 73. $ax^2-bx^2-bx+ax+a-b.$

74. $ax^2-bx^2+bx-ax+a-b.$ 74. $ax^2+bx^2-bx-ax+a+b.$

75. $ax^2-bx^2+ax-cx^2-bx-cx.$ 75. $ax^2+bx^2+ax-cx^2+bx-cx.$

76. $ax^2-bx^2-ax+cx^2+bx-cx.$ 76. $ax^2+bx^2-ax+cx^2-bx-cx.$

77. $(ax+by)^2+(ay-bx)^2+c^2x^2+c^2y^2.$

77. $(ay+bx)^2+(ax-by)^2-c^2x^2-c^2y^2.$

78. $(ay+bx)^3+(ax+by)^3-(a^3+b^3)(x^3+y^3).$

78. $(ax+by)^3-(ay+bx)^3+(a^3-b^3)(y^3-x^3).$

79. $x^3+ax^2+abx+bx^2+bcx+acx+cx^2+abc.$

79. $x^3+bx^2-abx-ax^2+bcx+cx^2-acx-abc.$

30. $x^3-cx^2+acx-ax^2-bcx+bx^2-abx+abc.$

80. $x^3-ax^2-acx+cx^2+abx-bx^2-bcx+abc.$

Иногда, прежде чѣмъ группировать члены многочлена для вынесенія въ немъ многочленнаго множителя, требуется разложить нѣкоторые изъ членовъ въ алгебраическую сумму новыхъ членовъ, подобныхъ разлагаемымъ. Въ такомъ случаѣ части разложенныхъ членовъ относятся при группировкѣ къ различнымъ группамъ. Примѣнимъ способъ разложенія къ преобразованію трехчленныхъ выраженій:

Чтобы преобразовать трехчленъ x^2+5x+6, разлагаемъ членъ $5x$ въ сумму членовъ $2x$ и $3x$. Такимъ образомъ получимъ:

$$x^2+5x+6=x^2+2x+3x+6=x(x+2)+3(x+2)=(x+2)(x+3).$$

Для преобразованія трехчлена $x^2+2x-55$, разлагаемъ членъ $+2x$ въ сумму членовъ $+5x$ и $-3x$. Найдемъ:

$$x^2+2x-15=x^2+5x-3x-15=x(x+5)-3(x+5)=(x-3)(x+5).$$

Существуетъ общее правило, указывающее, когда возможно преобразованіе трехчленовъ подобнаго вида въ произведеніе, и какъ производить такое преобразованіе. Для вывода и уясненія этого правила нужно только разложить четыре вида трехчлена $x^2\pm(a+b)x+$ $+ab$ и $x^2\pm(a-b)x-ab$, взявъ каждый изъ нихъ отдѣльно и начавъ преобразованіе съ раскрытія скобокъ. Тогда окажется, что въ произведеніе преобразовываются тѣ трехчлены, у которыхъ первый коэффиціентъ при x^2 есть единица, второй коэффиціентъ при x какой угодно, а третій коэффиціентъ или членъ, не содержащій x, есть алгебраическое произведеніе тѣхъ самыхъ количествъ, на алгебраическую сумму которыхъ разлагается второй коэффиціентъ. Такъ, въ трехчленѣ x^2+5x+6 коэффиціентъ 5 есть сумма чиселъ 3 и 2, а 6 есть произведеніе тѣхъ же чиселъ, въ трехчленѣ $x^2-2x-15$ коэффиціентъ -2 есть сумма количествъ -5 и $+3$, а -15 есть произведеніе тѣхъ же количествъ. Чтобы произвести преобразованіе трехчлена, когда оно возможно, нужно по знакамъ и числовымъ величинамъ третьяго и второго коэффиціентовъ подыскать способъ разложенія третьяго коэффиціента въ произведеніе двухъ количествъ, а второго въ сумму тѣхъ же количествъ. Разсмотримъ примѣры:

Пусть, напр., данъ трехчленъ $x^2-11x+24$. Такъ какъ коэффиціентъ 24 положителенъ, то искомые производители его должны имѣть одинаковые знаки. Судя по тому, что второй коэффиціентъ -11 отрицательный, видимъ, что эти производители коэффиціента 24 или слагаемые коэффиціента -11 оба отрицательны. Наконецъ, разлагая 24 на два отрицательныхъ множителя и сравнивая сумму ихъ съ -11, убѣдимся въ томъ, что для преобразованія трехчлена въ произведеніе нужно разложить средній членъ $-11x$ на члены $-3x$ и $-8x$.

Положимъ еще, что данъ трехчленъ $x^2-7x-30$. Здѣсь коэффиціентъ -30 отрицательный; поэтому производители его имѣютъ разные знаки. Коэффиціентъ -7 отрицательный; слѣдовательно, при составленіи его сложеніемъ беретъ перевѣсъ отрицательное слагаемое, имѣющее такимъ образомъ большую числовую величину. Поэтому членъ $-7x$ нужно разложить на члены $-10x$ и $+3x$.

Въ произведеніе преобразовываются также нерѣдко трехчлены, у которыхъ первый коэффиціентъ не есть единица. Для такихъ преобразованій не будемъ указывать теперь общаго правила, выводъ котораго требуетъ болѣе сложныхъ разсужденій.

81. $x^2+(m+n)x+mn$.	81. $x^2-(m+n)x+mn$.
82. $x^2-(a+2)x+2a$.	82. $x^2+(a+3)x+3a$.
83. $x^2+8x+15$.	83. $x^2+7x+10$.
84. $x^2+12x+35$.	84. $x^2+10x+21$.
85. x^2-5x+6.	85. $x^2-9x+14$.
86. $x^2-13x+22$.	86. $x^2-16x+39$.
87. x^2+5x+4.	87. x^2+7x+6.
88. $x^2+11x+30$.	88. $x^2+11x+24$.
89. x^2-3x+2.	89. x^2-6x+5.
90. $x^2-13x+30$.	90. $x^2-13x+40$.
91. $x^2+(m-n)x-mn$.	91. $x^2-(m-n)x-mn$.
92. $x^2-(a-3)x-3a$.	92. $x^2+(a-2)x-2a$.
93. $x^2+3x-10$.	93. $x^2-3x-10$.
94. $x^2-7x-30$.	94. $x^2+7x-30$.
95. $x^2+5x-24$.	95. $x^2-5x-24$.
96. $x^2-10x-24$.	96. $x^2+10x-24$.
97. x^2+2x-3.	97. x^2+4x-5.
98. $x^2-9x-10$.	98. x^2-6x-7.
99. x^2+x-42.	99. x^2+x-56.
100. $x^2-5x-36$.	100. $x^2-21x-100$.
101. $a^2+7ab+12b^2$.	101. $a^2-7ab+12b^2$.
102. $a^2-3ab-10b^2$.	102. $a^2+3ab-10b^2$.
103. $a^2-12ab+35b^2$.	103. $a^2+12ab+35b^2$.
104. $a^2+4ab-45b^2$.	104. $a^2-4ab-45b^2$.
105. $a^2-7ab-18b^2$.	105. $a^2+7ab-18b^2$.
106. $a^2+ab-20b^2$.	106. $a^2-ab-20b^2$.
107. $6a^2+13ab+6b^2$.	107. $10a^2+29ab+10b^2$.
108. $10a^2-29ab+10b^2$.	108. $6a^2-13ab+6b^2$.
109. $6a^2+7ab-5b^2$.	109. $10a^2+13ab-3b^2$.
110. $10a^2-13ab-3b^2$.	110. $6a^2-7ab-5b^2$.

Развивая выше разсмотрѣнный способъ преобразованія трехчленовъ въ произведеніе, можно разлагать многочлены высшихъ степеней въ тѣхъ случаяхъ, когда они представляютъ произведенія простѣйшихъ двухчленовъ первой степени. Для упрощенія подобныхъ преобразованій полезно выяснить слѣдующее замѣчаніе: Положимъ, что какой либо многочленъ содержитъ множителемъ нѣкоторый двучленъ $x+a$. Такъ какъ двучленъ этотъ, при замѣнѣ x черезъ $-a$, обращается въ нуль, то многочленъ, содержащій $x+a$ множителемъ, долженъ также обращаться въ нуль при этой замѣнѣ. Подобно этому, если многочленъ содержитъ множителемъ двухчленъ $x-a$, обращающійся въ нуль при замѣнѣ x черезъ a, то и самый многочленъ обращается въ нуль при той же замѣнѣ. Справедливо и обратное заключеніе: если многочленъ, содержащій разныя степени x, обращается въ нуль при замѣнѣ x черезъ $-a$ или черезъ a, то онъ навѣрное дѣлится въ первомъ случаѣ на $x+a$, а во второмъ на $x-a$, потому что обращеніе многочлена въ нуль при одной изъ указанныхъ подстановокъ можетъ быть объяснено только тѣмъ, что въ составъ многочлена входитъ соотвѣтствующій двучленный множитель. Вышеуказанныя замѣчанія даютъ простое средство для открытія въ многочлевѣ двучленнаго множителя, а затѣмъ этотъ множитель можетъ быть вынесенъ за скобки посредствомъ разложенія среднихъ членовъ многочлена въ алгебраическія суммы.

Возьмемъ, напр., многочленъ $x^3+6x^2+11x+6$. Онъ обращается въ нуль при замѣнѣ x черезъ -1 и потому дѣлится на $x+1$. Зная этого множителя напередъ, мы облегчаемъ себѣ разложеніе членовъ въ суммы тѣмъ, что опредѣленно подбираемъ къ каждому члену, начиная съ высшаго, часть слѣдующаго члена такъ, чтобы пара группируемыхъ членовъ содержала множителемъ $x+1$. Поэтому преобразованіе ведется слѣдующимъ образомъ:

$$x^3+6x^2+11x+6=x^3+x^2+5x^2+5x+6x+6=x^2(x+1)+$$
$$+5x(x+1)+6(x+1)=(x+1)(x^2+5x+6)=(x+1)(x+2)(x+3).$$

Подобно этому замѣчаемъ, что многочленъ $x^3-4x^2-11x+30$ обращается въ нуль при замѣнѣ x черезъ 2 и слѣдовательно дѣлится на $x-2$. Поэтому выполняемъ преобразованіе такъ:

$$x^3-4x^2-11x+30=x^3-2x^2-2x^2+4x-15x+30=x^2(x-2)-$$
$$-2x(x-2)-15(x-2)=(x-2)(x^2-2x-15)=(x-2)(x+3)(x-5).$$

Первоначальный подборъ множителя облегчается тѣмъ, что въ многочленъ требуется подставлять только тѣ количества, которыхъ числовая величина входитъ множителемъ въ послѣдній членъ многочлена. Это обнаруживается при разсмотрѣніи многочлена, выражаю-

тамъ общій видъ произведенія $(x+a)(x+b)(x+c)$. Послѣдній членъ этого многочлена есть abc.

111. $x^3+8x^2+17x+10$.	111. $x^3+9x^2+23x+15$.
112. $x^3+10x^2+31x+30$.	112. $x^3+9x^2+26x+24$.
113. x^3-2x^2-5x+6.	113. $x^3-6x^2+11x-6$.
114. $x^3-9x^2+23x-15$.	114. $x^3+x^2-17x+15$.
115. $x^3-9x^2+26x-24$.	115. $x^3-3x^2-10x+24$.
116. $x^3-4x^2-11x-30$.	116. $x^3-10x^2+31x-30$.
117. $x^4+11x^3+38x^2-40x$.	117. $x^4+12x^3-47x^2+60x$.
118. $x^4-4x^3-17x^2+60x$.	118. $x^4-3x^3-15x^2+40x$.
119. $x^4-11x^3+35x^2-40x$.	119. $x^4-12x^3+47x^2-60x$.
120. $x^4-6x^3-7x^2+60x$.	120. $x^4-7x^3-2x^2-40x$.

§ 2. Преобразованіе многочленовъ въ произведеніе помощью формулъ сокращеннаго умноженія и дѣленія.

Задачи этого параграфа подобно тѣмъ, которыя помѣщены въ предыдущемъ параграфѣ, имѣютъ цѣлью преобразованіе многочленовъ въ произведенія. Но здѣсь разсматриваются тѣ многочлены, для которыхъ указанное преобразованіе упрощается черезъ примѣненіе готовыхъ формулъ сокращеннаго умноженія и дѣленія.

Въ первомъ отдѣлѣ задачъ примѣняются однѣ только упомянутыя формулы безъ всякихъ иныхъ преобразованій.

121. $4-x^2$	121. x^2-4.	122. y^2-9.	122. $9-y^2$.
123. $25-a^2$.	123. a^2-25.	124. 1^2-36.	124. $36-b^2$.
125. a^2b^2-100.	125. $100-a^2b^2$.	126. $1-4x^2$.	126. $4x^2-1$.
127. $9x^2-1$.	127. $1-9x^2$.	128. m^2-	m^2-m^2.
129. $49x^2-y^2$	129. y^2-49x^2.	130. $4m^2-9n^2$.	130. $9m^2-4m^2$.
131. a^2-bc-c^2		132. a^2-bc-c^2.	
132. $m^2-100m-25$.		133. $m^2-100m-25$.	
133. $y^2-49y-4y^2$		134. $y^2-49y-4y^2$.	
134. $x^2-32x-16x^2$.		135. $x^2-32x-16x^2$.	
135. $x^2-14x-45$		136. $x^2-14x-45$	
136. $9a^2-8ab^2$		137. $9a^2-8ab^2$	
137. $16a^2-25b^2$		138. $16a^2-25b^2$	
138. a^2-100a		139. a^2-100a^2.	
139. $\frac{a^2}{9}-\frac{b^2}{4}$		140. $\frac{a^2}{9}-\frac{b^2}{4}$	
140. $\frac{a^2}{9}-\frac{b^2}{4}$.		141. $\frac{a^2}{9}-\frac{b^2}{4}$	

141. $a^4-2a^2x+x^2$ 141. $a^2+2ax^2+x^4$.

142. $b^2+2bc^3+c^6$. 142. $b^6-2b^3c+c^2$.

143. $m^8-6m^4y^3+9y^6$. 143. $m^6+6m^3y^4+9y^8$.

144. $k^{16}+10k^8l^5+25l^{10}$. 144. $k^{10}-10k^5l^8+25l^{16}$.

145. $4p^{12}-20p^6z^5+25z^{10}$. 145. $4p^{10}-20p^5z^6+25z^{12}$.

146. a^3-b^3. 146. a^3+b^3. **147.** m^3+1. 147. m^3-1.

148. n^3-8. 148. n^3+8. **149.** $27+c^3$. 149. c^3-27.

150. $(2p)^3+q^3$. 150. $p^3-(3q)^3$. **151.** $27x^3-8y^3$. 151. $8x^3+27y^3$.

152. x^5-y^5. 152. x^5+y^5. **153.** x^7+y^7. 153. x^7-y^7.

154. $a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$. 154. $a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$.

155. $n^3-6n^2p+12np^2-8p^3$. 155. $n^3+6n^2p+12np^2+8p^3$.

156. $27p^3+27p^2y+9py^2+y^3$. 156. $27p^3-27p^2y+9py^2-y^3$.

157. $8x^3-60x^2z+150xz^2-125z^3$. 157. $8x^3+60x^2z+150xz^2+125z^3$.

158. $125a^3x^6+216b^6y^3$. 158. $216a^6x^3-125b^3y^6$.

159. $243m^5y^5-32n^{10}z^{10}$. 159. $32n^5y^5+243m^{10}z^{10}$.

160. $32p^5z^{10}+243q^{10}u^5$. 160. $243p^{10}z^5-32q^5u^{10}$.

Въ нижеслѣдующихъ задачахъ примѣненіе формулъ соединяется съ другими несложными дѣйствіями, какъ то: вынесеніемъ за скобку одночленнаго множителя, группировкой членовъ, упрощеніемъ послѣ сдѣланнаго уже главнаго преобразованія и т. под., а также указаны примѣры двукратнаго послѣдовательнаго примѣненія одинаковыхъ или разныхъ формулъ.

161. $10a^4b^2-40a^2b^4$ 161. $90a^3b^2-10ab^4$.

162. $75a^6b-12a^2b^5$. 162. $12a^6b^2-75a^2b^6$.

163. $2ab^2-4ab+2a$. 163. $3ab^2+6ab+3a$.

164. $a^3b^4+4a^3b^2+4a^3b^3$. 164. $ab^7-4ab^5+4ab^3$.

165. $-8a^3x-18ax^3+24a^2x^2$. 165. $-27a^3x-12ax^3+36a^2x^2$.

166. $-16a^3x^8+72a^4x^7-81a^5x^6$. 166. $-9a^6x^5+48a^7x^4-64a^8x^3$.

167. $(2a-3b)^2-4b^2$. 167. $9a^2-(2a+3b)^2$.

168. $16c^2-(3c+5d)^2$. 168. $(5c-3d)^2-25d^2$.

169. $9(5m-4p)^2-64m^2$. 169. $100m^2-9(3m-2p)^2$.

170. $(n+3q)^2-4(q-n)^2$. 170. $16(n+q)^2-(3q-n)^2$.

171. $5a^{11}x^5-20a^8x^4y+20a^5x^2y^2$. 171. $2a^5x^{11}+12a^4x^8y+18a^3x^5y^2$.

172. $3a^6x^{10}+30a^4x^5y^2+75a^2y^4$. 172. $5a^{10}x^4y^2-40a^5x^2y^4+80y^6$.

173. $a^{2m+3}-2a^{m+6}b^n+a^9b^{2n}$. 173. $a^{2n}b^7+2a^nb^{m+5}+b^{2m+3}$.

174. $36a^{n+2}+16a^{n-2}b^2+48a^nb$. 174. $12a^{m+4}+27a^{m-2}b^2-36a^{m+1}b$.

175. $x^2+2xy+y^2-z^2$. 175. $x^2-y^2-2yz-z^2$.

176. $9-y^2-6yz-9z^2$. 176. $z^2+8yz+16y^2-16$.

177. $25z^2-4x^2+12xy-9y^2$. 177. $4y^2-12yz+9z^2-25x^2$.

178. $4y^2-20yz+25z^2-36$. 178. $49-4x^2+20xy-25y^2$.

179. $a^3+a^2b-ab^2-b^3$. 179. $a^3-a^2b-ab^2+b^3$.

180. $ac^2-ab^2+b^2c-c^3$. 180. $ab^2-ac^2-bc^2+b^3$.

181. $(a-b)(a^2-c^2)-(a-c)(a^2-b^2)$.

181. $(a^2-b^2)(b-c)-(a-b)(b^2-c^2)$.

182. $a^2b^4c^2-a^2b^2c^4+a^4b^2c^2-a^4c^4$. 182. $a^4b^2c^2-a^2b^2c^4+a^2b^4c^2-b^4c^4$.

183. $a^4-b^2(2a-b)^2$. 183. $b^4-a^2(a-2b)^2$.

184. $a^4-16c^2(c-a)^2$. 184. $c^4-16a^2(c-a)^2$.

185. $(a-b)^2+2b(b-a)+b^2$. 185. $(b-a)^2+2a(a-b)+a^2$.

186. $(2a-b)^2-2b(b-2a)+b^2$. 186. $(2b-a)^2-2a(a-2b)+a^2$.

187. $(m^2+1)^2-4m^2$. 187. $4m^2-(m^2+1)^2$.

188. $36m^2-(m^2+9)^2$. 188. $(m^2+9)^2-36m^2$.

189. $(m^2+4m)^2-4$. 189. $(m^2+6m)^2-9$.

190. $9-(m^2+6m)^2$. 190. $4-(m^2+4m)^2$.

191. $(p+q)^3-3(p+q)^2(p-q)+3(p+q)(p-q)^2-(p-q)^3$.

191. $(p-q)^3+3(p-q)^2(p+q)+3(p-q)(p+q)^2+(p+q)^3$.

192. $(p-2q)^3+3(p-2q)^2(p+q)+3(p-2q)(p+q)^2+(p+q)^3$.

192. $(2p-q)^3-3(2p-q)^2(p-q)+3(2p-q)(p-q)^2-(p-q)^3$.

193. a^5-9ab^4. 193. ab^4-4a^5. **194.** $4n^6-m^4n^2$. 194. $9m^6-m^2n^4$.

195. a^3b-b^4. 195. a^4-ab^3. **196.** $2m^4+2mn^3$. 196. $2m^3n+2n^4$.

197. $3a^4-12$. 197. $12-3a^4$. **198.** $16-2a^6$. 198. $2a^6-16$.

199. $24a^4+3ab^3$. 199. $3a^4-81ab^3$.

200. $81a^4b-36b^5$. 200. $36a^4b-16b^5$.

Ниже помѣщены задачи смѣшаннаго характера, но непремѣнно требующія примѣненія тѣхъ же формулъ въ числѣ другихъ разнообразныхъ преобразованій. Приступая къ рѣшенію каждой изъ этихъ задачъ, нужно послѣдовательно разсмотрѣть: не содержитъ ли многочленъ одночленнаго множителя, не примѣняется ли ко всему многочлену одна изъ формулъ сокращеннаго преобразованія, не допускаетъ ли многочленъ какой либо группировки съ выдѣленіемъ общаго многочленнаго множителя или съ примѣненіемъ формулъ къ одной изъ группъ, не нужно ли для группированія членовъ произвести разложеніе нѣкоторыхъ членовъ на алгебраическія суммы имъ подобныхъ или раскрыть имѣющіяся скобки для измѣненія данной группировки.

Добившись какимъ либо путемъ перваго преобразованія многочлена въ произведеніе, нужно также разсмотрѣть полученныхъ множителей и не прежде оставлять выраженіе, какъ убѣдившись въ томъ, что множители его не допускаютъ дальнѣйшаго преобразованія въ произведеніе.

Если обнаружится, что выраженіе можетъ быть преобразовано въ произведеніе нѣсколькими способами, то весьма полезно выполнить всѣ такія различныя преобразованія и достигать всѣми способами одного и того же окончательнаго результата, помня то, что этотъ окончательный результатъ одинъ и тотъ же при всякомъ преобразованіи, ведущемъ всегда къ одной общей цѣли.

201. $m^2+2mn+n^2-mp-np$.
202. $mp-np-m^2+2mn-n^2$.
203. $x^6z^2-2x^4y^2z^2+x^2y^4z^2$.
204. $x^2y^4z^2-x^4y^2z^2-x^2y^2z^4+x^4z^4$.
205. $u^2+3u^3-u^4-3u$.
206. u^4+u^3+u+1.
207. $x^2+2xy+y^2-z^2+2zu-u^2$.
208. $(x^2+xy-y^2)^2-(x^2-xy+y^2)^2$.
209. $2a^2b-18b^7+12b^4-2b$.
210. $(a^3+1)^2-(b^3-1)^2$.
211. m^3+8+6m^2+12m.
212. m^3-8+6m^2-12m.
213. $(a^2+3a+1)^2-1$.
214. $(a^2-2a+2)^2-1$.
215. $a^5-a^3+a^2-1$.
216. $a^5+a^2-a^3-1$.
217. $x^3-27a^3-9ax^2+27a^2x$.
218. $(a+x)^3-(a-x)^3$.
219. $x^4+2ax^3-a^4-2a^3x$.
220. $(a+x)^4-(a-x)^4$.
221. $(a^6+b^2)^2-4a^6b^2$.
222. $4a^6b^4-(a^6+b^4)^2$.
223. x^4-y^4 (тремя способами).
224. $x^4+x^2y^2+y^4$.
225. $3x^4y^4-x^8-y^8$.
226. x^8+x^4+1.
227. $3x^6-x^{12}-1$.
228. x^6-y^6 (четырьмя способами).
229. $4b^2c^2-(b^2+c^2-a^2)^2$.
230. $(c^2-a^2-b^2)^2-4a^2b^2$.
231. $a^2b^2+c^2d^2-a^2c^2-b^2d^2-4abcd$.
232. $a^2c^2+b^2d^2-b^2c^2-a^2d^2+4abcd$.

201. $n^2-2mn+m^2-mq+nq$.
202. $nq+mq-m^2-2mn^2-n^2$.
203. $x^4y^2z^2-2x^2y^2z^4+y^2z^6$.
204. $x^4y^2z^2-x^2y^4z^2-x^2y^2z^4+y^4z^4$.
205. $u^2-2u^3-u^4+2u$.
206. u^4-u^3-u+1.
207. $x^2-2xy+y^2-z^2-2zu-u^2$.
208. $(x^2+xy-y^2)^2-(x^2-xy-y^2)^2$.
209. $2ab^2-18a^7-12a^4-2a$.
210. $(a^3-1)^2-(b^3-1)^2$.
211. m^3+8-6m^2-12m.
212. m^3-8-6m^2+12m.
213. $(a^2-3a+1)^2-1$.
214. $(a^2-2a-1)^2-4$.
215. $a^5+a^3+a^2+1$.
216. $a^5-a^2-a^3+1$.
217. $x^3-27a^3+9ax^2-27a^2x$.
218. $(a+x)^3+(a-x)^3$.
219. $x^4-2ax^3-a^4+2a^3x$.
220. $(x-a)^4-(x+a)^4$.
221. $4a^2b^6-(a^2+b^6)^2$.
222. $(a^4+b^6)^2-4a^4b^6$.
223. y^4-x^4 (тремя способами).
224. $3x^2y^2-x^4-y^4$.
225. $x^8+x^4y^4+y^8$.
226. $3x^4-x^8-1$.
227. $x^{12}+x^6+1$.
228. y^6-x^6 (четырьмя способами).
229. $(c^2+a^2-b^2)^2-4a^2c^2$.
230. $4b^2c^2-(a^2-b^2-c^2)^2$.
231. $a^2b^2+c^2d^2-a^2c^2-b^2d^2+4abcd$.
232. $a^2c^2+b^2d^2-b^2c^2-a^2d^2-4abcd$.

233. $4(ad+bc)^2-(a^2-b^2-c^2+d^2)^2$. 233. $4(ad-bc)^2-(b^2-a^2+c^2-d^2)^2$.
234. $(c^2-b^2+d^2-a^2)^2-4(ab-cd)^2$. 234. $(b^2-c^2-d^2+a^2)^2-4(ab+cd)^2$.
235. $bc(b-c)+ca(c-a)+ab(a-b)$. 235. $bc(b-c)-ac(a+c)+ab(a+b)$.
236. $bc(b+c)+ca(c-a)-ab(a+b)$. 236. $bc(b+c)-ac(a+c)-ab(a-b)$.
237. $a^6-a^5-a^2+a$. 237. $a^6+a^5-a^2-a$.
238. $a^{12}+a^{10}-a^7+2a^6-a^5-2a^{11}$. 238. $a^{12}+a^{10}+a^7-2a^6+a^5-2a^{11}$.
239. $x(x^3-a^3)+ax(x^2-a^2)+a^3(x-a)$.
239. $x(x^3+a^3)+ax(x^2-a^2)+a^3(x+a)$.
240. $(a-x)y^3-(a-y)x^3+(x-y)a^3$. 240. $(a+x)y^3+(a-y)x^3-(x+y)a^3$.

§ 3. Отысканіе общаго наибольшаго дѣлителя.

По отношенію къ дѣйствіямъ умноженію и дѣленію всѣ цѣлыя выраженія раздѣляются на *первообразныя и составныя*. Первообразнымъ называется то выраженіе, которое не разлагается въ произведеніе множителей *); напр., a, $a-b$, a^2+b^2 суть первообразныя выраженія. Составнымъ называется то выраженіе, которое разлагается въ произведеніе множителей; напр. a^2, ab, a^2-b^2 суть составныя выраженія.

Нѣсколько данныхъ выраженій могутъ не имѣть никакихъ *общихъ* множителей. Тогда они называются *взаимно первообразными* или *взаимно простыми;* таковы, наприм., a и bc, или $a+b$, $a-b$ и a^2+b^2. Въ другихъ случаяхъ выраженія могутъ имѣть одного или нѣсколькихъ общихъ множителей. Тогда они называются *взаимно составными;* такъ, напр., выраженія a^2 и ab имѣютъ общаго множителя a, выраженія $6a^3b$, $4a^2b$ и $10a^2c$ имѣютъ пять общихъ множителейі 2, a, $2a$, a^2 и $2a^2$.

Общимъ наибольшимъ дѣлителемъ или множителемъ нѣсколькихъ данныхъ выраженій называется тотъ изъ общихъ множителей этихъ выраженій, который содержитъ въ своемъ составѣ наибольшее число первообразныхъ общихъ множителей. Напр., выраженія a^2 и ab имѣютъ одного общаго множителя a, и онъ же считается наибольшимъ ихъ общимъ дѣлителемъ, выраженія $6a^3b$, $4a^2b$ и $10a^2c$ имѣютъ, какъ мы видѣли, пять общихъ множителей и изъ нихъ общій наибольшій есть $2a^2$. Очевидно, что отъ дѣленія данныхъ выраженій на ихъ общаго наибольшаго множителя должны получаться взаимно простыя частныя.

Понятіе о наибольшемъ общемъ множителѣ выраженій не слѣдуетъ вообще смѣшивать съ понятіемъ о наибольшемъ общемъ множителѣ ихъ числовыхъ величинъ. Напр., наибольшій общій множитель выра-

---

*) Всякое выраженіе a можетъ быть представлено въ видѣ произведенія $a.1$, но такая форма не принимается въ расчетъ.

женій $(a-b)^2$ и a^2-b^2 есть $a-b$ при всякихъ значеніяхъ a и b; при значеніяхъ $a=7$ и $b=5$ онъ равенъ 2; наибольшій множитель числовыхъ величинъ при тѣхъ же значеніяхъ равенъ 4. Подобно этому замѣтимъ, что выраженія $a+b$ и $a-b$ считаются взаимно простыми при всякихъ значеніяхъ a и b; числовыя же ихъ величины могутъ имѣть разнообразныхъ общихъ множителей при разныхъ системахъ значеній a и b.

Чтобы составить общаго наибольшаго множителя *одночленныхъ* выраженій, нужно *найти наибольшаго общаго множителя коэффиціентовъ и приписать къ нему всѣхъ общихъ буквенныхъ множителей, придавая каждому изъ нихъ показателя наименьшаго между тѣми, съ которыми этотъ множитель входитъ въ данныя выраженія.*

Чтобы составить общаго наибольшаго множителя *многочленныхъ* выраженій, нужно предварительно *разложить ихъ въ произведенія ихъ первообразныхъ множителей.*

Найти общаго множителя выраженій:

241. ab и ac.
242. abc и abd.
243. $5ab$ и $10bc$.
244. $18abd$ и $27bcd$.
245. $4x^3y^2$ и $18x^2y$.
246. $32x^3y^4$ и $48x^2y^3$.
247. $35x^4y^4z^6$ и $49x^6y^5z^4$.
248. $21x^2y^4z^8$ и $32x^5y^3z^4$.
249. $6a^3b^2c$, $12a^2bc^3$ и $18a^4b^3c^2$.
250. $9a^2b^7c^3$, $12a^3bc^4$ и $21a^2c^5$.
251. $32a^mb^{2n}$, $8a^{2m}b^n$ и $26a^{2m}b^{2n}$.
252. $6a^{2n}b^{2m-1}$, $12a^{n+1}b^{m+2}$ и $9a^5b^m$.
252. $12a^{2m}b^{2n-1}$, $8a^mb^3$ и $6a^{m+3}b^n$.
253. $4(m+n)^2$ и $6(m+n)$.
254. $10a(m-n)^3$ и $15ab(m-n)^2$.
255. $(m+n)^2$ и $3a^2(m-n)^2$.
256. $5a(m^2+n^2)$ и $7b(m^2-n^2)$.
257. $ab+bp$ и bc.
258. n^2-np и abn^3.
259. $a^3b^2c-a^2bc^2+a^4b$ и a^2b^3cd.
260. $8a^4n^3+6a^4n^2-16a^5n^7$ и $8a^3n^6p^2$.
260. $9a^3n^4-6a^2n^3+18a^7n^5$ и $9a^6n^3p^3$.
261. $18a^7b^4-12a^6b^5c^2+30a^9b^{10}d$ и $5a^9b^{11}$.
261. $8a^4b^7+12a^5b^6c^3-20a^{10}b^9d$ и $3a^7b^5$.

241. ab и bc.
242. abd и bcd.
243. $6ab$ и $4ac$.
244. $16abc$ и $24abd$.
245. $21x^2y^3$ и $9xy^2$.
246. $27x^3y^2$ и $72x^5y^3$.
247. $36x^5y^6z^7$ и $48x^7y^6z^5$.
248. $14x^5y^3z^5$ и $15x^3y^4z^3$.
249. $4ab^2c^3$, $8a^3bc^2$ и $24a^2b^3c^4$.
250. $5a^3b^4c^2$, $15a^5bc^4$ и $35a^4c^7$.
251. $27a^{2n}b^m$, $72a^nb^{2m}$ и $42a^{2n}b^{2m}$.
253. $9(m-n)$ и $6(m-n)^2$.
254. $8ac(m+n)^2$ и $12bc(m+n)^3$.
255. $2ab(m-n)^2$ и $(m+n)^2$.
256. $10b(m+n)^2$ и $3a(m^2+n^2)$.
257. $ac-ap$ и ad.
258. a^3-a^2p и ap^3n.
259. $a^2b^3c+a^3b^4c^2-ab^5$ и a^3b^2cd.

262. $20a^4b^3+15a^3n^6-35b^6n^5$ и $5a^2b^2n^4$.

262. $35a^3b^4-14a^2n^4+42b^5n^6$ и $7a^2b^4n^2$.

263. $10ab-5a$ и $34bc+17c$. 263. $20ab+4a$ и $55ac-11c$.

264. $18a^3b+4a^2c$ и $27a^4b^2-6a^3bc$.

264. $32a^4b-12a^3b^2c$ и $24a^3b^2+9a^2b^3c$.

265. $24a^6b^4c^2-28a^4b^3c^4$ и $36a^4b^4c^4-42a^2b^3c^6$.

265. $40a^4b^4c^5+64a^3b^2c^8$ и $60a^6b^4c^3+96a^5b^2c^6$.

266. $24a^2+36ab-48ac$ и $30a^3+45a^2b-60a^2c$.

266. $18a^3+36a^2b-54a^2c$ и $12a^4-24a^3b+36a^3c$.

267. $9a^4b-27a^3b^2+18a^2b^3$ и $24a^7b^3-72a^6b^4+48a^5b^5$.

267. $16a^4b-64a^3b^2+48a^2b^3$ и $12a^5b^3+48a^4b^4-36a^3b^5$.

268. $10a^2b^3-75a^3b^4+25a^4b^2$ и $14a^3b^2-35a^4b^4-49a^2b^4$.

268. $35a^2b^4-42a^7b^5+14a^3b^3$ и $30a^6b^2+45a^2b^6-25a^4b^4$.

269. $4(a+1)^2$ и $6(a^2-1)$. 269. $9(a-1)^2$ и $6(a^2-1)$.

270. $18(x^2-y^2)$ и $27(x-y)^2$. 270. $56(x+y)^2$ и $16(x^2-y^2)$.

271. $4(a+1)^3$ и $6(a^2-1)$. 271. $6(a-1)^3$ и $9(a^2-1)$.

272. $12(x-y)^3$ и $18(x^2-y^2)$. 272. $18(x^2-y^2)$ и $24(x+y)^3$.

273. a^6-b^6 и a^2-b^2. 273. a^6+b^6 и a^2+b^2.

274. a^5-b^5 и a^3-b^3. 274. a^5+b^5 и a^3+b^3.

275. $9(x^2-y^2)^2$ и $6(x^4-y^4)$. 275. $8(x^2+y^2)^2$ и $12(x^4-y^4)$.

276. $12(x^2+y^2)^2$ и $8(x^4-y^4)$. 276. $18(x^2-y^2)^2$ и $12(x^4-y^4)$.

277. $4x^2-12xy+9y^2$ и $4x^2-9y^2$. 277. $9x^2+24xy+16y^2$ и $9x^2-16y^2$.

278. $25x^2+60xy+36y^2$ и $36y^2-25x^2$.

278. $4x^2-28xy+49y^2$ и $49y^2-4x^2$.

279. a^2-1 и a^2+4a+3. 279. a^2-1 и a^2-4a+3.

280. a^2-4 и a^2-5a+6. 280. a^2-4 и a^2+5a+6.

281. $x^2+8x+15$ и $x^2+9x+20$. 281. $x^2-8x+15$ и $x^2-9x+20$.

282. $x^2-9x+14$ и $x^2-11x+28$. 282. $x^2+9x+14$ и $x^2+11x+28$.

283. $x^2+2x-120$ и $x^2-2x-80$. 283. $x^2-2x-120$ и $x^2+2x-80$.

284. $x^2+15x+36$ и $x^2+9x-36$. 284. $x^2-15x+36$ и $x^2-9x-36$.

285. x^3-4x^2-5x и x^3-6x^2+5x. 285. x^3+4x^2-5x и x^3+6x^2+5x.

286. x^3+4x^2-5x и x^3-6x^2+5x. 286. x^3-4x^2-5x и x^3+6x^2+5x.

287. $x^4+2a^2x^2+a^4+ax^3+a^3x$ и x^3-a^3.

287. $x^4+2a^2x^2+a^4-ax^3-a^3x$ и x^3+a^3.

288. $x^4-a^4+ax^3-a^3x$ и x^3+a^3. 288. $x^4-a^4-ax^3+a^3x$ и x^3-a^3.

289. $3x^3-3x^2y+xy^2-y^3$ и $4x^3-x^2y-3xy^2$.

289. $3x^3+3x^2y-xy^2-y^3$ и $4x^2y+xy^2-3y^3$.

290. $x^4+2x^3y+2x^2y^2+2xy^3+y^4$ и $x^4+2x^3y-2xy^3-y^4$.

290. $x^4-2x^3y+2x^2y^2-2xy^3+y^4$ и $x^4-2x^3y+2xy^3-y^4$.

291. a^2-b^2, $(a-b)^2$ и a^3-b^3. 291. a^2-b^2, $(a+b)^2$ и a^3+b^3.
292. $4a^2-9b^2$, $(2a+3b)^2$ и $8a^3+27b^3$.
292. $4a^2-9b^2$, $(2a-3b)^2$ и $8a^3-27b^3$.
293. a^4-b^4, a^3+b^3 и a^2-b^2. 293. a^4-b^4, a^3-b^3 и a^2-b^2.
294. a^5-b^5, a^4-b^4 и a^3-b^3. 294. a^5+b^5, a^4-b^4 и a^3+b^3.
295. x^2+5x+6, x^2+x-6 и x^2+2x-3.
295. x^2-x-6, x^2-5x+6 и x^2-4x+3.
296. $x^2-7x+10$, x^2-4x-5 и $x^2-8x+15$.
296. $x^2+3x-10$, x^2+6x+5 и $x^2+2x-15$.
297. x^3+3x^2-10x, $x^4+4x^3-12x^2$ и $x^4-9x^3+14x^2$.
297. $x^5-7x^4+10x^3$, $x^4-8x^3+12x^2$ и x^3+5x^2-14x.
298. $x^5+10x^4+24x^3$, $x^4-4x^3-32x^2$ и x^3-3x^2-28x.
298. x^3+2x^2-24x, $x^4-12x^3+32x^2$ и $x^5-11x^4+28x^3$.
299. $a^3+a^2x-ax^2-x^3$, $a^3-3ax^2+2x^3$ и $a^3-2a^2x-ax^2+2x^3$.
299. $a^3-a^2x-ax^2+x^3$, $a^3-3ax^2-2x^3$ и $a^3+2a^2x-ax^2-2x^3$.
300. x^2-2a^2-ax, x^2-6a^2+ax и $x^2+2ax-8a^2$.
300. x^2-2a^2+ax, x^2-6a^2-ax и $x^2-2ax-8a^2$.

§ 4. Отысканіе общаго наименьшаго кратнаго.

Если нѣкоторое выраженіе дѣлится вполнѣ на каждое изъ нѣсколькихъ данныхъ выраженій, то оно называется *кратнымъ* данныхъ выраженій; напр. выраженіе $6a^2b^2$ есть общее кратное выраженій $2a^2b$ и $6b$. Представимъ себѣ общее кратное нѣсколькихъ выраженій и помножимъ его на какое-нибудь новое выраженіе; полученное произведеніе будетъ также дѣлиться на каждое изъ данныхъ выраженій и, слѣдовательно, окажется новымъ общимъ кратнымъ этихъ выраженій; такъ, въ предыдущемъ примѣрѣ выраженія $2a^2b$ и $6b$ имѣютъ общимъ кратнымъ не одно только выраженіе $6a^2b^2$, но также $6a^3b^3$, $6a^2b^3$, $12a^2b^3$ и т. под.. Вообще каждая система данныхъ выраженій имѣетъ безконечное множество различныхъ общихъ кратныхъ.

Общимъ наименьшимъ кратнымъ нѣсколькихъ данныхъ выраженій называется то изъ общихъ кратныхъ этихъ выраженій, которое содержитъ въ своемъ составѣ наименьшее число первообразныхъ множителей. Напр., наименьшее общее кратное выраженій $2a^2b$ и $6b$ есть $6a^2b$. Такое кратное должно содержать только тѣхъ множителей, которые необходимы для дѣлимости его на данныя выраженія. По раздѣленіи наименьшаго общаго кратнаго на данныя выраженія должны получаться взаимно простыя частныя.

Понятіе о наименьшемъ общемъ кратномъ выраженіи не слѣдуетъ смѣшивать съ понятіемъ о наименьшемъ общемъ кратномъ ихъ числовыхъ величинъ. Напр., a^2-b^2 есть наименьшее общее кратное

выраженій $a+b$ и $a-b$; при значеніяхъ $a=5$ и $b=3$ оно равно 16, наименьшее кратное числовыхъ величинъ этихъ выраженій при тѣхъ же значеніяхъ равно 8.

Чтобы составить общее наименьшее кратное *одночленовъ*, нужно *найти наименьшее общее кратное ихъ числовыхъ коэффиціентовъ и приписать къ нему множителями всѣхъ первообразныхъ буквенныхъ множителей, входящихъ въ данныя выраженія, придавъ каждому изъ этихъ множителей показателя степени наибольшаго между тѣми показателями, съ которыми онъ входитъ въ данныя выраженія.*

Чтобы составить общее наименьшее кратное *многочленовъ*, нужно сначала *разложить ихъ въ произведенія ихъ первоначальныхъ множителей.*

Найти наименьшее общее кратное слѣдующихъ выраженій:

301. ab и bc. 301. ab и ac. **302.** a^2 и $3ab$. 302. $2b^2$ и ab.

303. $4ab$ и $6ac$. 303. $10ab$ и $15bc$. **304.** $8a^3$ и $12a^4$. 304. $9a^4$ и $12a^5$.

305. $12a^3b^2$ и $18ab^3$. 305. $8a^2b^4$ и $12a^3b^3$.

306. $25a^3b^4c^5$ и $20a^5b^2c^6$. 306. $48a^5b^4c^3$ и $72a^3b^5c^7$.

307. $6a^3bd^2$ и $5ac^3e^2$. 307. $4ab^3e^2$ и $7a^3cd^2$.

308. $4ab^2c^3$ и $21bc^2d^3$. 308. $9a^3b^2c$ и $10b^3c^2d$.

309. $a(a+b)$ и $b(a+b)$. 309. $a(a-b)$ и $c(a-b)$.

310. $4a^2(b-1)$ и $6a^3(b-1)$. 310. $9a^3(b+1)$ и $6a(b+1)$.

311. $15b^5(a+b)$ и $18b^3(a-b)$. 311. $25b^7(a-b)$ и $30b^4(a+b)$.

312. $36a^3b^2(a-2)$ и $24a^2b^3(a-1)$. 312. $50a^5b^4(a+3)$ и $75a^4b^5(a+1)$.

313. $(a+b)(c+d)$ и $(a+b)(c-d)$. 313. $(a-b)(c+d)$ и $(a-b)(c-d)$.

314. $(a-b)(c-d)$ и $(a+b)(c-d)$. 314. $(a+b)(c+d)$ и $(a-b)(c+d)$.

315. a^2-x^2 и $(a-x)^2$. 315. a^2-x^2 и $(a+x)^2$.

316. $3(a+x)$ и $4(a^2-x^2)$. 316. $2(a-x)$ и $3(a^2-x^2)$.

317. x^2-4y^2 и $x^2-4xy+4y^2$. 317. x^2-9y^2 и $x^2+6xy+9y^2$.

318. x^2-16y^2 и $x^2+8xy+16y^2$. 318. x^2-25y^2 и $x^2-10xy+25y^2$.

319. a^3-b^3 и a^2-b^2. 319. a^3+b^3 и a^2-b^2.

320. $a^3+a^2b+ab^2+b^3$ и a^3+b^3. 320. $a^3-a^2b+ab^2-b^3$ и a^3-b^3.

321. $2a^3-2a^2b+ab^2-b^3$ и $3a^2-4ab+b^2$.

321. $2a^3+2a^2b-ab^2-b^3$ и $3a^2+4ab+b^2$.

322. $2a^4+3a^2b^2-2a^2b-3b^3$ и $2a^4-3a^2b^2-2a^2b+3b^3$.

322. $2a^4+3a^2b^2+2a^2b+3b^3$ и $2a^4+3a^2b^2-2a^2b-3b^3$.

323. $x^2-7x+12$ и x^2+x-12. 323. x^2+5x+6 и x^2-x-6.

324. x^2-8x+7 и x^2-6x-7. 324. $x^2-9x+20$ и x^2+x-20.

325. $2x^2-7x+6$ и $2x^2+x-6$. 325. $3x^2-17x+10$ и $3x^2+13x-10$.

326. $3x^2+11x+6$ и $3x^2+7x-6$. 326. $2x^2-5x-12$ и $2x^2-11x+12$.

327. x^2-4 и x^3+2x^2+4x+8. 327. x^2-4 и x^3-2x^2+4x-8.

328. x^2-9y^2 и $x^3-3x^2y+9xy-27y^2$.

328. x^2-9y^2 и $x^3+3x^2y+9xy+27y^2$.

329. $x^4+2x^3+2x^2+2x+1$ и x^3+x^2+x+1.

329. $x^4-2x^3+2x^2-2x+1$ и x^3-x^2+x-1.

330. $x^4-2x^3y+2x^2y^2-2xy^3+y^4$ и $x^4-2x^3y+2xy^3-y^4$.

330. $x^4+2x^3y+2x^2y^2+2xy^3+y^4$ и $x^4+2x^3y-2xy^3-y^4$.

331. ab, ac и cd.

331. ab, cd и bd.

332. $4a^2b$, $2ab^2$ и $3ax$.

332. $6a^3b$, $9ab^2$ и $5bx$.

333. $8a^2b^3$, $30a^3b^3$ и $4a^2b^4$.

333. $15a^5b^4$, $18a^3b^2$ и $9a^4b^2$.

334. $4a^2b^2x$, $6ab^3x^2$ и $18a^2bx^3$.

334. $24ab^2x^3$, $16a^3b^5x^4$ и $6a^5bx$.

335. $20a^2x^n$, $15a^3x^{n-1}$ и $10ax^{n+1}$.

335. $28a^mx^3$, $14a^{m-2}x$ и $21a^{m+2}x^4$.

336. $42a^mx^{2n}$, $35a^{m-1}x^{n+1}$ и $14a^{m-2}x^{n-3}$.

336. $48a^{3m}x^{n-1}$, $32a^{2m-3}x^{n+2}$ и $15a^mx^{n-2}$.

337. $x+y$, $(x-y)^2$ и x^2-y^2.

337. x^2-y^2, $(x+y)^2$ и $x-y$.

338. x^2-y^2, $(x+y)^2$ и x^3+y^3.

338. x^2-y^2, $(x-y)^2$ и x^3-y^3.

339. $6a$, $2(a+1)$ и $3(a+2)$.

339. $12a$, $3(a-1)$ и $4(a-2)$.

340. a^4, $2a-1$, $4a^2-1$.

340. a^3, $1+3a$, $1-9a^2$.

341. a^2-9b^2, $(a+3b)^2$ и $(a-3b)^2$.

341. $4a^2-b^2$, $(2a+b)^2$ и $(2a-b)^2$.

342. $8ab+16b^2$, $a^2b+4ab^2+4b^3$ и a^3.

342. $6ab-18b^2$, $a^2b-6ab+9b^3$ и a^4.

343. $x-1$, x^2+x+1 и x^3+1.

343. $x+1$, x^2-x+1 и x^3-1.

344. x^2-1, x^2+1, x^4+1 и x^8-1.

344. x^2-1, x^3+1, x^3-1 и x^6-1.

345. $x^2+(a+b)x+ab$, $x^2+(a+c)x+ac$ и $x^2+(b+c)x+bc$.

345. $x^2-(a+b)x+ab$, $x^2-(b+c)x+bc$ и $x^2-(c+a)x+ac$.

346. $x^2-(a-b)x-ab$, $x^2+(b-c)x-bc$ и $x^2-(a+c)x+ac$.

346. $x^2-(b-a)x-ab$, $x^2+(a+c)x+ac$ и $x^2-(b-c)x-bc$.

347. x^2+3x+2, x^2+4x+3 и x^2+5x+6.

347. x^2-3x+2, x^2+2x-3 и x^2+x-6.

348. x^2-x-6, x^2-3x+2 и x^2+2x-8.

348. x^2+5x+4, $x^2+7x+12$ и $x^2+8x+15$.

349. x^2-2x-3, x^3+3x^2-x-3 и x^3+4x^2+x-6.

349. x^2+2x-3, x^3-3x^2-x+3 и x^3-4x^2+x+6.

350. $x^2-3x-10$, $x^3-5x^2-9x+45$ и $x^3+4x^2-11x-30$.

350. $x^2+3x-10$, $x^3+5x^2-9x-45$ и $x^3-4x^2-11x+30$.

351. a^3-a^2+a-1, a^3+a^2+a+1 и a^4-1.

351. a^2-a+1, $a^5+a^4+a^3+a^2+a+1$ и a^6-1.

352. a^3-1, a^3+1 и a^4+a^2+1.

352. a^2-1, a^4+1 и a^3+a^2+a+1.

353. a^2-2b^2-ab, a^2-6b^2+ab и a^2-8b^2+2ab.

353. a^2-2b^2+ab, a^2-6b^2-ab и a^2-8b^2-2ab.

354. a^2-9b^2, a^2-3b^2+2ab и a^2-15b^2-2ab.

354. a^2-9b^2, a^2-3b^2-2ab и a^2-15b^2+2ab.

355. x^2-4, x^3+8 и x^2+2x+4.

355. x^2-9, x^3+27 и x^2+3x+9.

356. x^3-27, x^3+27 и x^4+9x^2+81.

356. x^2+8, x^3-8 и x^4+4x^2+16.

357. x^4-2x^3+2x-1, $x^4-2x^3+2x^2-2x+1$ и x^3-x^2+x-1.

357. x^4+2x^3+2x+1, $x^4+2x^3+2x^2+2x+1$ и x^3+x^2+x+1.

358. x^3+x^2-x-1, x^3-3x-2 и x^3-2x^2-x+2.

358. x^3-x^2-x+1, x^3-3x+2 и x^3+2x^2-x-2.

359. x^3-7x+6, x^3+2x^2-5x-6 и $x^3-3x^2-10x+24$.

359. x^3-7x-6, x^3-4x^3+x+6 и $x^3-x^2-14x+24$.

360. x^3-2x^2-5x+6, x^3-7x-6 и $x^3+10x^2+31x+30$.

360. x^3+4x^2+x-6, x^3-7x-6 и $x^3+4x^2-11x-30$.

§ 5. Двучленные множители и дѣлители.

361. Перемноживъ двучлены $x+a$, $x+b$, $x+c$, $x+d$ и $x+e$ сначала по два, потомъ по три, затѣмъ по четыре и наконецъ всѣ, обнаружить общее правило подобныхъ умноженій.

361. Сдѣлать то же съ двучленами $y-a$, $y-b$, $y-c$, $y-d$, $y-e$.

362. Примѣнить замѣченное правило къ перемноженію двучленовъ $x+1$, $x+2$, $x+3$, $x+4$ и $x+5$, соединяя ихъ всѣми способами по три, по четыре и всѣ вмѣстѣ.

362. Сдѣлать то же съ двучленами $y-1$, $y-2$, $y-3$, $y-4$, $y-5$.

363. Составить разныя произведенія двучленовъ $z-1$, $z+2$, $z-3$, $z+4$ и $z-5$ по правилу умноженія суммъ. (См. зад. 1).

363. Сдѣлать то же по правилу умноженія разностей. (См. зад. 2).

364. Составить разныя произведенія двучленовъ $u+2$, $u-3$, $u+4$, $u-5$ и $u+6$ по правилу умноженія суммъ.

364. Сдѣлать то же по правилу умноженія разностей.

365. Раздѣливъ многочлены x^2+Ax+B, x^3+Ax^2+Bx+C и $x^4+Ax^3+Bx^2+Cx+D$ на $x+a$, обнаружить общее правило подобныхъ дѣленій и признакъ дѣлимости.

365. Сдѣлать то же съ многочленами y^2+Ay+B, y^3+Ay^2+ $+By+C$ и $y^4+Ay^3+By^2+Cy+D$ и дѣлителемъ $y-a$.

366. Примѣнить замѣченное правило къ дѣленію многочленовъ $x^3+6x^2+11x+6$, $x^3+9x^2+26x+24$ и $x^3+12x^2+47x+60$ на двучлены $x+1$, $x+2$, $x+3$, $x+4$ и $x+5$.

366. Сдѣлать то же съ многочленами $y^3-6y^2+11y-6$, y^3-9y^2+ $+26y-24$ и $y^3-12y^2+47y-60$ и двучленами $y-1$, $y-2$, $y-3$, $y-4$ и $y-5$.

328. x^2-9y^2 и $x^3+3x^2y+9xy+27y^2$.

329. $x^4+2x^3+2x^2+2x+1$ и x^3+x^2+x+1.

329. $x^4-2x^3+2x^2-2x+1$ и x^3-x^2+x-1.

330. $x^4-2x^3y+2x^2y^2-2xy^3+y^4$ и $x^4-2x^3y+2xy^3-y^4$.

330. $x^4+2x^3y+2x^2y^2+2xy^3+y^4$ и $x^4+2x^3y-2xy^3-y^4$.

331. ab, ac и cd. 331. ab, cd и bd.

332. $4a^2b$, $2ab^2$ и $3ax$. 332. $6a^3b$, $9ab^2$ и $5bx$.

333. $8a^2b^3$, $30a^3b^3$ и $4a^2b^4$. 333. $15a^5b^4$, $18a^3b^2$ и $9a^4b^2$.

334. $4a^2b^2x$, $6ab^3x^2$ и $18a^2bx^3$. 334. $24ab^2x^3$, $16a^3b^5x^4$ и $6a^5bx$.

335. $20a^2x^n$, $15a^3x^{n-1}$ и $10ax^{n+1}$. 335. $28a^mx^3$, $14a^{m-2}x$ и $21a^{m+2}x^4$.

336. $42a^mx^{2n}$, $35a^{m-1}x^{n+1}$ и $14a^{m-2}x^{n-3}$.

336. $48a^{3m}x^{n-1}$, $32a^{2m-3}x^{n+2}$ и $15a^mx^{n-2}$.

337. $x+y$, $(x-y)^2$ и x^2-y^2. 337. x^2-y^2, $(x+y)^2$ и $x-y$.

338. x^2-y^2, $(x+y)^2$ и x^3+y^3. 338. x^2-y^2, $(x-y)^2$ и x^3-y^3.

339. $6a$, $2(a+1)$ и $3(a+2)$. 339. $12a$, $3(a-1)$ и $4(a-2)$.

340. a^4, $2a-1$, $4a^2-1$. 340. a^3, $1+3a$, $1-9a^2$.

341. a^2-9b^2, $(a+3b)^2$ и $(a-3b)^2$. 341. $4a^2-b^2$, $(2a+b)^2$ и $(2a-b)^2$.

342. $8ab+16b^2$, $a^2b+4ab^2+4b^3$ и a^3.

342. $6ab-18b^2$, $a^2b-6ab+9b^3$ и a^4.

343. $x-1$, x^2+x+1 и x^3+1. 343. $x+1$, x^2-x+1 и x^3-1.

344. x^2-1, x^2+1, x^4+1 и x^8-1. 344. x^2-1, x^3+1, x^3-1 и x^6-1.

345. $x^2+(a+b)x+ab$, $x^2+(a+c)x+ac$ и $x^2+(b+c)x+bc$.

345. $x^2-(a+b)x+ab$, $x^2-(b+c)x+bc$ и $x^2-(c+a)x+ac$.

346. $x^2-(a-b)x-ab$, $x^2+(b-c)x-bc$ и $x^2-(a+c)x+ac$.

346. $x^2-(b-a)x-ab$, $x^2+(a+c)x+ac$ и $x^2-(b-c)x-bc$.

347. x^2+3x+2, x^2+4x+3 и x^2+5x+6.

347. x^2-3x+2, x^2+2x-3 и x^2+x-6.

348. x^2-x-6, x^2-3x+2 и x^2+2x-8.

348. x^2+5x+4, $x^2+7x+12$ и $x^2+8x+15$.

349. x^2-2x-3, x^3+3x^2-x-3 и x^3+4x^2+x-6.

349. x^2+2x-3, x^3-3x^2-x+3 и x^3-4x^2+x+6.

350. $x^2-3x-10$, $x^3-5x^2-9x+45$ и $x^3+4x^2-11x-30$.

350. $x^2+3x-10$, $x^3+5x^2-9x-45$ и $x^3-4x^2-11x+30$.

351. a^3-a^2+a-1, a^3+a^2+a+1 и a^4-1.

351. a^2-a+1, $a^5+a^4+a^3+a^2+a+1$ и a^6-1.

352. a^3-1, a^3+1 и a^4+a^2+1.

352. a^2-1, a^4+1 и a^3+a^2+a+1.

353. a^2-2b^2-ab, a^2-6b^2+ab и a^2-8b^2+2ab.

353. a^2-2b^2+ab, a^2-6b^2-ab и a^2-8b^2-2ab.

14. $\dfrac{3x^4c+5x^3yc-2x^3c^2}{2xy^2c^2-3x^2y^2c-5xy^3c}$

14. $\dfrac{21x^5y^5c^3-35x^5y^3c^5-49x^3y^5c^5}{35x^2y^4c^6-15x^4y^4c^4+25x^4y^2c^6}$

15. $\dfrac{a-b}{a^3-b^3}$ **15.** $\dfrac{a+b}{a^2-b^2}$ **16.** $\dfrac{2a+1}{4a^2-1}$ **16.** $\dfrac{3a-1}{9a^2-1}$

17. $\dfrac{x^2-y^2}{xz+yz}$ **17.** $\dfrac{x^2-z^2}{xy-yz}$ **18.** $\dfrac{x^3+3x^2}{x^2-9}$ **18.** $\dfrac{x^3-2x^2}{3x^2-12}$

19. $\dfrac{4a^2-2ab}{12a^2-3b^2}$ **19.** $\dfrac{5ab+15b^2}{a^2-9b^2}$ **20.** $\dfrac{7a^3b+7ab^3}{a^4-b^4}$ **20.** $\dfrac{a^4b^3-a^3b^4}{5a^4-5b^4}$

21. $\dfrac{(a-b)^2}{a^2-b^2}$ **21.** $\dfrac{(a+b)^2}{b^2-a^2}$ **22.** $\dfrac{(a+1)^3}{a^3-a}$ **22.** $\dfrac{(a-1)^3}{a^3-a}$

23. $\dfrac{x^3+y^3}{2(x+y)^2}$ **23.** $\dfrac{(x-y)^2}{3x^3-3y^3}$ **24.** $\dfrac{y^4-x^4}{xy^2+x^3}$ **24.** $\dfrac{x^6-y^6}{x^4-xy^3}$

25. $\dfrac{x^5-y^5}{x^3-y^3}$ **25.** $\dfrac{x^5+y^5}{x^3+y^3}$ **26.** $\dfrac{2x+4}{3x^3+24}$ **26.** $\dfrac{4x-12}{3x^3-81}$

27. $\dfrac{16a^3-36ab^2}{6ab-9b^2}$ **27.** $\dfrac{35a^2b+15b^2}{147a^6b-27a^2b^3}$ **28.** $\dfrac{243a^6b^6-675a^4b^8}{9a^2b^2-15ab^3}$ **28.** $\dfrac{240a^2b+60a^3}{720a^3b^4-45a^5b^2}$

29. $\dfrac{x^3+x^2y}{x^2+2xy+y^2}$ **29.** $\dfrac{x^3-2ax^2}{x^2-4ax+4a^2}$ **30.** $\dfrac{12x^2-8xy}{9x^2-12xy+4y^2}$ **30.** $\dfrac{3a^2y^2+6xy^2}{a^4+4a^2x+4x^2}$

31. $\dfrac{a^2+2ab+b^2}{a^4-b^4}$ **31.** $\dfrac{a^2-2ab+b^2}{a^4-b^4}$

32. $\dfrac{a^3+3a^2b+3ab^2+b^3}{a^2x+abx}$ **32.** $\dfrac{a^3-3a^2b+3ab^2-b^3}{a^3x-ab^2x}$

33. $\dfrac{x-xy+z-zy}{1-3y+3y^2-y^3}$ **33.** $\dfrac{a+ac+b+bc}{1+3c+3c^2+c^3}$

34. $\dfrac{20a^5x^2+16a^3bx^2}{75a^4b+120a^2b^2+48b^3}$ **34.** $\dfrac{16a^5b-20a^3b^2}{48a^4b^2-120a^2b^3+75b^4}$

35. $\dfrac{ac+bx+ax+bc}{ay+2bx+2ax+by}$ **35.** $\dfrac{2az^2+2bz^2+3a^3+3a^2b}{ab^2+b^3-2ax^2-2bx^2}$

36. $\dfrac{3a^3+ab^2-6a^2b-2b^3}{9a^5-ab^4-18a^4b+2b^5}$ **36.** $\dfrac{2a^3+6a^2b-ab^2-3b^3}{4a^5+12a^4b-ab^4-3b^5}$

37. $\dfrac{3ac^2+3bc^2-3ab^2-3b^3}{6ac^2-6bc^2-6ab^2+6b^3}$ **37.** $\dfrac{5ac^3-5bc^3+5ab^3-5b^4}{10ac^3+10bc^3+10ab^3+10b^4}$

38. $\dfrac{a^5-ba^4-ab^4+b^5}{a^4-ba^3-a^2b^2+ab^3}$ **38.** $\dfrac{a^5-ab^4+a^4b-b^5}{a^4+a^2b^2+a^3b+ab^3}$

39. $\dfrac{ab(x^2+y^2)+xy(a^2+b^2)}{ab(x^2-y^2)+xy(a^2-b^2)}$ **39.** $\dfrac{xy(a^2+b^2)-ab(x^2+y^2)}{xy(a^2-b^2)+ab(x^2-y^2)}$

40. $\dfrac{x^2-(a-b)x-ab}{x^3+bx^2+ax+ab}$ **40.** $\dfrac{x^2+(a+c)x+ac}{x^3+ax^2-cx-ac}$

41. $\dfrac{(x+a)^2-(b+c)^2}{(x+b)^2-(a+c)^2}$ **41.** $\dfrac{(x-b)^2-(a-c)^2}{(x-a)^2-(b-c)^2}$

42. $\dfrac{x^2+3x+2}{x^2+6x+5}$ **42.** $\dfrac{x^2+4x+3}{x^2+7x+12}$ **43.** $\dfrac{x^2+10x+21}{x^2-2x-15}$ **43.** $\dfrac{x^2-7x+10}{x^2+4x-12}$

44. $\dfrac{x^2-x-20}{x^2+x-30}$ **44.** $\dfrac{x^2+x-42}{x^2-x-56}$ **45.** $\dfrac{a^2-9ab+14b^2}{a^2-ab-2b^2}$ **45.** $\dfrac{a^2+ab-2b^2}{a^2-7ab-18b^2}$

46. $\dfrac{2a^2-ab-3b^2}{2a^2-5ab+3b^2}$ **46.** $\dfrac{4a^2-7ab+3b^2}{5a^2-3ab-2b^2}$ **47.** $\dfrac{2x^3+5x^2+3x}{x^3-2x^2-3x}$ **47.** $\dfrac{3x^3-5x^2+2x}{x^3+2x^2-3x}$

48. $\frac{x^4+(2b^2-a^2)x^2+b^4}{x^4+2ax^3+a^2x^2-b^4}$ 48. $\frac{a^4-b^4-b^2y^2+2b^3y}{b^4+(2a^2-y^2)b^2+a^4}$

49. $\frac{x^2+(a+b+c)x+(a+b)c}{a^2+2ab+b^2-x^2}$ 49. $\frac{x^2+(b-c-a)x-(b-c)a}{x^2-b^2+2bc-c^2}$

50. $\frac{a^3c-2a^2c^2+ac^3-ab^2c}{(a^2+c^2-b^2)^2-4a^2c^2}$ 50. $\frac{a^2bc-b^3c+2b^2c^2-bc^3}{4b^2c^2-(a^2-b^2-c^2)^2}$

§ 2. Приведеніе дробей къ общему знаменателю.

Общее правило выражается такъ: *чтобы привести дроби къ общему знаменателю, нужно умножить числителя и знаменателя каждой дроби на частное, происходящее отъ дѣленія наименьшаго общаго кратнаго всѣхъ знаменателей на знаменателя разсматриваемой дроби.* Такое частное называется *дополнительнымъ* множителемъ къ тому знаменателю, который на него помножается.

Въ случаѣ, когда всѣ знаменатели данныхъ дробей суть взаимно простыя выраженія, то общимъ знаменателемъ служитъ произведеніе всѣхъ знаменателей. Тогда числителя и знаменателя каждой дроби нужно умножить на произведеніе знаменателей всѣхъ остальныхъ дробей.

Если всѣ знаменатели даны въ одночленной формѣ и притомъ представлены въ видѣ произведеній ихъ первоначальныхъ множителей, то можно прямо приступить къ приведенію.

Если знаменатели даны въ многочленной формѣ, то предварительно нужно преобразовать ихъ, если это возможно, въ произведенія ихъ первоначальныхъ множителей.

51. $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$ 51. $\frac{b}{a}, \frac{c}{d}$ **52.** $\frac{a}{2b}, \frac{c}{3d}$ 52. $\frac{b}{3a}, \frac{d}{5c}$

53. $\frac{a}{c^2}, \frac{1}{b}$ 53. $\frac{b}{a^2}, \frac{1}{c}$ **54.** $\frac{b}{a^2}, \frac{c}{2ab}$ 54. $\frac{a}{3bc}, \frac{b}{c^2}$

55. $\frac{x}{y}, \frac{z}{u}, \frac{v}{t}$ 55. $\frac{y}{x}, \frac{u}{z}, \frac{t}{v}$ **56.** $\frac{2a^2}{b^3}, \frac{3b^2}{a^2}, \frac{5ab}{c^3}$ 56. $\frac{a^3}{2b^2}, \frac{3bc}{a^2}, \frac{ab}{5c^3}$

57. $\frac{5a}{c^3}, \frac{2b^2}{ac}, \frac{b^3}{a^3c}$ 57. $\frac{3a}{2b^2}, \frac{3c}{ab}, \frac{c^2}{a^3b}$ **58.** $\frac{7a}{4x^3}, \frac{4bx}{7a^2}, \frac{2ax}{b^2}$ 58. $\frac{3a^2}{5x^3}, \frac{5y^2}{3b^2}, \frac{4b^3}{a^3}$

59. $\frac{3c^2}{4b^3d^2}, \frac{2a}{6b^2d^3}, \frac{5x}{b^5d}$ 59. $\frac{5y}{9a^3b^4}, \frac{d^3}{6a^4b^3}, \frac{3}{a^7b^2}$

60. $\frac{3c^2}{2a^2b^2}, \frac{2b^2}{3c^2d^2}, \frac{a^2}{5e^2f^2}$ 60. $\frac{a^2}{5b^2c^2}, \frac{2b^2}{3a^2d^2}, \frac{3c^2}{2e^2f^2}$

61. $a, \frac{b^2}{a}$ 61. $b, \frac{a^2}{b}$ **62.** $2b, \frac{c}{a^2b}$ 62. $3a, \frac{b}{a^2c}$

63. $\frac{b}{a}, a^2, \frac{c}{2a^2b^2}$ 63. $\frac{a}{b}, b^2, \frac{c}{3a^2b^2}$ **64.** $\frac{2a}{3b}, \frac{3b}{2c}, bc$ 64. $\frac{2b}{3a}, \frac{3c}{2b}, ab$

65. $\frac{x}{6a^2b}, \frac{1}{8b^3c^2}, \frac{3d}{4a^5c^3}$ 65. $\frac{3ax}{4b^2c^3}, \frac{2ac}{9bx^2}, \frac{1}{12b^3cx}$

66. $\frac{5ab}{12b^4d^3}, \frac{7a^4c}{8b^3d^4}, \frac{b^3d^3}{18a^5c^5}$ 66. $\frac{7b^3c}{24a^4d^6}, \frac{a^3b^4}{18c^5x}, \frac{5b^5c^3}{36a^3d^{12}}$

67. $\frac{7a}{48b^5d^4}, \frac{3c^2}{8b^3d}, \frac{2x^3}{3bd^2}$

68. $\frac{5y^2}{6a^3x}, \frac{1}{30a^5b^4x^3}, \frac{7x^3}{10a^2b^3}$

69. $\frac{3a}{4b^4c^2}, \frac{b}{6a^4c^3}, \frac{c}{2a^2b^2}, \frac{1}{8abc}$

70. $\frac{x}{28a^5b^4c^3}, \frac{y}{42a^3b^4c^5}, \frac{z}{12a^6b}, \frac{u}{7ac^3}$

71. $\frac{a}{a+b}, \frac{b}{a-b}, \frac{ab}{a^2-b^2}$

72. $\frac{a}{a-b}, \frac{b^2}{a^2+ab}, \frac{a^3}{a^2b-b^3}$

73. $\frac{3a}{x^3-ax^2}, \frac{2x}{x+2a}, \frac{5a}{x^3+ax^2-2a^2x}$

74. $\frac{ab}{a^2-4}, \frac{a^2}{ab+2b}, \frac{b^2}{2a^2-a^3}$

75. $\frac{2ax}{a^4-x^4}, \frac{a^2}{x^2(x^2-a^2)}, \frac{x^2}{a^3(x-a)}$

76. $\frac{A}{6a^3+6a^2b}, \frac{B}{4a^2b-4ab^2}, \frac{C}{12b(a^2+2ab+b^2)}$

77. $\frac{A}{a^2+5a+6}, \frac{B}{a^3+4a^2+3a}, \frac{C}{(a+1)^2+(a+1)}, \frac{D}{a^2+3a}$

78. $\frac{A}{(a-b)(a-c)}, \frac{B}{(b-a)(b-c)}, \frac{C}{(c-a)(c-b)}$

79. $\frac{A}{(a+b)(a+d)}, \frac{B}{a^2+ac+cd+ad}, \frac{C}{a^2+bc+ab+ac}$

80. $\frac{A}{(a-b)(b-c)(c-a)}, \frac{B}{(c-b)(ad-bd-a^2+ab)}, \frac{C}{(a-d)(a-c)(b-a)(c-b)}$

67. $\frac{2x^2}{7a^3b}, \frac{5cd}{42a^7b^8}, \frac{3z}{2ab^5}$

68. $\frac{2z^2}{5a^3b^2}, \frac{7b^3y}{3ac^4}, \frac{1}{45a^7b^3c^4}$

69. $\frac{2}{a^3b^2}, \frac{15a}{8b^2c}, \frac{3a^5c^3}{2b}, \frac{12abc}{5d}$

70. $\frac{x}{96a^7b^4}, \frac{y}{16ac^5}, \frac{z}{24b^5c}, \frac{u}{12a^4bc^8}$

71. $\frac{a}{a-b}, \frac{b}{a+b}, \frac{ab}{a^2-b^2}$

72. $\frac{a}{a+b}, \frac{b^2}{a^2-ab}, \frac{a^3}{a^2b-b^3}$

73. $\frac{4x}{ax^2-a^2x-2a^3}, \frac{3a}{x+a}, \frac{5x}{a^2x-2a^3}$

74. $\frac{ab}{4-a^2}, \frac{a^2}{ab+2b}, \frac{b^2}{a^3-2a^2}$

75. $\frac{ax}{x^4-a^4}, \frac{2a^2}{x^2(a^2-x^2)}, \frac{x^2}{a^3(a-x)}$

76. $\frac{A}{9a^3-9a^2b}, \frac{B}{6a^4b^3+6a^3b^4}, \frac{C}{18b(a^2+b^2-2ab)}$

77. $\frac{A}{a^4+2a^3-3a^2}, \frac{B}{a^2+a-6}, \frac{C}{(a-1)^2-a+1}, \frac{D}{a^2-2a}$

78. $\frac{A}{(x-a)(x-b)}, \frac{B}{(a-x)(c-x)}, \frac{C}{(b-x)(c-x)}$

79. $\frac{A}{x^2-(a-b)x-ab}, \frac{B}{x^2+bx-bc-cx}, \frac{C}{x^2-(a+c)x+ac}$

80. $\frac{A}{(a-d)(b-c)(c-d)}, \frac{B}{(a-b)(cd-bd-c^2+bc)}, \frac{C}{(b-a)(c-b)(d-c)(a-d)}$

§ 3. Преобразованіе смѣшанныхъ дробей въ простыя и обратно.

Если данное дробное выраженіе представляетъ только частное отъ дѣленія числителя на знаменателя и не содержитъ цѣлаго слагаемаго или вычитаемаго, то оно называется *простою* или *одночленною* дробью. Таково напр. $\frac{a-b}{a+b}$. Если же данное выраженіе

48. $\frac{x^4+(2b^2-a^2)x^2+b^4}{x^4+2ax^3+a^2x^2-b^4}$ 48. $\frac{a^4-b^4-b^2y^2+2b^3y}{b^4+(2a^2-y^2)b^2+a^4}$

49. $\frac{x^2+(a+b+c)x+(a+b)c}{a^2+2ab+b^2-x^2}$ 49. $\frac{x^2+(b-c-a)x-(b-c)a}{x^2-b^2+2bc-c^2}$

50. $\frac{a^3c-2a^2c^2+ac^3-ab^2c}{(a^2+c^2-b^2)^2-4a^2c^2}$ 50. $\frac{a^2bc-b^3c+2b^2c^2-bc^3}{4b^2c^2-(a^2-b^2-c^2)^2}$

§ 2. Приведеніе дробей къ общему знаменателю.

Общее правило выражается такъ: *чтобы привести дроби къ общему знаменателю, нужно умножить числителя и знаменателя каждой дроби на частное, происходящее отъ дѣленія наименьшаго общаго кратнаго всѣхъ знаменателей на знаменателя разсматриваемой дроби.* Такое частное называется *дополнительнымъ* множителемъ къ тому знаменателю, который на него помножается.

Въ случаѣ, когда всѣ знаменатели данныхъ дробей суть взаимно простыя выраженія, то общимъ знаменателемъ служитъ произведеніе всѣхъ знаменателей. Тогда числителя и знаменателя каждой дроби нужно умножить на произведеніе знаменателей всѣхъ остальныхъ дробей.

Если всѣ знаменатели даны въ одночленной формѣ и притомъ представлены въ видѣ произведеній ихъ первоначальныхъ множителей, то можно прямо приступить къ приведенію.

Если знаменатели даны въ многочленной формѣ, то предварительно нужно преобразовать ихъ, если это возможно, въ произведенія ихъ первоначальныхъ множителей.

51. $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$ 51. $\frac{b}{a}, \frac{c}{d}$ **52.** $\frac{a}{2b}, \frac{c}{3d}$ 52. $\frac{b}{3a}, \frac{d}{5c}$

53. $\frac{a}{c^2}, \frac{1}{b}$ 53. $\frac{b}{a^2}, \frac{1}{c}$ **54.** $\frac{b}{a^2}, \frac{c}{2ab}$ 54. $\frac{a}{3bc}, \frac{b}{c^2}$

55. $\frac{x}{y}, \frac{z}{u}, \frac{v}{t}$ 55. $\frac{y}{x}, \frac{u}{z}, \frac{t}{v}$ **56.** $\frac{2a^2}{b^3}, \frac{3b^2}{a^2}, \frac{5ab}{c^3}$ 56. $\frac{a^3}{2b^2}, \frac{3bc}{a^2}, \frac{ab}{5c^3}$

57. $\frac{5a}{c^3}, \frac{2b^2}{ac}, \frac{b^3}{a^3c}$ 57. $\frac{3a}{2b^2}, \frac{3c}{ab}, \frac{c^2}{a^3b}$ **58.** $\frac{7a}{4x^3}, \frac{4bx}{7a^2}, \frac{2ax}{b^2}$ 58. $\frac{3a^2}{5x^3}, \frac{5y^2}{8b^2}, \frac{4b^3}{a^3}$

59. $\frac{3c^2}{4b^3d^2}, \frac{2a}{6b^2d^3}, \frac{5x}{b^5d}$ 59. $\frac{5y}{9a^3b^4}, \frac{d^3}{6a^4b^3}, \frac{3}{a^7b^2}$

60. $\frac{3c^2}{2a^2b^2}, \frac{2b^2}{3c^2d^2}, \frac{a^2}{5e^2f^2}$ 60. $\frac{a^2}{5b^2c^2}, \frac{2b^2}{3a^2d^2}, \frac{3c^2}{2e^2f^2}$

61. $a, \frac{b^2}{a}$ 61. $b, \frac{a^2}{b}$ **62.** $2b, \frac{c}{a^2b}$ 62. $3a, \frac{b}{a^2c}$

63. $\frac{b}{a}, a^2, \frac{c}{2a^2b^2}$ 63. $\frac{a}{b}, b^2, \frac{c}{3a^2b^2}$ **64.** $\frac{2a}{3b}, \frac{3b}{2c}, bc$ 64. $\frac{2b}{3a}, \frac{3c}{2b}, ab$

65. $\frac{x}{6a^2b}, \frac{1}{8b^3c^2}, \frac{3d}{4a^5c^3}$ 65. $\frac{3ax}{4b^2c^3}, \frac{2ac}{9bx^2}, \frac{1}{12b^3cx}$

66. $\frac{5ab}{12b^4d^3}, \frac{7a^4c}{8b^3d^4}, \frac{b^3d^3}{18a^5c^5}$ 66. $\frac{7b^3c}{24a^4d^6}, \frac{a^3b^4}{18c^5x}, \frac{5b^5c^3}{36a^3d^{12}}$

89. $m-n-\frac{m-n}{2}$ 89. $m+n+\frac{n-m}{2}$ **90.** $5-\frac{7(m+3n)}{2m}$ 90. $7-\frac{5(2m+n)}{3n}$

91. $\frac{(a+b)^2}{2a}-2b$ 91. $\frac{(a-b)^2}{2b}+2a$ **92.** $2a-\frac{2b^2}{a+2b}$ 92. $2a+\frac{2b^2}{a-2b}$

93. $\frac{a^2+b^2}{a+b}+2(a-b)$ 93. $\frac{a^2+b^2}{a-b}-3(a+b)$

94. $a+b-\frac{a^2-3b^2}{a-b}$ 94. $a-b+\frac{a^2+b^2}{a+b}$

95. $ax+4-\frac{ax^2-y}{x+y}$ 95. $ax-3-\frac{y-ax^2}{x-y}$

96. $\frac{a+x+y}{x-y}-1$ 96. $\frac{a-y+x}{x+y}-1$

97. $x^2-xy+y^2+\frac{2y^3}{x+y}$ 97. $x^2+xy+y^2-\frac{2y^3}{x-y}$

98. $1-\frac{x^2-2xy+y^2}{x^2+y^2}$ 98. $1-\frac{2xy-x^2+y^2}{x^2-y^2}$

99. $\frac{5n-1}{n^2-2n+3}+2n+1$ 99. $\frac{5n+2}{n^2-3n+2}+2n-1$

100. $2-3n-\frac{3-2n}{2-n+n^2}$ 100. $2+3n-\frac{2-n}{3-2n+n^2}$

Преобразовать нижеслѣдующія простыя дроби въ смѣшанныя:

101. $\frac{25a}{7}$ 101. $\frac{43b}{5}$ **102.** $\frac{36ac+4b}{9}$ 102. $\frac{8ac-3b}{4}$

103. $\frac{12a^2-5b}{6a}$ 103. $\frac{2a-15b^2}{5b}$ **104.** $\frac{a^2-c^2}{a}$ 104. $\frac{a^2+c^2}{c}$

105. $\frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}$ 105. $\frac{x^2+y^2}{x^2-y^2}$ **106.** $\frac{x^3+y^3}{x^2-y^2}$ 106. $\frac{x^3-y^3}{x^2+y^2}$

107. $\frac{x^2+x}{x-1}$ 107. $\frac{x^2-x}{x+1}$ **108.** $\frac{x^3-2}{x+2}$ 108. $\frac{x^3+2}{x-2}$

109. $\frac{25a^3-3b+2c}{5a^2}$ 109. $\frac{18a^3-4b-3c}{6a^2}$

110. $\frac{a^2+2ab+b^2}{a-b}$ 110. $\frac{a^2-2ab+b^2}{a+b}$

111. $\frac{2x^3-15xy^2-12y^3}{3y^2}$ 111. $\frac{7y^3-15x^2y+10x^3}{5x^2}$

112. $\frac{x^2+2xy+3y^2}{x+3y}$ 112. $\frac{2x^2-5xy+y^2}{x-3y}$

113. $\frac{4ab-2b^2-a^2}{2a+b}$ 113. $\frac{9ab-3b^2-a^2}{3a+b}$

114. $\frac{2(a^3-b^3)+a^2b}{a^2+b^2}$ 114. $\frac{2(a^3+b^3)-a^2b}{a^2-b^2}$

115. $\frac{a^3+b^3-2ab^2}{a-2b}$ 115. $\frac{a^3-b^3+2ab^2}{a+2b}$

116. $\frac{a^4+b^4-3a^2b^2}{a+b}$ 116. $\frac{a^4+b^4+2a^2b^2}{a-b}$

117. $\frac{n^3+7n^2-13n-21}{n^2+2n-3}$

118. $\frac{1-5n+11n^2-3n^3}{1-3n+2n^2}$

119. $\frac{3m^4+m^3n-40n^4}{m^2+mn-2n^2}$

120. $\frac{m^4-2m^3n-n^4}{m^2-nm+2n^2}$

117. $\frac{2n^3-5n^2+9n+16}{n^2-2n-3}$

118. $\frac{1+6n+13n^2+10n^3}{1+3n+2n^2}$

119. $\frac{3m^4+m^3n-56n^4}{m^2-mn-2n^2}$

120. $\frac{m^4-2m^3n-n^4}{m^2+nm-2n^2}$

§ 4. Сложеніе и вычитаніе простыхъ дробей.

Для сложенія и вычитанія дробей съ одинаковыми знаменателями нужно въ первомъ случаѣ сложить, а во второмъ вычесть ихъ числителей и результатъ сдѣлать числителемъ новой дроби, а знаменателя подписать прежняго.

Если знаменатели дробей различны, то нужно сначала привести всѣ данныя дроби къ простѣйшему общему знаменателю.

121. $\frac{a}{3}+\frac{b}{3}$ 121. $\frac{a}{4}-\frac{b}{4}$ 122. $\frac{x}{m}-\frac{y}{m}$ 122. $\frac{x}{n}+\frac{z}{n}$

123. $\frac{a}{5}+\frac{9a}{5}$ 123. $\frac{15a}{7}-\frac{a}{7}$ 124. $\frac{xy}{n}-\frac{yz}{n}$ 124. $\frac{xy}{m}+\frac{yz}{m}$

125. $\frac{3x}{m}-\frac{2x}{m}+\frac{x}{m}$ 125. $\frac{x}{n}+\frac{2x}{n}-\frac{5x}{n}$ 126. $\frac{3x}{n}+\frac{5x}{n}-\frac{12x}{n}$ 126. $\frac{3x}{m}-\frac{5x}{m}+\frac{7x}{m}$

127. $\frac{1}{a}+\frac{1}{2a}$ 127. $\frac{1}{a}+\frac{1}{3a}$ 128. $\frac{a}{x}-\frac{b}{mx}$ 128. $\frac{a}{nx}-\frac{b}{n}$

129. $\frac{1}{m}+\frac{1}{n}$ 129. $\frac{1}{n}-\frac{1}{m}$ 130. $\frac{m}{n}-\frac{p}{q}$ 130. $\frac{n}{m}+\frac{p}{q}$

131. $\frac{x}{15a}+\frac{y}{3}$ 131. $\frac{x}{4}-\frac{y}{12b}$ 132. $\frac{a}{bc}-\frac{a}{bd}$ 132. $\frac{b}{ac}+\frac{b}{cd}$

133. $\frac{2}{m^2}+\frac{5}{mn}$ 133. $\frac{5}{mn}+\frac{7}{n^3}$ 134. $\frac{m}{p^3q^2}-\frac{1}{p^2q^3}$ 134. $\frac{1}{p^5q^4}-\frac{n}{p^4q^5}$

135. $\frac{3c}{4a^3b}+\frac{5d}{6ab^4}$ 135. $\frac{2b}{9a^4}-\frac{7c}{6ab^3}$ 136. $\frac{ab}{10c^3d}-\frac{2c}{15d^2k^3}$ 136. $\frac{7ak}{18c^3d^2}+\frac{5bd}{24c^2k^5}$

137. $\frac{m}{a}+\frac{m}{b}+\frac{m}{c}$ 137. $\frac{n}{a}+\frac{n}{b}-\frac{n}{c}$ 138. $\frac{a}{xy}-\frac{b}{xz}-\frac{c}{yz}$ 138. $\frac{a}{x^2}+\frac{b}{ax}-\frac{c}{bx}$

139. $\frac{n}{2b}+\frac{n}{3b}-\frac{n}{4b}$ 139. $\frac{m}{15a}-\frac{m}{5a}-\frac{m}{6a}$

140. $\frac{3a}{bc}-\frac{5a}{bd}+\frac{4d}{bf}$ 140. $\frac{2a}{bc}+\frac{8a}{bg}-\frac{2c}{bd}$

141. $\frac{3b}{5a^2}-\frac{a}{6b^2}-\frac{8c}{15ab}$ 141. $\frac{4a}{9b^3}-\frac{5b}{6a^3}+\frac{c}{10a^2b^2}$

142. $\frac{5a}{12y^3z^2}-\frac{b}{15yz^4}+\frac{3c}{10y^5}$ 142. $\frac{4a}{21x^5}+\frac{11b}{14x^3y^2}-\frac{c}{6x^2y^6}$

143. $\frac{c^2y^3}{a^3b^5x^2}-\frac{x^5y^6}{a^4b^2c^4}-\frac{a^2z^3}{bc^2x^7}$ 143. $\frac{x^3y}{a^2b^3c^4}-\frac{c^6y^3}{ab^5x^3}+\frac{a^5b^4}{c^3x^4}$

144. $\frac{a^{n-1}}{c^2x^{n-3}}-\frac{b^4z^n}{c^4x^{n-2}}-\frac{1}{acx^n}$ 144. $\frac{b^{n-1}}{c^3x^{n+2}}-\frac{a^3z^n}{b^2x^{n+1}}-\frac{1}{bcx^n}$

89. $m-n-\frac{m-n}{2}$ 89. $m+n+\frac{n-m}{2}$ **90.** $5-\frac{7(m+3n)}{2m}$ 90. $7-\frac{5(2m+n)}{3n}$

91. $\frac{(a+b)^2}{2a}-2b$ 91. $\frac{(a-b)^2}{2b}+2a$ **92.** $2a-\frac{2b^2}{a+2b}$ 92. $2a+\frac{2b^2}{a-2b}$

93. $\frac{a^2+b^2}{a+b}+2(a-b)$ 93. $\frac{a^2+b^2}{a-b}-3(a+b)$

94. $a+b-\frac{a^2-3b^2}{a-b}$ 94. $a-b+\frac{a^2+b^2}{a+b}$

95. $ax+4-\frac{ax^2-y}{x+y}$ 95. $ax-3-\frac{y-ax^2}{x-y}$

96. $\frac{a+x+y}{x-y}-1$ 96. $\frac{a-y+x}{x+y}-1$

97. $x^2-xy+y^2+\frac{2y^3}{x+y}$ 97. $x^2+xy+y^2-\frac{2y^3}{x-y}$

98. $1-\frac{x^2-2xy+y^2}{x^2+y^2}$ 98. $1-\frac{2xy-x^2+y^2}{x^2-y^2}$

99. $\frac{5n-1}{n^2-2n+3}+2n+1$ 99. $\frac{5n+2}{n^2-3n+2}+2n-1$

100. $2-3n-\frac{3-2n}{2-n+n^2}$ 100. $2+3n-\frac{2-n}{3-2n+n^2}$

Преобразовать нижеслѣдующія простыя дроби въ смѣшанныя:

101. $\frac{25a}{7}$ 101. $\frac{43b}{5}$ **102.** $\frac{36ac+4b}{9}$ 102. $\frac{8ac-3b}{4}$

103. $\frac{12a^2-5b}{6a}$ 103. $\frac{2a-15b^2}{5b}$ **104.** $\frac{a^2-c^2}{a}$ 104. $\frac{a^2+c^2}{c}$

105. $\frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}$ 105. $\frac{x^2+y^2}{x^2-y^2}$ **106.** $\frac{x^3+y^3}{x^3-y^3}$ 106. $\frac{x^3-y^3}{x^3+y^3}$

107. $\frac{x^2+x}{x-1}$ 107. $\frac{x^2-x}{x+1}$ **108.** $\frac{x^3-2}{x+2}$ 108. $\frac{x^3+2}{x-2}$

109. $\frac{25a^3-3b+2c}{5a^2}$ 109. $\frac{18a^3-4b-3c}{6a^2}$

110. $\frac{a^2+2ab+b^2}{a-b}$ 110. $\frac{a^2-2ab+b^2}{a+b}$

111. $\frac{2x^3-15xy^2-12y^3}{3y^2}$ 111. $\frac{7y^3-15x^2y+10x^3}{5x^2}$

112. $\frac{x^2+2xy+3y^2}{x+3y}$ 112. $\frac{2x^2-5xy+y^2}{x-3y}$

113. $\frac{4ab-2b^2-a^2}{2a+b}$ 113. $\frac{9ab-3b^2-a^2}{3a+b}$

114. $\frac{2(a^3-b^3)+a^2b}{a^2+b^2}$ 114. $\frac{2(a^3+b^3)-a^2b}{a^2-b^2}$

115. $\frac{a^3+b^3-2ab^2}{a-2b}$ 115. $\frac{a^3-b^3+2ab^2}{a+2b}$

116. $\frac{a^4+b^4-3a^2b^2}{a+b}$ 116. $\frac{a^4+b^4+2a^2b^2}{a-b}$

общей чертой дѣленія, а надъ нею обозначить произведенія числителей дробей на дополнительныхъ множителей къ ихъ знаменателямъ, отдѣляя эти произведенія тѣми знаками сложенія и вычитанія, которыми были отдѣлены данныя дроби. Послѣ этого въ полученномъ общемъ числителѣ нужно раскрыть скобки и сдѣлать, если можно, приведеніе подобныхъ членовъ. Наконецъ, нужно испытать, не допускаетъ ли полученная дробь сокращенія, и если допускаетъ, то сократить ее на наибольшаго общаго множителя ея членовъ. Поступая такъ въ ниже слѣдующемъ примѣрѣ, находимъ послѣдовательно:

$$\frac{3}{a+1}+\frac{1}{1-a}-\frac{2a}{1-a^2}=\frac{3}{1+a}+\frac{1}{1-a}-\frac{2a}{(1+a)(1-a)}=$$
$$=\frac{3(1-a)+(1+a)-2a}{(1+a)(1-a)}=\frac{4-4a}{(1+a)(1-a)}=\frac{4}{1+a}.$$

Иногда при приведеніи дробей къ общему знаменателю требуется измѣнить знакъ у одного изъ данныхъ знаменателей. Эту перемѣну всегда можно сдѣлать, но нужно вмѣстѣ съ этимъ перемѣнить и знакъ числителя, или же, оставляя числителя прежнимъ, поставить передъ самой дробью знакъ противуположный тому, съ которымъ она была дана. Напр., имѣемъ:

$$\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}+\frac{b}{b-a}-\frac{b}{b+a}=\frac{a^2+b^2}{(a+b)(a-b)}-\frac{b}{a-b}-\frac{b}{a+b}=$$
$$=\frac{a^2+b^2-b(a+b)-b(a-b)}{(a+b)(a-b)}=\frac{a^2-2ab+b^2}{a^2-b^2}=\frac{a-b}{a+b}.$$

161. $\frac{b}{a-b}+\frac{a}{a+b}$

162. $\frac{x}{1-a^2}-\frac{x}{a^2+1}$

163. $\frac{a-b}{2(a+b)}+\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}$

164. $\frac{2a+3x}{2a-3x}-\frac{2a-3x}{3x-2a}$

165. $\frac{a^3}{2(a+1)^3}-\frac{a^2}{(a+1)^2}+\frac{a}{2(a+1)}$

166. $\frac{a}{a-b}+\frac{3a}{a+b}-\frac{2ab}{a^2-b^2}$

167. $\frac{2}{2a+3}+\frac{3}{3-2a}+\frac{2a+15}{4a^2-9}$

168. $\frac{2}{4a-3}+\frac{3}{4a+3}-\frac{16a-6}{16a^2-9}$

169. $\frac{2}{a}+\frac{3}{b-2a}+\frac{2a-3b}{4a^2-b^2}$

170. $\frac{a(16-a)}{a^2-4}+\frac{3+2a}{2-a}-\frac{2-3a}{a+2}$

171. $\frac{1}{x-2}+\frac{3}{x+2}+\frac{2x}{(x+2)^2}$

172. $\frac{1}{x+1}-\frac{2}{x+2}+\frac{1}{x+3}$

161. $\frac{a}{a-b}-\frac{b}{a+b}$

162. $\frac{x}{a^3+1}+\frac{x}{a^3-1}$

163. $\frac{2a^2+b^2}{a^2-b^2}-\frac{a+b}{2(a-b)}$

164. $\frac{4a+x}{4a-x}+\frac{4a-x}{x-4a}$

165. $\frac{a^3}{6(a-1)^3}-\frac{a^2}{3(a-1)^2}+\frac{a}{6(a-1)}$

166. $\frac{a}{a-b}-\frac{2a^2}{a^2-b^2}+\frac{4a}{a+b}$

167. $\frac{3}{2a-1}+\frac{7}{2a+1}-\frac{4-20a}{1-4a^2}$

168. $\frac{5}{5+3a}+\frac{3}{5-3a}-\frac{3a-35}{9a^2-25}$

169. $\frac{6a+6b}{ab+2a^2}+\frac{8}{b-2a}+\frac{4a+2b}{4a^2-b^2}$

170. $\frac{2a(5a+4)}{a^2-9}-\frac{4+5a}{3+a}+\frac{5a+1}{3-a}$

171. $\frac{3}{x+3}-\frac{1}{x-3}-\frac{4x-10}{(x-3)^2}$

172. $\frac{1}{x-1}+\frac{1}{x-3}-\frac{2}{x-2}$

173. $\frac{5}{2a+2}-\frac{1}{10a-10}-\frac{24}{10a+15}$

173. $\frac{2}{3a+6}+\frac{1}{12-6a}-\frac{1}{2a+5}$

174. $\frac{a+b}{a-b}+\frac{a-b}{a+b}-\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}$

174. $\frac{2a}{a+2b}-\frac{a+2b}{a-2b}-\frac{8ab}{a^2+4b^2}$

175. $\frac{1}{a^2-b^2}+\frac{1}{(a+b)^2}-\frac{1}{(a-b)^2}$

175. $\frac{1}{(2a-3b)^2}+\frac{1}{(2a+3b)^2}-\frac{1}{4a^2-9b^2}$

176. $\frac{2}{a+4}-\frac{a-3}{a^2-4a+16}-\frac{a^2-9a}{a^3+64}$

176. $\frac{1}{a-3}+\frac{a-3}{a^2+3a+9}+\frac{3a-2a^2}{a^3-27}$

177. $\frac{1}{2a-3b}-\frac{2a+3b}{4a^2+6ab+9b^2}-\frac{6ab}{8a^3-27b^3}$

177. $\frac{4a+5b}{16a^2-20ab+25b^2}-\frac{1}{4a+5b}-\frac{60ab-7a^2}{64a^3+125b^3}$

178. $\frac{x+y}{x^2+xy+y^2}+\frac{x-y}{x^2-xy+y^2}+\frac{2}{x^4+x^2y^2+y^4}$

178. $\frac{x+z}{x^2+zx+z^2}+\frac{z-x}{x^2-xz+z^2}-\frac{2}{x^4+z^4+x^2z^2}$

179. $\frac{2}{(x-a)(b-a)}-\frac{2}{(b-x)(a-b)}+\frac{3}{(x-a)(x-b)}$

179. $\frac{3}{(x-c)(a-c)}-\frac{3}{(a-x)(c-a)}+\frac{4}{(c-x)(a-x)}$

180. $\frac{a+2x}{3a-3x}-\frac{3c-a}{2a-2c}+\frac{a^2-cx}{a^2-ac+cx-ax}$

180. $\frac{2c-2x}{6c+3x}-\frac{3b+2c}{4c+2b}-\frac{bx-4c^2}{4c^2+bx+2bc+2cx}$

181. $\frac{1}{a^2-7a+12}+\frac{2a-1}{a^2-4a+3}-\frac{2a-5}{(a^2-5a+4)(a-3)}$

181. $\frac{1}{a^2+3a+2}+\frac{2a}{a^2+4a+3}+\frac{1}{a^2+5a+6}$

182. $\frac{a+1}{a^2-a-12}+\frac{a+4}{a^2+4a+3}-\frac{2(a-3)}{a^2-3a-4}$

182. $\frac{a+6}{a^2+4a-5}+\frac{a+5}{a^2-7a+6}-\frac{2(a+1)}{a^2-a-30}$

183. $\frac{(a+b)^2-c^2}{a^2-b^2+2bc-c^2}+\frac{a-b-c}{a+b-c}-\frac{a+b+c}{a-b+c}$

183. $\frac{a+b+c}{a-b-c}+\frac{a+b-c}{a-b+c}-\frac{(a-c)^2-b^2}{a^2-2ab+b^2-c^2}$

184. $\frac{x^2-(y-z)^2}{(x+z)^2-y^2}+\frac{y^2-(x-z)^2}{(x+y)^2-z^2}+\frac{z^2-(x-y)^2}{(y+z)^2-x^2}$

184. $\frac{x^2-(y+z)^2}{(x-y)^2-z^2}+\frac{(x-z)^2-y^2}{x^2-(y-z)^2}-\frac{(x+y)^2-z^2}{(x+z)^2-y^2}$

185. $\frac{1}{(m-n)(m-p)}+\frac{1}{(n-m)(n-p)}+\frac{1}{(p-m)(p-n)}$

185. $\frac{m}{(m-n)(m-p)}+\frac{n}{(n-m)(n-p)}+\frac{p}{(p-m)(p-n)}$

186. $\frac{a^2}{a^2-ab-ac+bc}+\frac{b^2}{b^2-ab+ac-bc}+\frac{c^2}{(c-a)(c-b)}$

186. $\frac{ab}{(b-c)(a-c)}-\frac{bc}{ac-a^2+ab-bc}-\frac{ac}{ab+bc-b^2-ac}$

187. $\frac{m+n}{(n-p)(p-m)}+\frac{n+p}{mp-m^2+mn-np}+\frac{p+m}{mn+np-n^2-mp}$

187. $\frac{m^2+np}{(m-n)(m-p)}+\frac{n^2+mp}{n^2+np-mn-mp}+\frac{p^2+mn}{np-mn-mp+p^2}$

188. $\frac{1}{a(a-b)(a-c)}+\frac{1}{b(b-a)(b-c)}+\frac{1}{c(c-a)(c-b)}$

188. $\frac{bc}{a(a^2-b^2)(a^2-c^2)}+\frac{ac}{b(b^2-a^2)(b^2-c^2)}+\frac{ab}{c(c^2-a^2)(c^2-b^2)}$

189. $\frac{a}{a^2-1}+\frac{a^2+a-1}{a^3-a^2+a-1}+\frac{a^2-a-1}{a^3+a^2+a+1}-\frac{2a^3}{a^4-1}$

189. $\frac{1}{a^2-1}+\frac{a+1}{a^3-2a^2+2a-1}+\frac{a-1}{a^3+2a^2+2a+1}-\frac{2a^4+9a^2-a+3}{a^6-1}$

190. $\frac{a-b}{a+b}+\frac{b-c}{b+c}+\frac{c-a}{c+a}+\frac{(a-b)(b-c)(c-a)}{(a+b)(b+c)(c+a)}$

190. $\frac{2}{a-b}+\frac{2}{b-c}+\frac{2}{c-a}+\frac{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2}{(a-b)(b-c)(c-a)}$

§ 5. Умноженіе дробей.

Для умноженія дроби на цѣлое выраженіе, а также для умноженія цѣлаго выраженія на дробь, нужно умножить цѣлое на числителя дроби и полученное произведеніе сдѣлать числителемъ результата, а знаменателя подписать прежняго; такъ $\frac{a}{b}\cdot c=\frac{ac}{b}$ и $a\cdot\frac{b}{c}=\frac{ab}{c}$. Въ особыхъ случаяхъ, когда знаменатель дроби дѣлится нацѣло на цѣлое выраженіе, то для перемноженія дроби съ цѣлымъ выраженіемъ можно раздѣлить на цѣлое знаменателя дроби и оставить прежняго числителя; напр., имѣемъ $\frac{a}{c^2}\cdot c=\frac{a}{c}$.

Чтобы перемножить дроби, нужно перемножить ихъ числителей и сдѣлать это произведеніе числителемъ результата, затѣмъ перемножить также знаменателей и сдѣлать это второе произведеніе знаменателемъ результата; такимъ образомъ $\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}$.

Послѣ умноженія дробей получаются часто сократимыя дроби и потому, выполнивъ умноженіе, слѣдуетъ позаботиться о сокращеніи полученнаго результата; напр., имѣемъ $\frac{2a^2b}{3cd^2}\cdot\frac{5cd}{2ab}=\frac{10a^2bcd}{6abcd^2}=\frac{5a}{3d}$. Сокращеніе можно дѣлать и до умноженія, когда произведеніе дробей только еще обозначено: именно, такъ какъ всѣ множители числителей переходятъ въ числитель результата, а всѣ множители знаменателей въ знаменатель результата, то можно сокращать множителей любого числителя съ множителями любого знаменателя; такъ, напр., находимъ $\frac{2a^2b^2}{3m^2n^2}\cdot\frac{5m^2n^3}{4p^3q^2}\cdot\frac{3p^2q^2}{7c^2d^2}=a^2b^2\cdot\frac{5n}{2p}\cdot\frac{1}{7c^2d^2}=\frac{5a^2b^2n}{14c^2d^2p}$. Въ част-

номъ случаѣ, если числитель одной изъ перемножаемыхъ дробей равенъ знаменателю другой, то эти члены дробей вполнѣ уничтожаются сокращеніемъ, и приходится только оставшагося числителя раздѣлить на оставшагося знаменателя; напр., $\frac{x}{y}\cdot\frac{y}{z}=\frac{x}{z}$.

191. $\frac{a}{b}\cdot c$ 191. $c.\frac{b}{a}$ **192.** $m.\frac{x}{y}$ 192. $\frac{y}{x}.n$

193. $\frac{1}{x}.x$ 193. $z.\frac{1}{z}$ **194.** $m^2.\frac{n}{m^2}$ 194. $\frac{m}{n^2}.n^2$

195. $\frac{4a^2}{b^2}.3b^2c^3$ 195. $7a^3c^2.\frac{5b^2}{a^3}$

196. $2a^2b^3.-\frac{5c^2d}{a^2b^3}$ 196. $\frac{7c^3}{a^5b^4}\cdot-3a^5b^4$

197. $\frac{4x^2y^2}{15p^4q^9}\cdot 45p^2q^2$ 197. $9x^7y^{11}.\frac{4p^2m^2}{27x^2y^4}$

198. $4m^2x^3.-\frac{3a^2m^3}{8x^5}$ 198. $\frac{2n^3}{9a^3x^4}\cdot-6a^6x^3$

199. $5(a+b)^6(a-b)^n\cdot\frac{3b}{10(a+b)^3(a-b)^{n-2}}$

199. $\frac{7c}{6(a-b)^4(a+b)^{n-3}}\cdot 12(a-b)^8(a+b)^{n-1}$

200. $-2b^nc^3(x-1)^n\cdot\frac{3c}{b^p(x-1)^{n-2}}$ 200. $-\frac{5b}{c^n(x-1)^{n-3}}\cdot 2b^3c^p.-(x-1)^n$

201. $\frac{x}{y}\cdot\frac{z}{u}$ 201. $\frac{x}{z}\cdot\frac{u}{y}$ **202.** $\frac{3a}{5b}\cdot-\frac{b}{a}$ 202. $\frac{5b}{3a}\cdot\frac{a}{b}$

203. $\frac{2a}{3b}\cdot\frac{6bc}{5a^2}$ 203. $\frac{12a^2}{5b^2}\cdot\frac{10ab}{9c^2}$ **204.** $\frac{a^3c^2d}{pqm}\cdot\frac{pm^3}{a^4c^3}$ 204. $\frac{a^2b^2}{m^2n^3}\cdot\frac{a^3m^7}{n^5b^{11}}$

205. $\frac{4a^nb^4}{9c^5d^3}\cdot-\frac{15c^2d^m}{2ab^2}$ 205. $-\frac{6a^5b^2}{5c^nd^4}\cdot\frac{10cd^2}{9a^2b^m}$

206. $-\frac{4a^{2n-1}b^2}{c^{p-n}d^3}\cdot\frac{3c^{n+p}d^m}{2a^3b^5}$ 206. $\frac{9a^2b^{n-2}}{c^3d^{m-p}}\cdot-\frac{2cd^{m+p}}{3a^5b^2}$

207. $\frac{x^2}{yz}\cdot\frac{y^2}{xz}\cdot\frac{z^2}{xy}$ 207. $\frac{x^2y^2}{z^4}\cdot\frac{x^2z^2}{y^4}\cdot\frac{y^2z^2}{x^4}$

208. $\frac{5a^2b}{3cd}\cdot\frac{4b^2c}{15a^2}\cdot\frac{9c^2d}{16b^3}$ 208. $\frac{2a^8d^7}{3b^8}\cdot\frac{5a^4b^5}{4c^4d^6}\cdot\frac{18b^2c^3}{25a^4d}$

209. $\frac{a^{2n+2}}{b^{m-n}}\cdot\frac{b^{m+n}}{a^{2n+3}}\cdot\frac{a^{3n-2}}{b^{mn}}$ 209. $\frac{a^{m-1}}{b^{n+m}}\cdot\frac{b^{n-2m}}{a^{m+5}}\cdot\frac{a^{2m-2}}{b^{mn+m}}$

210. $\frac{x^{m+n}y^{n+p}}{z^{n+p}u^{p+m}}\cdot\frac{z^{n-1}u^m}{x^{n-p}y^p}\cdot\frac{z^p}{y^n}$ 210. $\frac{x^{m-n}y^{n-p}}{z^{n-p}u^{p-m}}\cdot\frac{z^{p+n}u^m}{x^{n+p}y^p}\cdot\frac{u^m}{x^p}$

211. $\frac{3bx^2}{8(x+y)^4c^3}\cdot-6(x+y)^2c^4x^3$ 211. $\frac{5ac^3}{9(x-y)^5x^2}\cdot-15(x-y)^2c^3x^4$

212. $4(a-b)^5x^3y^n\cdot-\frac{3(a+c)^2}{14(a-b)^3x^ny^3}$ 212. $6(a+b)^4x^ny^2\cdot-\frac{2(a-c)^3}{21(a+b)^2x^2y^n}$

213. $-\frac{12a^{n-2}(a+x)^2c^5}{d^3}\cdot\frac{5c^2}{3a^{n-4}(a+x)^5}$

213. $-\frac{18a^5(a-x)^3c^{n-2}}{d^4}\cdot\frac{5a^2}{9c^{n-4}(a-x)^5}$

214. $\frac{4a^2b(n-2)^3}{9c^nd^3}\cdot-\frac{3b^2d^2}{10a^m(n-2)^2}$

214. $\frac{25c^3d^2(n+3)^4}{4a^nb^3}\cdot-\frac{8a^2b^3}{15d^m(n+3)^3}$

215. $\frac{-2}{3c^r}\cdot-\frac{3c^nx^{p-1}}{10y^n}\cdot-\frac{5x^{p+2}}{7y^2}$

215. $\frac{3}{5x^r}\cdot-\frac{10c^{p-2}x^n}{9y^n}\cdot-\frac{6c^{p+1}}{7y^3}$

216. $\frac{d^p}{16x^3y^4}\cdot-\frac{10x^5c^{n-3}}{f^{n-1}}\cdot-\frac{d^{p-2n}f^{n-4}}{5c^nx^p}$

216. $\frac{15c^5x^{n-3}}{d^{n-2}}\cdot-\frac{f^p}{27c^3y^3}\cdot-\frac{6f^{p-2n}d^{n-4}}{c^px^n}$.

При перемноженіи дробей, у которыхъ числители и знаменатели многочленныя выраженія, нужно только обозначать умноженіе числителей и знаменателей, но не производить тотчасъ эти дѣйствія на самомъ дѣлѣ, потому что въ такомъ случаѣ сокращеніе результата будетъ затруднено.

Ради той же цѣли сокращенія результата, а также и для упрощенія умноженія полезно иногда еще до производства умноженія дробей разложить ихъ числителей и знаменателей въ произведенія первоначальныхъ множителей.

217. $\frac{a+1}{b}\cdot\frac{4b^2}{a^2-1}$

217. $\frac{1-a}{3b^2}\cdot\frac{b^3}{1-a^2}$

218. $\frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}\cdot\frac{3x}{x-y}$

218. $\frac{x+y}{4y^2}\cdot\frac{x^2+y^2}{x^2-y^2}$

219. $-\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}\cdot-\frac{3a^2}{4a-4b}$

219. $-\frac{b^2-a^2}{a^2}\cdot-\frac{b^2+a^2}{5a+5b}$

220. $\frac{ab+ac}{bd-cd}\cdot\frac{ab-ac}{bd+cd}$

220. $\frac{ab-ad}{bc+cd}\cdot\frac{ab+ad}{bc-cd}$

221. $-\frac{(x-y)^2}{(x+y)y^3}\cdot\frac{y}{x(x+y)}$

221. $\frac{(a+b)^2}{(a-b)b}\cdot-\frac{b^3}{(a-b)^3}$

222. $\frac{x^3+y^3}{x-y}\cdot\frac{x+y}{x^3-y^3}$

222. $\frac{a^3-b^3}{a+b}\cdot\frac{a-b}{a^3+b^3}$

223. $\frac{a^2+ab}{a^2-b^2}\cdot\frac{a^3-b^3}{ab(a+b)}$

223. $\frac{x^2-xy}{y(x+y)}\cdot\frac{x^3+y^3}{x^2-y^2}$

224. $\frac{b^4-a^4}{a^2+2ab+b^2}\cdot\frac{a+b}{b^2-ab}$

224. $\frac{x^4-y^4}{x^2-2xy+y^2}\cdot\frac{x-y}{x^2+yx}$

225. $\frac{b(a-c)}{a^2+2ac+c^2}\cdot\frac{a(c+a)}{a^2-2ac+c^2}$

225. $\frac{a(b+c)}{b^2-2bc+c^2}\cdot\frac{b(c-b)}{b^2+2bc+c^2}$

226. $\frac{2a(p^2-q^2)^2}{bp}\cdot\frac{p^3}{(p-q)(p+q)^2}$

226. $\frac{3x(x^2-y^2)^2}{ay}\cdot\frac{a^3}{(x+y)(x-y)^2}$

227. $\frac{x^2+xy+y^2}{x^3+3xy(x+y)+y^3}\cdot\frac{x^2-y^2}{x^3-y^3}$

227. $\frac{a^2-ab+b^2}{a^3-3ab(a-b)-b^3}\cdot\frac{a^2-b^2}{a^3+b^3}$

228. $\frac{a^2-2ab+b^2}{a^2-ab+b^2}\cdot\frac{a^3+b^3}{a-b}$

228. $\frac{a^2+2ab+b^2}{a^2-b^2}\cdot\frac{a^2+ab+b^2}{a+b}$

229. $\frac{x^2+(a+b)x+ab}{x^2-(a-c)x-ac}\cdot\frac{x^2-c^2}{x^2-a^2}$

229. $\frac{x^2-(a+c)x+ac}{x^2+(b+c)x+bc}\cdot\frac{x^2-b^2}{x^2-a^2}$

230. $\frac{1-a^2}{(1+ax)^2-(a+x)^2}\cdot\frac{x+x^2}{1-x}$

230. $\frac{(a+x)^2-(1+ax)^2}{1-x^2}\cdot\frac{1+a}{a^2-a}$

231. $(a+b)(\frac{1}{a}+\frac{1}{b})$

232. $(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}).(\frac{c}{a}-\frac{c}{b})$

233. $(a+\frac{a^2}{c}).(a+\frac{bc}{a})$

234. $(\frac{a+x}{2x})^2-(\frac{a-x}{2x})^2$

235. $\frac{ab}{a+b}.(\frac{a}{b}-\frac{b}{a})$

236. $(1-\frac{a-b}{a+b}).(2+\frac{2b}{a-b})$

237. $(\frac{a+x}{a}-\frac{x-y}{x}).\frac{a^2}{x^2+ay}$

238. $\frac{x^2+xy}{x^2+y^2}.(\frac{x}{x-y}-\frac{y}{x+y})$

239. $(\frac{x^2}{a^2}-\frac{x}{a}+1)(\frac{x^2}{a^2}+\frac{x}{a}+1)$

240. $(\frac{x^2}{a^2}+\frac{a^2}{x^2}-\frac{a}{x}-\frac{x}{a}+1)(\frac{x}{a}-\frac{a}{x})$

241. $(\frac{x+y}{x}-\frac{2x}{x-y}).\frac{y-x}{x^2+y^2}$

242. $\frac{3x^2+3xy}{4xy+6ay}.(\frac{x}{ax+ay}+\frac{3}{2x+2y})$

243. $(1+a-\frac{a^2+3}{a+1})(1-a^2)$

244. $(\frac{a^2+1}{2a-1}-\frac{a}{2})(\frac{3-a}{a+2}-1)$

245. $\frac{1-a^2}{1+b}\cdot\frac{1-b^2}{a+a^2}\cdot(1+\frac{a}{1-a})$

246. $\frac{a^2-x^2}{a+b}\cdot\frac{a^2-b^2}{ax+x^2}\cdot(a+\frac{ax}{a-x})$

247. $\frac{3}{5x}-\frac{3}{x+y}(\frac{x+y}{5x}-x-y)$

248. $(\frac{2x}{x-y}+\frac{x-y}{y})(1-\frac{y-1}{x}-\frac{y}{x^2})$

249. $(\frac{x}{yz}-\frac{y}{xz}-\frac{z}{xy}-\frac{2}{x}).(1-\frac{2z}{x+y+z})$

250. $(\frac{4xy}{z^2-x^2-y^2+2xy}-1).(1-\frac{2x}{x+y+z})$

231. $(a-b)(\frac{1}{b}-\frac{1}{a})$

232. $(\frac{1}{ac}-\frac{1}{bc}).(\frac{1}{a}+\frac{1}{b})$

233. $(\frac{a^2}{b}-a).(c-\frac{bc}{a})$

234. $(\frac{a-x}{a+x})^2-\frac{a^2}{x^2}$

235. $\frac{ab}{a-b}.(\frac{a}{b}-\frac{b}{a})$

236. $(1+\frac{a+b}{a-b})(2-\frac{2a}{a+b})$

237. $(\frac{a-x}{a}+\frac{y-x}{x}).\frac{a^2}{ay-x^2}$

238. $\frac{xy-y^2}{x^2+y^2}(\frac{x}{x+y}+\frac{y}{x-y})$

239. $(1+\frac{a}{x}-\frac{a^2}{x^2})(1-\frac{a}{x}-\frac{a^2}{x^2})$

240. $(\frac{x^2}{a^2}+\frac{a^2}{x^2}+\frac{a}{x}+\frac{x}{a}+1)(\frac{a}{x}-\frac{x}{a})$

241. $(\frac{2x}{x+y}+\frac{y-x}{x}).\frac{x+y}{x^2+y^2}$

242. $\frac{3xy-3x^2}{4xy-6ay}.(\frac{x}{ay-ax}+\frac{3}{2x-2y})$

243. $(1-a+\frac{a^2-3}{a-1})(1-a^2)$

244. $(\frac{a}{2}-\frac{a^2+1}{2a+1})(\frac{3+a}{2-a}-1)$

245. $\frac{1-b^2}{1-a}\cdot\frac{1-a^2}{b-b^2}(1-\frac{b}{1+b})$

246. $\frac{a^2-b^2}{a^2-ax}\cdot\frac{a^2-x^2}{a-b}.(x-\frac{ax}{a+x})$

247. $\frac{3}{5x}+\frac{3}{y-x}(\frac{x-y}{5x}-x+y)$

248. $(\frac{x+y}{y}-\frac{2x}{x+y})(1+\frac{y+1}{x}+\frac{y}{x^2})$

249. $(\frac{y}{xz}-\frac{x}{yz}-\frac{z}{xy}+\frac{2}{y}).(1+\frac{2z}{x+y-z})$

250. $(\frac{2(x^2+y^2-z^2)}{z^2-x^2-y^2-2xy}+1).(\frac{2(z-y)}{x-y+z}-1).$

6. Дѣленіе дробей.

Для дѣленія дроби на цѣлое выраженіе нужно умножить знаменателя дроби на цѣлое выраженіе и сдѣлать это произведеніе знаменателемъ результата, а числителя переписать прежняго; такъ $\frac{a}{b}:c=\frac{a}{bc}$. Въ особыхъ случаяхъ, когда числитель дроби дѣлится нацѣло на цѣлаго дѣлителя, то можно раздѣлить числителя на этого дѣлителя и оставить прежняго знаменателя; напр., имѣемъ $\frac{ab}{c}:b=\frac{a}{c}$.

Чтобы раздѣлить цѣлое или дробное выраженіе на дробь, нужно умножить дѣлимое на дробь, обратную дѣлителю; такимъ образомъ $a:\frac{b}{c}=\frac{ac}{b}$, $\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{ad}{bc}$. Иначе говоря, для дѣленія цѣлаго на дробь, нужно умножить цѣлое на знаменателя дроби и раздѣлить на числителя ея; для дѣленія дроби на дробь, нужно числителя первой дроби умножить на знаменателя второй и сдѣлать это произведеніе числителемъ результата, затѣмъ умножить знаменателя первой дроби на числителя второй и сдѣлать это второе произведеніе знаменателемъ результата.

Послѣ дѣленія дробей могутъ получиться сократимыя дроби и потому, выполнивъ дѣленіе, слѣдуетъ позаботиться о сокращеніи полученнаго результата; напр., имѣемъ $\frac{6a^2b^3}{5c^3d^2}:\frac{2a^4b}{3c^2d^3}=\frac{18a^2b^3c^2d^3}{10a^4bc^3d^2}=\frac{9b^2d}{5a^2c}$. Сокращеніе можно дѣлать и до дѣленія, когда частное дробей только еще обозначено: именно можно сокращать общихъ множителей отдѣльно въ обоихъ числителяхъ, или въ обоихъ знаменателяхъ; такъ, имѣя то же предыдущее частное, находимъ

$$\frac{6a^2b^3}{5c^3d^2}:\frac{2a^4b}{3c^2d^3}=\frac{3b^2}{5c}:\frac{a^2}{3d}=\frac{9b^2d}{5a^2c}$$

Въ частномъ случаѣ, когда дѣлятся дроби съ одинаковыми знаменателями, то знаменателей можно прямо отбросить и составить частное отъ дѣленія числителей, напр. $\frac{x}{y}:\frac{z}{y}=\frac{x}{z}$; когда дѣлятся дроби съ одинаковыми числителями, то можно отбросить числителей и составить обратное частное отъ дѣленія знаменателей, т. е. раздѣлить второго знаменателя на перваго, напр. $\frac{x}{y}:\frac{x}{z}=\frac{z}{y}$.

251. $\frac{a}{b}:a$ 251. $c:\frac{c}{b}$ **252.** $a^3:\frac{a^2}{c}$ 252. $\frac{a^2b}{c}:a^2$

253. $\frac{x}{y}:z$ 253. $y:\frac{x}{z}$ **254.** $x:\frac{y}{z}$ 254. $\frac{x}{z}:y$

255. $\frac{1}{b} : a$ 255. $c : \frac{1}{d}$ **256.** $m : \frac{1}{n}$ 256. $\frac{1}{p} : q$

257. $\frac{ab}{cd} : abc$ 257. $abc : \frac{ab}{cd}$ **258.** $x^3y^2z : \frac{xy}{m}$ 258. $\frac{xy}{m} : x^3y^2z$

259. $\frac{9m^3n^2}{8pq} : 8n^2$ 259. $8n^2 : \frac{9m^3n^2}{8pq}$

260. $10a^2b^3 : \frac{50a^3b^4}{7c^2}$ 260. $\frac{50a^3b^4}{7c^2} : 10a^2b^3$

261. $49x^2y^3 : \frac{7x^2y^2}{11pq}$ 261. $7x^2y^2 : \frac{49x^2y^3}{11pq}$

262. $9x^4y^5z^6 : \frac{27x^6y^9z^7}{4m^3n^2}$ 262. $27x^6y^9z^7 : \frac{9x^4y^5z^6}{4m^3n^2}$

263. $\frac{a}{b} : \frac{1}{b}$ 263. $\frac{1}{a} : \frac{b}{a}$ **264.** $\frac{x}{y} : \frac{x}{z}$ 264. $\frac{z}{y} : \frac{z}{x}$

265. $\frac{1}{c} : \frac{6ab}{c}$ 265. $\frac{6ab}{c} : \frac{1}{c}$ **266.** $\frac{ab}{xy} : \frac{3}{xy}$ 266. $\frac{3}{xy} : \frac{ab}{xy}$

267. $\frac{24xy}{7ab} : \frac{16z}{9ab}$ 267. $\frac{21ab}{5xy} : \frac{14ab}{15z}$ **268.** $\frac{18x^2y}{25zu} : \frac{6x^2y}{35pz}$ 268. $\frac{10zu}{9xy^2} : \frac{55pu}{6xy^2}$

269. $\frac{7ab}{3mn} : \frac{5pq}{11xy}$ 269. $\frac{5pq}{11xy} : \frac{7ab}{3mn}$ **270.** $\frac{42mp}{65nq} : \frac{15a^2}{26b^2}$ 270. $\frac{18a^2}{85b^2} : \frac{27mp}{34nq}$

271. $\frac{14a^2b^3c}{39d^3s^7} : \frac{35a^4b^5}{9d^7s}$ 271. $\frac{25p^4q^5}{49x^4y^6} : \frac{30p^7sq^8}{77xy^8}$

272. $\frac{a^{3n+2}}{b^{m-1}} : \frac{a^{2n+3}}{b^{1+m}}$ 272. $\frac{a^{3n-2}}{b^{mn+1}} : \frac{a^{n+2}}{b^{2m+mn}}$

273. $\frac{a^2b^4}{x^3y^n} : \frac{b^{m+3}y^{m-n}}{a^{n-1}x^{n+2}}$ 273. $\frac{a^3c^n}{x^2b^n} : \frac{a^{n+5}c^{n+1}}{x^{n-4}b^{n+2}}$

274. $\frac{a^{m+n}b^{n+p}}{x^{n+p}y^{p+m}} : \frac{a^{n-p}b^{p-m}}{x^{p-1}y^{m-2}}$ 274. $\frac{a^{m-n}b^{n-p}}{x^{n-p}y^{p-m}} : \frac{x^{p+1}y^{m+2}}{a^{n+p}b^{p+m}}$

При дѣленіи дробей, у которыхъ числители и знаменатели многочленныя выраженія, нужно только обозначать умноженіе числителя одной дроби на знаменателя другой, но не спѣшить производить эти умноженія на самомъ дѣлѣ, потому что всегда слѣдуетъ имѣть въ виду возможность сокращенія дроби, получаемой въ результатѣ.

Ради той же цѣли сокращенія результата, а также и для упрощенія дѣленія, полезно иногда еще до производства дѣленія дробей разложить ихъ числителей и знаменателей въ произведенія первоначальныхъ множителей.

275. $\frac{a+b}{a-b} : \frac{b+a}{b-a}$ 275. $\frac{a+b}{a-b} : \frac{b-a}{b+a}$

276. $\frac{3p-3q}{5p+5q} : \frac{9q-9p}{10q+10p}$ 276. $\frac{5p-5q}{2p+2q} : \frac{15q-15p}{4q+4p}$

277. $\frac{x^2+y^2}{x^2-y^2} : \frac{3x^2+3y^2}{x+y}$ 277. $\frac{5x^2-5y^2}{x^2+y^2} : \frac{x-y}{x^2+y^2}$

278. $\frac{6ab-6b^2}{a(a+b)} : \frac{2b^2}{a(a^2-b^2)}$ 278. $\frac{3a^2}{b(b^2-a^2)} : \frac{6ab-6a^2}{(a+b)a}$

6. Дѣленіе дробей.

Для дѣленія дроби на цѣлое выраженіе нужно умножить знаменателя дроби на цѣлое выраженіе и сдѣлать это произведеніе знаменателемъ результата, а числителя переписать прежняго; такъ $\frac{a}{b}:c=\frac{a}{bc}$. Въ особыхъ случаяхъ, когда числитель дроби дѣлится нацѣло на цѣлаго дѣлителя, то можно раздѣлить числителя на этого дѣлителя и оставить прежняго знаменателя; напр., имѣемъ $\frac{ab}{c}:b=\frac{a}{c}$.

Чтобы раздѣлить цѣлое или дробное выраженіе на дробь, нужно умножить дѣлимое на дробь, обратную дѣлителю; такимъ образомъ $a:\frac{b}{c}=\frac{ac}{b}$, $\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{ad}{bc}$. Иначе говоря, для дѣленія цѣлаго на дробь, нужно умножить цѣлое на знаменателя дроби и раздѣлить на числителя ея; для дѣленія дроби на дробь, нужно числителя первой дроби умножить на знаменателя второй и сдѣлать это произведеніе числителемъ результата, затѣмъ умножить знаменателя первой дроби на числителя второй и сдѣлать это второе произведеніе знаменателемъ результата.

Послѣ дѣленія дробей могутъ получиться сократимыя дроби и потому, выполнивъ дѣленіе, слѣдуетъ позаботиться о сокращеніи полученнаго результата; напр., имѣемъ $\frac{6a^2b^3}{5c^3d^2}:\frac{2a^4b}{3c^2d^3}=\frac{18a^2b^3c^2d^3}{10a^4bc^3d^2}=\frac{9b^2d}{5a^2c}$. Сокращеніе можно дѣлать и до дѣленія, когда частное дробей только еще обозначено: именно можно сокращать общихъ множителей отдѣльно въ обоихъ числителяхъ, или въ обоихъ знаменателяхъ; такъ, имѣя то же предыдущее частное, находимъ

$$\frac{6a^2b^3}{5c^3d^2}:\frac{2a^4b}{3c^2d^3}=\frac{3b^2}{5c}:\frac{a^2}{3d}=\frac{9b^2d}{5a^2c}$$

Въ частномъ случаѣ, когда дѣлятся дроби съ одинаковыми знаменателями, то знаменателей можно прямо отбросить и составить частное отъ дѣленія числителей, напр. $\frac{x}{y}:\frac{z}{y}=\frac{x}{z}$; когда дѣлятся дроби съ одинаковыми числителями, то можно отбросить числителей и составить обратное частное отъ дѣленія знаменателей, т. е. раздѣлить второго знаменателя на перваго, напр. $\frac{x}{y}:\frac{x}{z}=\frac{z}{y}$.

251. $\frac{a}{b}:a$ 251. $c:\frac{c}{b}$ **252.** $a^3:\frac{a^2}{c}$ 252. $\frac{a^2b}{c}:a^2$

253. $\frac{x}{y}:z$ 253. $y:\frac{x}{z}$ **254.** $x:\frac{y}{z}$ 254. $\frac{x}{z}:y$

300. $\left[\frac{9m^2-3n^2}{4mn}-\frac{m-4n}{5n}\right]:\left[\frac{2m+n}{8m}-\frac{5n^2-8m^2}{16m^2}\right]$

300. $\left[\frac{5m^3+n^3}{2mn^2}-\frac{8m^2-5n}{3n}\right]:\left[\frac{2(m-2n^2)}{21n}+\frac{m}{12n}+\frac{13n^2}{84m^2}\right]$

301. $\dfrac{1+\frac{1}{a-1}}{1-\frac{1}{a+1}}$ 301. $\dfrac{1-\frac{2}{x+2}}{1+\frac{2}{x-2}}$ **302.** $\dfrac{a-\frac{b^2}{a+b}}{b-\frac{a^2}{a+b}}$ **302.** $\dfrac{\frac{x^2}{x-y}-y}{x-\frac{y^2}{x-y}}$

303. $\dfrac{p+2-\frac{1}{p+2}}{p+2+\frac{p}{p+2}}$ 303. $\dfrac{p-1+\frac{6}{p-6}}{p-2+\frac{3}{p-6}}$

304. $\dfrac{q-p-\frac{16p^2}{q-p}}{q-p+\frac{4p^2}{q-6p}}$ 304. $\dfrac{\frac{q^2}{q+6p}-p}{q+3p-\frac{p^2}{q+3p}}$

305. $\left[\left(\frac{a^2+b^2}{b}-a\right):\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{a}\right)\right]\cdot\frac{a^2-b^2}{a^3+b^3}$

305. $\left[\left(\frac{a^2+b^2}{a}+b\right)\left(b-\frac{b^2}{a+b}\right)\right]:\frac{a^3-b^3}{a^2-b^2}$

306. $\left[\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{2}{a+b}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)\right]:\frac{(a+b)^2}{ab}$

306. $\left[\frac{1}{a^2}+\frac{1}{9b^2}-\frac{2}{a-3b}\left(\frac{1}{3b}-\frac{1}{a}\right)\right]:\frac{(3b-a)^2}{3ab}$

307. $\dfrac{x+\frac{1}{y}}{x+\frac{z}{yz+1}}-\dfrac{1}{y(xyz+x+z)}$ 307. $\dfrac{y-\frac{1}{z}}{y-\frac{x}{xz-1}}-\dfrac{1}{z(xyz-y-x)}$

308. $\dfrac{3abc}{bc+ac-ab}-\dfrac{\frac{a-1}{a}+\frac{b-1}{b}+\frac{c-1}{c}}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}-\frac{1}{c}}$

308. $\dfrac{3xyz}{xy+yz+zx}+\dfrac{\frac{1-x}{x}+\frac{1-y}{y}-\frac{1+z}{z}}{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}}$

309. $\dfrac{\frac{1}{a}+\frac{1}{b+c}}{\frac{1}{a}-\frac{1}{b+c}}\cdot\left(1+\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}\right)$ 309. $\dfrac{\frac{1}{b-c}+\frac{1}{a}}{\frac{1}{b-c}-\frac{1}{a}}:\left(1-\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}\right)$

310. $\dfrac{\left[\frac{(a+b)^2}{4ab}-1\right]\left[\frac{(a-b)^2}{4ab}+1\right]}{(a+b)^3-3a^2b-3ab^2}\cdot\dfrac{[(a+b)^2-ab][(a-b)^2+ab]}{(a-b)^3+3ab(a-b)}$

310. $\dfrac{\left[1+\frac{(a-b)^2}{ab}\right]\left[\frac{(a+b)^2}{ab}-1\right]}{a^4-a^3b+ab^3-b^4}\cdot\dfrac{a^4+a^3b-ab^3-b^4}{[(a+b)^2-a^2-b^2][a^2-b^2-(a-b)^2]}$

§ 7. Употребленіе отрицательныхъ показателей.

Дробныя выраженія можно преобразовывать по тѣмъ же правиламъ, какія извѣстны для цѣлыхъ выраженій. Такое распространеніе прежнихъ правилъ основано на расширеніи понятія о показателѣ степени.

Показатели степени могутъ быть положительные, нулевые и отрицательные. Извѣстно, что когда показатель n есть число цѣлое и положительное, то степень a^n есть произведеніе n множителей, равныхъ основанію a, т. е. $a^n = a.a....a$. Степень съ отрицательнымъ показателемъ a^{-n} имѣетъ совсѣмъ другое значеніе, именно $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$, т. е. такая степень выражаетъ количество, обратное предыдущему a^n; такъ напр. имѣемъ $(\frac{2}{3})^3 = (\frac{8}{27})$, а $(\frac{2}{3})^{-3} = 1 : \frac{8}{27} = \frac{27}{8}$. Степень съ нулевымъ показателемъ a^0 представляетъ единицу всегда, каково бы ни было основаніе a.

311. Вычислить 2^0, 3^2, 2^{-3}, $(\frac{1}{2})^2$, $(\frac{1}{3})^{-2}$, $(\frac{2}{5})^0$, $(\frac{2}{5})^3$, $(\frac{2}{5})^{-3}$, $(1\frac{1}{3})^2$, $(2\frac{1}{3})^{-2}$.

311. Вычислить 3^0, 2^3, 3^{-2}, $(\frac{1}{3})^2$, $(\frac{1}{2})^{-2}$, $(\frac{3}{4})^0$, $(\frac{3}{4})^2$, $(\frac{3}{4})^{-3}$, $(1\frac{2}{3})^3$, $(1\frac{2}{3})^{-3}$.

312. Вычислить $(-5)^2$, $(-3)^{-3}$, $(-4)^0$, $(-\frac{2}{3})^4$, $(-\frac{3}{2})^{-4}$, $(-1\frac{1}{4})^3$, $(-1\frac{1}{4})^{-3}$.

312. Вычислить $(-4)^3$, $(-5)^{-2}$, $(-7)^0$, $(-\frac{3}{4})^3$, $(-\frac{4}{3})^{-3}$, $(-1\frac{1}{2})^4$, $(-1\frac{1}{2})^{-4}$.

Опредѣлить количественныя значенія выраженій:

313. $\left[3-2(\frac{2}{5})^0\right]^{-3}$

313. $\left[2(\frac{5}{3})^0-3\right]^3$

314. $\frac{3.5^{-1}-2^0}{3^{-2}}$

314. $\frac{3^0-2.5^{-1}}{2^{-3}}$

315. $\left[\frac{2}{3}-(\frac{4}{7})^{-1}\right]^0$

315. $\left[(\frac{3}{7})^{-2}+\frac{4}{5}\right]^0$

316. $\left[(\frac{3}{7})^{-2}-\frac{4}{5}\right]^{-1}$

316. $\left[\frac{2}{3}+(\frac{4}{7})^{-2}\right]^{-1}$

317. $\left[2-(\frac{4}{3})^2\right]^{-2}.(\frac{3}{5})^{-1}$

317. $\left[(\frac{5}{3})^2-3\right]^{-2}.(\frac{3}{5})^{-1}$

318. $\dfrac{3^{-1}-\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}}{2-\left(\frac{3}{4}\right)^{2}}\cdot\left(5^{0}-\frac{2}{7}\right)$ 318. $\dfrac{2\left(\frac{3}{2}\right)^{-2}-2^{-1}}{3-\left(\frac{4}{3}\right)^{2}}\cdot\left(\frac{3}{5}-7^{0}\right)$

319. $\left[(1-3^{-2})^{-2}-2\right]^{-1}.\left(\frac{2}{3}\right)^{0}$ 319. $\left[(1+2^{-3})^{-2}-2\right]^{-1}:\left(\frac{3}{5}\right)^{0}$

320. $\left\{\left[1+\left(\frac{2}{3}\right)^{2}\right]^{-1}-\left(\frac{5}{7}\right)^{0}\right\}^{-2}\left(\frac{2}{13}\right)^{3}$ 320. $\left\{\left[1-\left(\frac{5}{3}\right)^{2}\right]^{-1}+\left(\frac{3}{8}\right)^{0}\right\}^{-2}\left(\frac{7}{4}\right)^{3}$

Въ слѣдующихъ выраженіяхъ уничтожить степени съ нулевыми отрицательными показателями и затѣмъ упростить, гдѣ можно, полученные результаты:

321. $a^{-3}.b^{0}$ 321. $\dfrac{a^{0}}{b^{-2}}$ **322.** $\dfrac{b^{0}}{a^{-m}}$ 322. $a^{-n}.b^{0}$

323. $x^{-a}.\dfrac{1}{a^{0}}$ 323. $a^{0}.\dfrac{1}{x^{-a}}$ **324.** $a^{-5}.\dfrac{1}{x^{-3}}$ 324. $x^{-2}.a^{-3}$

325. $(x+y)^{0}$ 325. $x^{0}+y^{0}$ **326.** $x^{0}-y^{0}$ 326. $(x-y)^{0}$

327. $\dfrac{a^{-5}}{a^{-3}}$ 327. $\dfrac{a^{-2}}{a^{-5}}$ **328.** $\dfrac{a^{-x}}{a^{-y}}$ 328. $\dfrac{x^{-a}}{x^{-b}}$

329. $\dfrac{a^{n-4}}{a^{-5}}$ 329. $\dfrac{a^{-3}}{a^{4-n}}$ **330.** $\dfrac{(1-m)^{-1}}{m^{-2}}$ 330. $\dfrac{m^{-2}}{(1+m)^{-1}}$

331. $\dfrac{-2a^{-4}b^{0}}{3c^{0}x^{-2}}$ 331. $\dfrac{3a^{0}b^{-2}}{-5c^{-4}x^{0}}$ **332.** $\dfrac{5a^{-3}.-3^{0}}{3a^{-5}.5^{-1}}$ 332. $\dfrac{2a^{-5}.3^{-2}}{3a^{-4}.-4^{0}}$

333. $\dfrac{(a^{0}+b^{0})^{-2}x^{-5}}{4^{-1}x^{-3}}$ 333. $\dfrac{(a^{-1}+b^{-2})^{0}x^{-3}}{2^{-1}x^{-5}}$

334. $(1-a^{-2})^{-1}$ 334. $(2-a^{-1})^{-2}$

335. $\dfrac{2^{0}(x^{0}+y^{0}+z^{0})^{-2}}{6^{-1}a^{-3}}$ 335. $\dfrac{6^{-1}a^{0}}{b^{-3}(x^{0}+y^{0}+z^{0})^{-2}}$

336. $\dfrac{a^{-1}+b^{-1}+c^{-1}}{ab+ac+bc}$ 336. $\dfrac{a+b+c}{a^{-1}+b^{-1}+c^{-1}}$

337. $\dfrac{a+b}{a^{-1}+b^{-1}}$ 337. $\dfrac{b^{-2}-a^{-2}}{a-b}$

338. $\dfrac{a^{-3}+a^{-2}b^{-2}}{a^{-1}b^{-1}}$ 338. $\dfrac{a^{-2}b^{-1}}{a^{-2}+a^{-1}b^{-2}}$

339. $\dfrac{a^{-1}-b^{-1}}{a^{-2}-b^{-2}}$ 339. $\dfrac{a^{-2}-b^{-2}}{a^{-1}+b^{-1}}$

340. $\dfrac{a^{-4}-b^{-4}}{a^{-2}+b^{-2}}$ 340. $\dfrac{a^{-2}-b^{-2}}{a^{-4}-b^{-4}}$

341. $\left(1-\dfrac{a^{-n}-b^{-n}}{a^{-n}+b^{-n}}\right)^{-2}$ 341. $\left(1+\dfrac{a^{-n}+b^{-n}}{a^{-n}-b^{-n}}\right)^{-2}$

342. $\left[\dfrac{a^{-n}+b^{-n}}{a^{-2n}-b^{-2n}}\cdot\left(\dfrac{1}{b^{-n}}-\dfrac{1}{a^{-n}}\right)\right]^{-1}$ 342. $\left[\dfrac{a^{-2n}-b^{-2n}}{a^{-n}-b^{-n}}\cdot\left(\dfrac{1}{a^{-n}}+\dfrac{1}{b^{-n}}\right)\right]^{-1}$

Представить нижеслѣдующія дроби въ видѣ цѣлыхъ выраженій вводя степени съ отрицательными показателями:

343. $\dfrac{1}{9}$ 343. $\dfrac{1}{4}$ **344.** $\dfrac{1}{2^{3}}$ 344. $\dfrac{1}{3^{3}}$

345. $\dfrac{1}{a^{m}}$ 345. $\dfrac{1}{m^{a}}$ **346.** $\dfrac{a^{m}}{b^{n}}$ 346. $\dfrac{b^{n}}{a^{m}}$

347. $5a.\frac{1}{b^2}$ 347. $3b.\frac{1}{a^3}$ **348.** $\frac{m}{x^6}$ 348. $\frac{m}{6^x}$

349. $\frac{a^5}{2b^2}$ 349. $\frac{b^2}{5a^4}$ **350.** $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$ 350. $\frac{xy}{x+y}$

351. $\frac{1}{2^3}-\frac{1}{x^2}$ 351. $\frac{1}{3^2}+\frac{1}{x^3}$ **352.** $\frac{x^m}{x^5}+\frac{y^3}{y^n}$ 352. $\frac{x^2}{x^m}-\frac{y^n}{y^4}$

353. $\frac{\frac{1}{x^2}-\frac{1}{q^2}}{\frac{1}{p}-\frac{1}{y}}$ 353. $\frac{\frac{1}{p}+\frac{1}{y}}{\frac{1}{x^2}+\frac{1}{q^2}}$ **354.** $\frac{1}{\left(\frac{1}{x^2}-\frac{1}{y^3}\right)^m}$ 354. $\frac{1}{\left(\frac{1}{x^m}-\frac{1}{y^n}\right)^3}$

355. $\frac{\left(\frac{1}{m^3}+\frac{1}{n^4}\right)^3}{\left(\frac{1}{x^5}-\frac{1}{y^2}\right)^2}$ 355. $\frac{\left(\frac{1}{x^2}-\frac{1}{y^3}\right)^2}{\left(\frac{1}{m^4}+\frac{1}{n^5}\right)^3}$ **356.** $\frac{1}{\frac{x+y}{x-y}}$ 356. $\frac{1}{\frac{x-y}{x+y}}$

Свойство обратности степеней съ равнопротивоположными показателями можно выразить въ формѣ слѣдующихъ двухъ положеній: Всякая степень съ отрицательнымъ показателемъ равна единицѣ, раздѣленной на подобную же степень съ положительнымъ показателемъ, какъ то $a^{-n}=\frac{1}{a^n}$, и обратно, всякая степень съ положительнымъ показателемъ равна единицѣ, раздѣленной на подобную же степень съ отрицательнымъ показателемъ, какъ то $a^n=\frac{1}{a^{-n}}$.

Основываясь на этихъ положеніяхъ, а также на правилахъ умноженія и дѣленія дробей, находятъ слѣдующее правило для преобразованія дробныхъ выраженій, которыхъ числители и знаменатели представляютъ произведенія степеней съ положительными или отрицательными показателями: во всякой подобной дроби можно перенести любого множителя изъ числителя въ знаменатель или наоборотъ изъ знаменателя въ числитель, перемѣнивъ только знакъ показателя въ этомъ множителѣ на противоположный.

Въ каждомъ изъ слѣдующихъ выраженій сдѣлать послѣдовательно четыре преобразованія, именно: 1) привести знаменателя къ единицѣ, 2) привести числителя къ единицѣ, 3) уничтожить всѣ степени съ отрицательными показателями, 4) уничтожить всѣ степени съ положительными показателями:

357. $\frac{a^2b^{-3}}{x^{-4}}$ 357. $\frac{a^3x^{-2}}{b^{-4}}$ **358.** $\frac{4a^4b^{-2}}{9c^2d^{-4}}$ 358. $\frac{8a^{-4}b^2}{27c^{-2}d^3}$

359. $\frac{a^m}{b^{-n}x^p}$ 359. $\frac{b^{-m}}{a^nx^{-p}}$ **360.** $\frac{2}{3^3a^{-2}b^p}$ 360. $\frac{3}{2^2a^2b^{-p}}$

361. $\frac{8a^{-3}b^4(c-d)^4}{5^{-1}c^2(c+d)^{-4}}$ 361. $\frac{3^{-1}a^3(c+d)^{-2}}{4b^{-2}c^{-4}(c-d)^2}$

362. $\frac{(c+d)^md^{-3}}{2^{-3}a^nb^{-m}}$ 362. $\frac{2^{-2}a^{-n}b^m}{(c-d)^{-n}d^3}$

363. $\frac{27a^{-2n}(a-c)^{-3}x^2}{4c^{-n}(x-z)^{-6n}z^3}$ 363. $\frac{25a^n(x-z)^{-5n}z^{-3}}{8x^{3n}(a-c)^{-2}c^{-3}}$

364. $\frac{a^{-2n+1}(x+z)^3}{8b^{-n}(a-b)^{-n+2}z^{3-n}}$ 364. $\frac{9a^{-n}(x-z)^{n-3}z^{-n-1}}{b^{n-2}(a+b)^{-n+3}}$

365. $\frac{a^{-3}\cdot\frac{1}{b^{-n}}\cdot(m-n)^p\cdot\frac{1}{(y-z)^2}}{c^{-m}d^{-n}\cdot\frac{1}{m^p}\cdot\frac{1}{(x+y)^{-3}}}$ 365. $\frac{a^3\cdot\frac{1}{b^n}\cdot(m-n)^{-p}\cdot\frac{1}{(y+z)^{-2}}}{c^m d^n\cdot\frac{1}{m^{-p}}\cdot\frac{1}{(x-y)^3}}$

366. $\frac{\frac{(m+n)^{-p}}{(m-n)^q}\cdot a^{2n+1}\cdot\frac{x^{-a}}{(y-z)^b}}{b^{-1-n}\cdot\frac{(p-q)^m}{(p+q)^{-n}}\cdot z^{2-n}}$ 366. $\frac{\frac{(m-n)^p}{(m+n)^{-q}}\cdot b^{2n-1}\frac{z^{-a}}{(x-y)^b}}{a^{n-1}\cdot\frac{(p+q)^{-m}}{(p-q)^n}\cdot x^{n-1}}$

При умноженіи и дѣленіи степеней съ отрицательными показателями онѣ подчиняются тѣмъ же правиламъ, какія извѣстны для степеней съ положительными показателями, т. е. при умноженіи степеней показатели алгебраически складываются, а при дѣленіи алгебраически вычитаются. Поэтому, когда требуется произвести дѣйствія съ выраженіями, содержащими отрицательныхъ показателей, то нѣтъ надобности исключать подобныя степени, выражая ихъ черезъ обыкновенныя степени съ положительными показателями. Только въ окончательныхъ результатахъ дѣйствій, когда выраженіе результата окончательно упрощается, нужно уничтожить въ нихъ всѣхъ отрицательныхъ показателей.

Произвести въ слѣдующихъ выраженіяхъ показанныя дѣйствія и освободить результаты отъ отрицательныхъ показателей:

367. $a^{-2}.a^7$ 367. $a^2.a^{-5}$ **368.** $a^{-10}.a^{-7}$ 368. $a^{-12}.a^{-2}$

369. $a^{-m}.a^{2m}$ 369. $a^{-3m}.a^{2m}$ **370.** $a^{m+1}.a^{-3}$ 370. $a^{-m-1}.a^2$

371. $a^{-7}:a^4$ 371. $a^8:a^{-3}$ **372.** $a^{-5}:a^{-2}$ 372. $a^{-4}:a^{-9}$

373. $a^{-m}:a^{-2m}$ 373. $a^{-3m}:a^{-2m}$ **374.** $a^{-5n}:a^{8n}$ 374. $a^n:a^{-5n}$

375. $2^{-5}.2^3$ 375. $2^3:2^{-5}$ **376.** $2^{-3}:2^{-2}$ 376. $2^{-2}.2^{-3}$

377. $3^{-1}:3^{-4}$ 377. $3^2.3^{-3}$ **378.** $5^{-1}.5^{-3}$ 378. $5^{-2}:5$

379. $a^{-3}.a^5.a^{-7}$ 379. $a^3.a^{-4}.a^{-1}$

380. $a^{-2}.a^{-3}.a$ 380. $a.a^{-3}.a^2$

381. $a^{-m}.a^{-n}.a^{2m}$ 381. $a^{-2m}.a^{-2n}.a^{3n}$

382. $a^{-3m}.a^{2m}.a^{-m}$ 382. $a^{5m}.a^{2m}.a^{-9m}$

383. $8a^{-4}b.3a^{-2}b^{-2}c^{-1}$ 383. $-2a^{-3}b^{-3}:4a^5b^{-2}c$

384. $\frac{2}{3}a^{-5}b^4c^{-2}:\frac{2}{15}a^{-2}c^2d^{-3}$ 384. $6a^3b^{-3}c^{-5}.3^{-1}a^{-5}b^4c^2$

385. $2^{-2}a^{-m}b^pc^{-q}.2^{-4}a^{-m}b^{-p}c^q$ 385. $\frac{4}{15}a^{-3}b^{-p}c^4:(\frac{3}{2})^{-1}a^{-5}b^{-3p}c^2$

386. $-6a^{-m}b^2c^p:-3a^{-n}b^{-4}c^{-p-1}d^{-n}$

386. $-3^{-1}a^{-n}b^3c^{-p}.-3^3a^{-m}b^5c^{p+1}d^n$

387. $(m^{-5}-m^{+3}+m^{-1}).m^4$ 387. $(m^{-8}+m^{-6}-m^{+4}):m^6$

388. $(m^{-8}+m^7-m^{-3}):-m^{-7}$ 388. $(m^{-2}-m^{-4}+m^8).-m^{-4}$

389. $(p^{-4}-p^{-3}q+p^{-2}q^2-p^{-1}q^3+q^4).p^4q^{-4}$

389. $(p^{-8}+p^{-6}q^2+p^{-4}q^4+p^{-2}q^6+q^8):p^{-4}q^4$

390. $(p^{-10}+p^{-8}q^4+p^{-6}q^6+p^{-4}q^8):-p^{-6}q^8$

390. $(p^{-7}-p^{-5}q+p^{-3}q^3-p^{-1}q^5+q^7).-p^5q^{-3}$

391. $(a^{-3}+b^{-5})(a^{-3}-b^{-5})$ 391. $(a^{-6}-b^{-4}):(a^{-3}+b^{-2})$

392. $(a^{-2m}-b^{-2n}):(a^{-m}+b^{-m})$ 392. $(a^{-m}+b^{-n}).(a^{-m}-b^{-n})$

393. $(a^{-m}+b^{-m}).(a^{-n}-b^{-n})$ 393. $(a^{-4m}-b^{-4m}):(a^{-2m}-b^{-2m})$

394. $(a^{-3n}-b^{-3m}):(a^{-m}-b^{-m})$ 394. $(a^{-2m}+b^{-2m}).(a^{-n}+b^{-n})$

395. $(x^{-2}+x^{-1}+x^0)(x^{-1}-x)$ 395. $(x^{-3}+x^{-1}+x)(x^{-2}-x^{-1})$

396. $(x^{-2}-a^{-1}x^{-1}+a^{-2})(x^{-1}+a^{-1})$ 396. $(x^{-2}+a^{-1}x^{-1}+a^{-2})(x^{-2}-a^{-2})$

397. $(x^{-4}+a^2x^{-2}+a^4)(x^2-a^{-2})$ 397. $(x^6-a^{-3}x^3+a^{-6})(x^{-3}+a^3)$

398. $(6x^2+11+4x^{-2}):(2x+x^{-1})$

398. $(8x^4-10+3x^{-4}):(4x^2-3x^{-2})$

399. $(2x+3+3x^{-1}+x^{-2}):(x+1+x^{-1})$

399. $(2x-3+3x^{-1}-x^{-2}):(x-1+x^{-1})$

400. $(\frac{2}{3}x^2-\frac{4}{3}-\frac{3}{2}x^{-2}+x^{-4}):(4x-2x^{-1})$

400. $(\frac{3}{2}x^4-\frac{3}{2}+\frac{10}{3}x^{-4}-x^{-8}):(9x^2-3x^{-2})$

ОТДѢЛЕНІЕ VI.

ПРЕОБРАЗОВАНІЯ РАВЕНСТВЪ.

РѢШЕНІЕ И СОСТАВЛЕНІЕ УР—ІЙ 1-й СТЕПЕНИ.

§ 1. Пропорціи.

Разность двухъ количествъ $a-b$ называется также *разностнымъ отношеніемъ* перваго количества ко второму. Частное отъ дѣленія двухъ количествъ $a:b$ называется иначе *кратнымъ отношеніемъ* перваго ко второму. Въ обоихъ случаяхъ первое количество a называется *предыдущимъ* членомъ отношенія, а второе b *послѣдующимъ* членомъ отношенія.

Найти разностное отношеніе количествъ:

1. $a+b$ и $a-b$ 1. $a-b$ и $a+b$

2. a^2-b^2 и a^2+b^2 2. a^2+b^2 и a^2-b^2

3. $(m-n)^2$ и m^2-n^2 3. m^2-n^2 и $(m+n)^2$

4. $\frac{p+1}{p-1}$ и $\frac{p^2+1}{p^2-1}$ 4. $\frac{1+p^2}{1-p^2}$ и $\frac{1-p}{1+p}$ **5.** $\frac{x^3-1}{x^3+1}$ и $\frac{x-1}{x+1}$ 5. $\frac{x+1}{x-1}$ и $\frac{x^3+1}{x^3-1}$

6. Найти разностное отношеніе $a-x$ къ $x-b$, полагая $x=\frac{2ab}{a+b}$.

6. Найти разностное отношеніе $x+a$ къ $b-x$, полагая $x=\frac{2ab}{a-b}$.

Найти кратное отношеніе количествъ:

7. a^2-b^2 и $a+b$ 7. a^2-b^2 и $a-b$

8. a^3-1 и $a-1$ 8. a^3+1 и $a+1$

9. $\frac{m^2+9}{m^2-9}$ и $\frac{m+3}{m-3}$ 9. $\frac{m^2-4}{m^2+4}$ и $\frac{m-2}{m+2}$ **10.** $\frac{p^3-8}{p^3+8}$ и $\frac{p-2}{p+2}$ 10. $\frac{p^3+27}{p^3-27}$ и $\frac{p+3}{p-3}$

11. $\frac{a+b+x}{a+b-x}$ и $\frac{a-b+x}{a-b-x}$ 11. $\frac{a-b-x}{a+b-x}$ и $\frac{a-b+x}{a+b+x}$

12. Найти кратное отношеніе $a+x$ къ $b-x$, полагая $x=\frac{2ab}{a-b}$.

12. Найти кратное отношеніе $a-x$ къ $x-b$, полагая $x=\frac{2ab}{a+b}$.

Равенство двухъ разностныхъ отношеній называется *разностной пропорціей*; общій видъ ея есть $a-b=c-d$.

Равенство двухъ кратныхъ отношеній есть *кратная пропорція*; ея общій видъ $a:b=c:d$.

Количества a, b, c, d называются *членами* пропорцій, притомъ a и d называются *крайними* членами, b и c *средними*.

Главное свойство разностной пропорціи то, что въ ней *сумма крайнихъ членовъ равна суммѣ среднихъ*.—Обратно, если дано равенство $a+d=b+c$, то количества a, b, c и d *разностно пропорціональны*, т. е. изъ нихъ можно составить пропорцію указаннаго вида.

Главное свойство кратной пропорціи то, что въ ней *произведеніе крайнихъ членовъ равно произведенію среднихъ*. Обратно, если дано равенство $ad=bc$, то количества a, b, c и d *кратно пропорціональны*, т. е. изъ нихъ можно составить кратную пропорцію указаннаго вида.

На указанныхъ свойствахъ основана между прочимъ повѣрка пропорцій, которую можно производить двумя способами—или вычисляя отдѣльно оба отношенія данной пропорціи для сравненія ихъ, или составляя отдѣльно въ разностной пропорціи—суммы, а въ кратной произведенія крайнихъ и среднихъ членовъ, для сравненія этихъ обѣихъ суммъ или произведеній.

Въ разностной пропорціи каждый крайній членъ равенъ суммѣ среднихъ членовъ безъ другого крайняго, каждый средній членъ равенъ суммѣ крайнихъ членовъ безъ другого средняго.

Въ кратной пропорціи каждый крайній членъ равенъ произведенію среднихъ, дѣленному на другой крайній, каждый средній членъ равенъ произведенію крайнихъ, дѣленному на другой средній.

На этомъ основано рѣшеніе пропорцій или опредѣленіе одного неизвѣстнаго члена по тремъ извѣстнымъ.

Провѣрить пропорціи:

13. $2a^2-(a+2)^2=(2-a)^2-8$

13. $(3+a)^2-18=2a^2-(3-a)^2$

14. $(a^3+27)-(a+3)^3=(a-3)^3-(a^3-27)$

14. $(a-2)^3-(a^3-8)=(a^3+8)-(a^3+2)^3$

исправить

15. $\frac{3m}{m+n}-\frac{2mn}{m^2-n^2}=\frac{4m}{m+n}-\frac{m}{m-n}$

15. $\frac{2m}{m+n}-\frac{3n}{m-n}=\frac{2(m^2+n^2)}{m^2-n^2}-\frac{5n}{m-n}$

16. $\frac{x+y}{x-y}-\frac{y+2x}{x+y}=\frac{x-y}{x+y}-\frac{2x^2-5xy-y^2}{x^2-y^2}$

16. $\frac{x-y}{x+y}-\frac{y-2x}{x-y}=\frac{x+y}{x-y}-\frac{3xy-2x^2+y^2}{x^2-y^2}$

17. $(a^3-b^3):(a^2+ab+b^2)=(a^2-b^2):(a+b)$

17. $(a^3+b^3):(a^2-ab+b^2)=(b^2-a^2):(b-a)$

18. $(a^3-b^3):(a^2+b^2)=(a^2-b^2):(a+b)$

18. $(a^3-b^3):(a^2+ab)=(a^2-b^2):(a+b)$

исправить

19. $\frac{m^2+n^2}{m-n}:\left[\frac{(m+n)^2}{2mn}-1\right]=2mn:(m-n)$

19. $\frac{m^2+n^2}{m+n}:\left[1+\frac{(m-n)^2}{2mn}\right]=2mn:(m+n)$

20. $\frac{x}{x-3y}:\frac{y}{x-y}=\left(\frac{x}{x-3y}-\frac{x}{x-2y}\right):\left(\frac{y}{x-2y}-\frac{y}{x-y}\right)$

20. $\frac{x}{x+y}:\frac{y}{x+3y}=\left(\frac{x}{x+y}-\frac{x}{x+2y}\right):\left(\frac{y}{x+2y}-\frac{y}{x+3y}\right)$

Рѣшить пропорціи:

21. $a-b=x-d$

21. $a-d=b-x$

22. $x-a=c-d$

22. $a-x=b-c$

23. $(a+b)^2-(a^2-b^2)=(a-b)^2-x$

23. $(a-b)^2-(a^2+b^2)=x-(a+b)^2$

24. $\frac{a^2}{a-b}-x=(a+b)-\frac{2ab}{a-b}$

24. $x-\frac{b^2}{a+b}=\frac{2ab}{a+b}-(b-a)$

25. $\frac{a}{a+b}-\frac{b}{a-b}=\frac{a^2}{a^2-b^2}-x$

25. $\frac{b^2}{a^2-b^2}-x=\frac{a}{a-b}-\frac{b}{a+b}$

26. $\frac{a^2+b^2}{a-b}-x=\frac{2a^2b}{a^2-b^2}-(a+b)$

26. $x-\frac{a^2+b^2}{a+b}=a-b-\frac{2a^2b}{a^2-b^2}$

27. $a:b=x:d$

27. $a:b=d:x$

28. $x:a=b:c$

28. $a:x=c:d$

29. $3a^2b:x=5a^3b^4:3\frac{1}{3}a^2b^5$

29. $6\frac{2}{3}a^2b^3:5ab^2=x:4a^2b^4$

30. $\frac{4}{5}a^3b:\frac{2}{3}ab^2=\frac{6}{5}a^4b^3:x$

30. $x:\frac{3}{7}a^2b^3=\frac{8}{3}a^5b^3:\frac{6}{7}a^3b^2$

31. $\frac{2ab}{a+b}:\frac{(a-b)^2}{a}=x:(a^2-b^2)$ 31. $\frac{(a+b)^2}{b^2}:\frac{2a}{b-a}=(b^2-a^2):x$

32. $(b-\frac{ab}{a+b}):x=a^2b^2:(a+\frac{ab}{a-b})$ 32. $(b-\frac{b^2}{a+b}):a^2b^2=x:(\frac{a^2}{a-b}-a)$

33. $x:(a^3-b^3)=(a+b):a^2b^2\left[\frac{(a+b)^2}{ab}-1\right]$

33. $a^2b^2\left[\frac{(a-b)^2}{ab}+1\right]:(a-b)=(a^3+b^3):x$

34. $\left[\frac{(a+b)^2}{3ab}-a-b\right]:\left[(a-b)^2+ab\right]=\left[\frac{(a-b)^2}{4ab}+1\right]:x$

34. $x:\left[\frac{(a+b)^2}{4ab}-1\right]=\left[(a+b)^2-ab\right]:\left[\frac{(a-b)^2}{3ab}+a-b\right]$

Главныя свойства каждаго равенства и въ томъ числѣ пропорціи состоятъ въ томъ, что къ обѣимъ частямъ равенства можно прибавить или изъ нихъ вычесть равныя между собою количества, а также обѣ части равенства можно умножить или раздѣлить на равныя между собою количества. Изъ этихъ свойствъ выводятся слѣдующія важныя практическіи правила:

Если части равенства представляютъ многочленныя суммы или разности, то каждый членъ одной части равенства можно перенести въ другую часть, сдѣлавъ его вмѣсто слагаемаго вычитаемымъ и наоборотъ, или, говоря короче, перемѣнивъ у переносимаго члена его знакъ.

Примѣръ. Примѣняя это общее правило къ разностной пропорціи $a-b=c-d$, находимъ, перенося члены b и c, пропорцію $a-c=b-d$, подобно этому, перенося члены a и d, пропорцію $d-b=c-a$, и, наконецъ, перенося во второй пропорціи a и d, или въ третьей b и c, пропорцію $d-c=b-a$. Совокупность этихъ четырехъ пропорцій, которыя всѣ соотвѣтствуютъ одной и той же суммѣ среднихъ и крайнихъ $a+d=b+c$, показываетъ, что во всякой разностной пропорціи можно перемѣщать взаимно средніе члены или крайніе члены, или тѣ и другіе вмѣстѣ.

Если части равенства представляютъ одночленныя произведенія или частныя, то каждаго множителя или дѣлителя одной части равенства можно перенести въ другую часть, сдѣлавъ его вмѣсто множителя дѣлителемъ и наоборотъ.

Примѣръ. Примѣняя это общее правило къ кратной пропорціи $a:b=c:d$, находимъ, перенося количества b и c, пропорцію $a:c=b:d$, перенося количества a и d, пропорцію $d:b=c:a$, и, наконецъ, перенося во второй пропорціи a и d, или въ третьей b и c, пропорцію $d:c=b:a$. Совокупность этихъ четырехъ пропорцій, которыя всѣ соотвѣтствуютъ одному и тому же произведенію среднихъ и крайнихъ $ad=bc$, показываетъ, что во всякой кратной пропорціи можно пере-

мѣщать взаимно средніе члены, или крайніе члены, или тѣ и другіе вмѣстѣ.

Вышеприведенные примѣры представляютъ только весьма частные случаи преобразованія пропорцій. Основываясь на указанныхъ главныхъ свойствахъ равенствъ, можно производить очень разнообразныя преобразованія пропорцій. Всякая пропорція, выведенная изъ данной пропорціи посредствомъ какого-нибудь преобразованія послѣдней, называется *производной* отъ данной пропорціи. Данная пропорція и всякая производная отъ нея называются *совмѣстными* пропорціями.

Въ нижеслѣдующихъ задачахъ предыдущія объясненія примѣняются къ преобразованіямъ однѣхъ только кратныхъ пропорцій.

Представить слѣдующія равенства въ видѣ пропорцій:

35. $2a=3b$ 35. $3a=5d$ **36.** $x^2=ab$ 36. $cd=y^2$

37. $(a-b)b=(c+d)d$ 37. $(a+b)a=(c-d)c$

38. $9n^2=5m$ 38. $25n^2=7m$ **39.** $(a+b)^2=mp$ 39. $(a-b)^2=na$

40. $(a+b)^2c^2=(a^2+b^2)d^2$ 40. $(c-d)^2b^2=(c^2+d^2)a^2$

41. Прибавляя къ обѣимъ частямъ пропорціи $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ по единицѣ, показать, что въ данной пропорціи сумма членовъ перваго отношенія такъ относится къ первому послѣдующему, какъ сумма членовъ второго отношенія ко второму послѣдующему. Выразить словами тѣ новыя пропорціи, которыя получаются изъ упомянутой первой производной пропорціи черезъ различныя перемѣщенія членовъ.

41. Вычитая изъ обѣихъ частей пропорціи $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ по единицѣ, показать, что въ данной пропорціи разность членовъ перваго отношенія такъ относится къ первому послѣдующему, какъ разность членовъ второго отношенія ко второму послѣдующему. Выразить словами тѣ новыя пропорціи, которыя получаются изъ упомянутой первой производной пропорціи черезъ различныя перемѣщенія членовъ.

42. Перемѣстивъ въ пропорціи $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ средніе члены, показать, что въ данной пропорціи сумма предыдущихъ такъ относится къ предыдущему, какъ сумма послѣдующихъ къ послѣдующему. Выразить словами другія производныя пропорціи, получаемыя черезъ перемѣщенія членовъ.

42. Перемѣстивъ въ пропорціи $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ средніе члены, показать, что въ данной пропорціи разность предыдущихъ такъ относится къ предыдущему, какъ разность послѣдующихъ къ послѣдующему. Выразить словами другія производныя пропорціи, получаемыя черезъ перемѣщенія членовъ.

43. Показать, что если дана пропорція $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$, то вѣрна также пропорція $\frac{am+bn}{b}=\frac{cm+dn}{d}$, т.-е. сумма членовъ перваго отношенія, умноженныхъ на какія угодно количества, такъ относится къ первому послѣдующему, какъ сумма членовъ второго отношенія, умноженныхъ на тѣ же количества, относится ко второму послѣдующему.

43. Показать, что если дана пропорція $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$, то вѣрна также пропорція $\frac{ap-bq}{b}=\frac{cp-dq}{d}$, т.-е. разность членовъ перваго отношенія, умноженныхъ на какія-нибудь количества, такъ относится къ первому послѣдующему, какъ разность членовъ второго отношенія, умноженныхъ на тѣ же количества, относится ко второму послѣдующему.

44. Показать, что изъ пропорціи $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ выводится пропорція $\frac{am+cn}{bm+dn}=\frac{a}{b}$, т.-е., что сумма предыдущихъ, умноженныхъ на произвольныя количества, такъ относится къ суммѣ послѣдующихъ, умноженныхъ на тѣ же количества, какъ одинъ изъ предыдущихъ къ своему послѣдующему.

44. Показать, что изъ пропорціи $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ выводится пропорція $\frac{ap-cq}{bp-dq}=\frac{a}{b}$, т.-е., что разность предыдущихъ, умноженныхъ на произвольныя количества, такъ относится къ разности послѣдующихъ, умноженныхъ на тѣ же количества, какъ одинъ изъ предыдущихъ къ своему послѣдующему.

45. Послѣдовательно примѣняя выводъ задачи **42**-й, показать, что при существованіи ряда равныхъ отношеній $\frac{a_1}{b_1}=\frac{a_2}{b_2}=\frac{a_3}{b_3}=\frac{a_4}{b_4}$ обнаруживается пропорція $\frac{a_1+a_2+a_3+a_4}{b_1+b_2+b_3+b_4}=\frac{a_1}{b_1}$, которую и выразить словами.

45. Послѣдовательно примѣняя выводы задачъ **42**-й и 42-й, показать, что при существованіи ряда равныхъ отношеній $\frac{a_1}{b_1}=\frac{a_2}{b_2}=\frac{a_3}{b_3}=\frac{a_4}{b_4}$ обнаруживается пропорція $\frac{a_1-a_2+a_3-a_4}{b_1-b_2+b_3-b_4}=\frac{a_1}{b_1}$, которую и выразить словами.

46. Послѣдовательно примѣняя выводъ задачи **44**-й, показать, что изъ ряда равныхъ отношеній $\frac{a_1}{b_1}=\frac{a_2}{b_2}=\frac{a_3}{b_3}=\frac{a_4}{b_4}$ вытекаетъ пропорція $\frac{k_1a_1+k_2a_2+k_3a_3+k_4a_4}{k_1b_1+k_2b_2+k_3b_3+k_4b_4}=\frac{a_1}{b_1}$.

46. Послѣдовательно примѣняя выводы задачъ **44**-й и **44**-й, показать, что изъ ряда равныхъ отношеній $\frac{a_1}{b_1}=\frac{a_2}{b_2}=\frac{a_3}{b_3}=\frac{a_4}{b_4}$ вытекаетъ пропорція $\frac{l_1a_1-l_2a_2+l_3a_3-l_4a_4}{l_1b_1-l_2b_2+l_3b_3-l_4b_4}=\frac{a_1}{b_1}$.

47. Исходя изъ основного свойства всякой пропорціи, показать, что если дана пропорція $\frac{a+b}{a-b}=\frac{c+d}{c-d}$, то количества a, b, c, d пропорціональны.

47. Исходя изъ основного свойства всякой пропорціи, показать, что если дана пропорція $\frac{a-c}{a+c}=\frac{b-d}{b+d}$, то количества a, b, c, d пропорціональны.

48. Показать, что если дана пропорція $\frac{2a-3b}{2b-3c}=\frac{5a+7b}{5b+7c}$, то количество b есть среднее пропорціональное между a и c.

48. Показать, что если дана пропорція $\frac{3a+4b}{3b+4c}=\frac{5a-6b}{5b-6c}$, то количество b есть среднее пропорціональное между a и c.

49. Показать, что равенство $\frac{a^2+2b^2}{2a^2+3b^2}=\frac{c^2+2d^2}{2c^2+3d^2}$ обусловливаетъ пропорціональность количествъ a, b, c, d.

49. Показать, что равенство $\frac{a^2-3c^2}{b^2-3d^2}=\frac{2a^2+c^2}{2b^2+d^2}$ обусловливаетъ пропорціональность количествъ a, b, c, d.

50. Показать, что равенство $\frac{3a^2+2b^2}{3b^2+2c^2}=\frac{a^2-5b^2}{b^2-5c^2}$ обусловливаетъ непрерывную пропорцію между количествами a, b, c.

50. Показать, что равенство $\frac{5a^2-2b^2}{5b^2-2c^2}=\frac{a^2+2b^2}{b^2+2c^2}$ обусловливаетъ непрерывную пропорцію между количествами a, b, c.

Если дано нѣсколько какихъ-нибудь равенствъ, напр., пропорцій, то можно складывать эти равенства по частямъ, или вычитать части одного равенства изъ частей другого.

Примѣръ. Положимъ, что даны двѣ разностныя пропорціи $a-b=c-d$ и $m-b=n-d$, у которыхъ послѣдующіе члены соотвѣтственно равны. Вычитая вторую пропорцію изъ первой, находимъ новую пропорцію $a-m=c-n$, которая показываетъ, что предыдущіе данныхъ пропорцій разностно пропорціональны. Такъ же можно доказать, что если въ двухъ разностныхъ пропорціяхъ предыдущіе соотвѣтственно равны, то послѣдующіе пропорціональны.

Имѣя нѣсколько равенствъ, въ частности пропорцій, можно перемножить эти равенства по частямъ, или раздѣлить части одного равенства на части другого.

Примѣръ. Если даны двѣ пропорціи $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ и $\frac{m}{b}=\frac{n}{d}$, у которыхъ

послѣдующіе члены соотвѣтственно равны, то раздѣливъ первую пропорцію на вторую, получимъ новую пропорцію $\frac{a}{m}=\frac{c}{n}$, показывающую, что предыдущіе данныхъ пропорцій пропорціональны. Точно такъ же докажемъ, что когда въ двухъ пропорціяхъ предыдущіе соотвѣтственно равны, то послѣдующіе пропорціональны.

Всякая пропорція, которая выводится на основаніи вышеуказанныхъ началъ изъ нѣсколькихъ пропорцій, называется *составной*.

Составляя изъ данныхъ пропорцій производныя и составныя, можно получать чрезвычайно разнообразные виды пропорцій.

Пропорціи представляютъ простѣйшіе виды равенствъ. Изученіе ихъ подготовляетъ учащихся къ уясненію общей теоріи равенствъ. Тѣ важныя положенія, на которыхъ основано составленіе производныхъ и составныхъ пропорцій, получаютъ дальше широкое развитіе.

51. Показать, что во всякой пропорціи сумма членовъ перваго отношенія такъ относится къ первому предыдущему, какъ сумма членовъ второго отношенія ко второму предыдущему.

51. Показать, что во всякой пропорціи разность членовъ перваго отношенія такъ относится къ первому предыдущему, какъ разность членовъ второго отношенія ко второму предыдущему.

52. Показать, что если даны двѣ пропорціи, то произведенія членовъ одной пропорціи на соотвѣтственные члены другой пропорціональны.

52. Показать, что если даны двѣ пропорціи, то произведеніе предыдущихъ каждой изъ нихъ на соотвѣтственные послѣдующіе другой пропорціональны.

53. Показать, что во всякой пропорціи сумма членовъ перваго отношенія такъ относится къ разности этихъ членовъ, какъ сумма членовъ второго отношенія къ разности тѣхъ же членовъ.

53. Показать, что во всякой пропорціи сумма предыдущихъ такъ относится къ разности предыдущихъ, какъ сумма послѣдующихъ къ разности послѣдующихъ.

54. Показать, что во всякой пропорціи сумма квадратовъ предыдущихъ такъ относится къ разности квадратовъ предыдущихъ, какъ сумма квадратовъ послѣдующихъ относится къ разности квадратовъ послѣдующихъ.

54. Показать, что во всякой пропорціи сумма квадратовъ членовъ отношенія такъ относится къ разности квадратовъ этихъ членовъ, какъ сумма квадратовъ членовъ второго отношенія относится къ разности квадратовъ тѣхъ же членовъ.

Слѣдующія пропорціи преобразовать такъ, чтобы x осталось только въ одномъ членѣ, и затѣмъ опредѣлить x:

55. $\frac{a}{b}=\frac{c-x}{x}$ 55. $\frac{a}{b}=\frac{x+c}{x}$ **56.** $\frac{a}{b}=\frac{x}{c+x}$ 56. $\frac{a}{b}=\frac{x}{c-x}$

57. $\frac{a}{b}=\frac{c+x}{c-x}$ 57. $\frac{a}{b}=\frac{x+c}{x-c}$ **58.** $\frac{a}{x+b}=\frac{c}{x-b}$ 58. $\frac{a+x}{b}=\frac{a-x}{c}$

59. $\frac{x+a}{x}=\frac{x+b}{x-b}$ 59. $\frac{a-x}{x}=\frac{b-x}{b+x}$

60. $\frac{a-x}{x}=\frac{x}{b-x}$ 60. $\frac{x+a}{x}=\frac{x}{x-b}$

Въ слѣдующихъ пропорціяхъ опредѣлить количественныя значенія x и y, принимая во вниманіе данныя равенства:

61. $\frac{x}{y}=\frac{7}{8}$ при $x+y=30$ 61. $\frac{x}{y}=\frac{5}{4}$ при $x-y=8$

62. $\frac{x}{y}=\frac{4\frac{1}{2}}{3\frac{3}{4}}$ при $x-y=2\frac{1}{2}$ 62. $\frac{x}{y}=\frac{3\frac{1}{2}}{2\frac{1}{3}}$ при $x+y=37\frac{1}{2}$

63. $\frac{x}{y}=\frac{a+b}{a-b}$ при $x+y=2a$ 63. $\frac{x}{y}=\frac{a+b}{a-b}$ при $x-y=2b$

64. $\frac{x}{y}=\frac{a-b}{a+b}$ при $x-y=2b$ 64. $\frac{x}{y}=\frac{a-b}{a+b}$ при $x+y=-2a$

65. $\frac{x}{y}=\frac{a^2+b^2}{2ab}$ при $x-y=a-b$ 65. $\frac{x}{y}=\frac{a^2+b^2}{2ab}$ при $x+y=a+b$

66. $\frac{x}{y}=\frac{(a+b)^2}{(a-b)^2}$ при $x+y=a^2+b^2$ 66. $\frac{x}{y}=\frac{(a+b)^2}{(a-b)^2}$ при $x-y=2ab$

Изъ пропорціи $\frac{a}{b}=\frac{b}{c}$ вывести посредствомъ составленія производныхъ и составныхъ слѣдующія новыя пропорціи:

67. $\frac{a^2-b^2}{a}=\frac{b^2-c^2}{c}$ 67. $\frac{a^2+b^2}{a}=\frac{b^2+c^2}{c}$

68. $\frac{a^2+2b^2+c^2}{b^2+c^2}=\frac{b^2+c^2}{c^2}$ 68. $\frac{a^2-2b^2+c^2}{b^2-c^2}=\frac{b^2-c^2}{c^2}$

Изъ пропорціи $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ вывести посредствомъ составленія производныхъ и составныхъ слѣдующія новыя пропорціи:

69. $\frac{a(a+c)}{c^2}=\frac{b(b+d)}{d^2}$ 69. $\frac{a(a-c)}{c^2}=\frac{b(b-d)}{d^2}$

70. $\frac{(a-b)^2}{ab}=\frac{(c-d)^2}{cd}$ 70. $\frac{(a+b)^2}{ab}=\frac{(c+d)^2}{cd}$

§ 2. Рѣшеніе числовыхъ уравненій первой степени.

Равенства, въ которыхъ входятъ обозначенныя буквами количества, раздѣляются на *тождества* и *уравненія*.

Тождествомъ называется такое равенство, котораго обѣ части равны между собою при всевозможныхъ частныхъ значеніяхъ вхо-

дящихъ въ нихъ буквъ. Таковы наприм. равенства $x+1=1+x$, $2(x+3)=2x+6$, $(x-2)^2=x^2-4x+4$, $(x-1)(x-2)=x^2-3x+2$; мы можемъ здѣсь вставлять вмѣсто x какія угодно количества и всегда первая часть окажется равна второй.

Уравненіемъ называется такое равенство, котораго обѣ части вообще не равны, но дѣлаются равными только при особомъ выборѣ одной изъ входящихъ въ него буквъ. Таковы напр. равенства $x+1=3-x$, $2(x+3)=10$, $(x-2)^2=2x-4$, $(x-1)(x-2)=x-1$. Первое изъ нихъ справедливо только при $x=1$, второе, когда $x=2$, третье въ двухъ случаяхъ, когда $x=2$ и когда $x=4$, наконецъ четвертое тоже въ двухъ случаяхъ, при $x=1$ и при $x=3$. Буква, для которой подбираются особыя значенія, уравнивающія обѣ части, называется *неизвѣстной*. Обыкновенно обозначаютъ ее черезъ x.

При разсматриваніи уравненій возникаетъ вопросъ, какимъ образомъ найти то частное значеніе неизвѣстной, входящей въ уравненіе буквы, при которомъ обѣ части уравненія дѣлаются равными между собою. Сдѣлать это значитъ *рѣшить* уравненіе, а то особое значеніе, которое уравниваетъ обѣ части уравненія, называется его *корнемъ*. Изъ предыдущихъ примѣровъ видимъ, что уравненіе можетъ имѣть одинъ или нѣсколько корней.

Рѣшеніе уравненій состоитъ въ томъ, что данное уравненіе послѣдовательно замѣняютъ другими, которыя отличаются отъ даннаго и между собою какъ внѣшнимъ видомъ ихъ частей, такъ и по существу количественными значеніями этихъ частей, но всѣ имѣютъ одинаковые общіе корни. Такія уравненія называются *совмѣстными*. Напр. $x+1=3-x$ и $2x=2$ суть совмѣстныя уравненія, потому что оба имѣютъ одинаковый корень $x=1$.

Преобразованія даннаго уравненія въ другія совмѣстныя съ нимъ, основаны на томъ, что равенство не нарушается, если къ обѣимъ частямъ его мы придадимъ или изъ нихъ вычтемъ равныя между собою количества, если обѣ части умножимъ или раздѣлимъ на равныя между собою количества. Какъ послѣдствія этихъ свойствъ всякаго равенства мы получаемъ уже указанныя въ предыдущей статьѣ правила о перенесеніи изъ одной части въ другую слагаемыхъ и вычитаемыхъ, а также множителей и дѣлителей. Теперь эти правила мы примѣнимъ къ рѣшенію уравненій:

Имѣя уравненіе $x+1=3-x$, прибавимъ въ обѣ части его по x и вычтемъ по 1; получимъ новое уравненіе $2x=2$, совмѣстное съ даннымъ. Раздѣливъ обѣ части второго уравненія на 2, составимъ третье уравненіе $x=1$, которое только тогда и вѣрно, когда x замѣняется черезъ 1. Поэтому 1 есть также корень второго уравненія, а слѣдовательно соотвѣтствуетъ и первому.

Возьмемъ уравненіе $2(x+3)=10$. Перенося 2 дѣлителемъ во вторую часть, находимъ новое уравненіе $x+3=5$. Перенося здѣсь 3 вычитаемымъ во вторую часть, составляемъ третье уравненіе $x=2$, котораго корень есть два. Этотъ корень соотвѣтствуетъ также второму и первому уравненіямъ.

Обращаясь къ уравненію $(x-2)^2=2x-4$, которое можно написать въ видѣ $x^2-4x+4=2x-4$, вычтемъ изъ обѣихъ частей его по $2x$ и прибавимъ по 4, иначе перенесемъ всѣ члены второй части въ первую, отчего вторая часть приведется къ нулю и составится новое уравненіе $x^2-6x+8=0$, которое можно представить въ видѣ $(x-2)(x-4)=0$. Но произведеніе можетъ обратиться въ нуль только тогда, когда обращается въ нуль одинъ изъ его множителей; поэтому второе уравненіе, а также и первое, имѣетъ корни 2 и 4 и не можетъ имѣть никакихъ иныхъ корней.

Разсмотримъ наконецъ уравненіе $(x-1)(x-2)=x-1$, или, что то же $x^2-3x+2=x-1$. Перенося въ немъ члены второй части въ первую, находимъ новое уравненіе $x^2-4x+3=0$, которое преобразуется въ форму $(x-1)(x-3)=0$. Отсюда видно, что второе уравненіе, а также и первое имѣетъ только корни 1 и 3.

Въ интересахъ развитія изобрѣтательности и ради устраненія скучной механической работы вычисленія по извѣстнымъ правиламъ, учащимся слѣдуетъ ограничиться вышеуказанными поясненіями и примѣрами и постараться самимъ на передѣлкѣ нижеслѣдующихъ задачъ выработать болѣе общія правила для рѣшенія простѣйшихъ уравненій.

71. $4+x=10$	71. $x+6=10$	**72.** $x-8=2$	72. $x-5=7$
73. $18-x=6$	73. $25-x=9$	**74.** $13-x=15$	74. $20-x=24$
75. $3x=12$	75. $5x=45$	**76.** $x.5=15$	76. $x.7=14$
77. $x:4=8$	77. $x:3=6$	**78.** $18:x=6$	78. $24:x=4$
79. $5x+3=28$	79. $7x+5=26$	**80.** $9x-5=31$	80. $7x-8=41$
81. $28+3x=7x$		81. $18+5x=8x$	
82. $42-5x=2x$		82. $16-2x=2x$	
83. $3y+18=5y$		83. $7y-33=4y$	
84. $19z-14=12z$		84. $17z+33=20z$	
85. $5y+18=3y+38$		85. $2y+45=6y+17$	
86. $7z-5=3z+3$		86. $14z+23=19z-2$	
87. $16x+10-21x=35-10x-5$		87. $5x+13-2x=100-20x-18$	
88. $7x-9-8x=23-15x-18$		88. $2x-10-7x+9=8+8x+4$	
89. $7u-9-3u+5=11u-6-4u$			
89. $16u-12+2u-6u=28+3u-25$			
90. $27u+36-18u-39+6u-24=0$			

90. $7u-9-18u+7=10u+9-7u-7$

91. $3(x+5)=36$ 91. $2(x-1)=6$

92. $7(y-3)=14$ 92. $13(12-y)=26$

93. $5(35-x)=15$ 93. $6(9-x)=18$

94. $8(2y+5)=72$ 94. $4(15-2y)=20$

95. $8(7x-61)=16$ 95. $15(15-4x)=45$

96. $2(10-7z)=28$ 96. $3(11-5z)=42$

97. $3(x-5)+8=17$ 97. $3(x-3)+5=23$

98. $5(z-2)-9=11$ 98. $7(z+3)-2z=41$

99. $6(u+5)-8u=u$ 99. $3(7-u)-5=5u$

100. $5u+(7-2u)=11$ 100. $8u-(2+5u)=9$

101. $8(10-x)=5(x+3)$ 101. $8(9-2x)=5(3x+2)$

102. $5(x+1)+6(x+2)=9(x+3)$ 102. $6(x+1)+3(8-x)=11(x+2)$

103. $7(3y-6)+5(y-3)-2(y-7)=5$

103. $4(5y+2)-7(1-2y)+5(8-y)=128$

104. $8(3y-1)-9(5y-11)+2(7-2y)=30$

104. $10(8-3y)+11(y-4)-3(4-3y)=4$

105. $7(6z-1)+3(2z+1)-5(12z-7)=23$

105. $3(2z+1)-4(1-3z)-5(6z-7)=16$

106. $5(8z-1)-7(4z+1)+8(7-3z)=29$

106. $10(3z-2)-3(5z+2)+5(11-4z)=25$

107. $\frac{x}{5}=2$ 107. $\frac{1}{9}x=3$ **108.** $\frac{2}{3}x=12$ 108. $\frac{3}{2}x=12$

109. $2\frac{1}{2}x=5$ 109. $3\frac{3}{4}x=45$ **110.** $3\frac{3}{5}x=18$ 110. $5\frac{3}{5}x=28$

111. $x+\frac{1}{4}x=15$ 111. $2x-\frac{1}{8}x=40$

112. $3x-\frac{3}{4}x=18$ 112. $3x+\frac{1}{3}x=20$

113. $8y-\frac{5}{6}y=3y+25$ 113. $7y-\frac{1}{3}y=8y-4$

114. $9y+6=10(9-\frac{1}{2}y)$ 114. $9(17-\frac{4}{5}y)=5(y-6)$

115. $\frac{1}{2}x+\frac{1}{3}x=10$ 115. $\frac{x}{3}+\frac{x}{4}=14$

116. $\frac{x}{3}+\frac{x}{5}=8$ 116. $\frac{x}{4}+\frac{x}{5}=9$

117. $\frac{3}{4}x+\frac{5}{6}x=38$ 117. $\frac{5}{6}x+\frac{2}{9}x=38$

118. $\frac{7}{8}x-\frac{5}{12}x=11$ 118. $\frac{4}{9}x-\frac{5}{12}x=1$

119. $\frac{z}{2}+\frac{z}{3}-\frac{z}{4}=7$ 119. $\frac{z}{5}+\frac{3z}{7}-\frac{z}{2}=9$

120. $2z+\frac{3}{4}z-\frac{5}{7}z=57$

120. $3z-\frac{5}{6}z+\frac{1}{2}z=32$

121. $5x-0{,}3x=4{,}5x+2$

121. $0{,}9x-1{,}5=x-3{,}5$

122. $0{,}1x-0{,}1=0{,}15x-5{,}1$

122. $4{,}5x-11{,}5=35+1{,}4x$

123. $5(5x-1)-2{,}7x+0{,}2=6{,}6-0{,}5x$

123. $3x-9-0{,}5x+0{,}75=0{,}25(7-5x)$

124. $0{,}36x-3{,}4=0{,}3(0{,}4x-1{,}2)$

124. $8(0{,}12x+0{,}02)=6{,}1x+0{,}02$

125. $1{,}2x-5{,}375=0{,}125x-0{,}765x-5{,}425+1{,}85x$

125. $3{,}4x+1-0{,}75x=0{,}2x-24\ 3+3{,}715x$

126. $5{,}7x+7{,}2-0{,}855x=34{,}1885+3{,}45x-18{,}2$

126. $13{,}7-3{,}71x-39\ 3585=0{,}801x-11{,}43-6{,}7x$

127. $3{,}5(0{,}4x-1)-0{,}777...x+4{,}277...$

127. $0{,}666...(7x-3)=x+23{,}666...$

128. $1{,}166...x-0{,}2x-0{,}266...x=6+0{,}5x$

128. $0{,}166...x-0{,}25x+0{,}4166...x=4+0{,}22...x$

129. $x-1=\frac{2x+1}{3}$

129. $1+x=\frac{3x-1}{2}$

130. $3-2x=\frac{1-3x}{5}$

130. $3x-2=\frac{5x+2}{7}$

131. $\frac{2x+1}{2}=\frac{7x+5}{8}$

131. $\frac{3x-1}{5}=\frac{7x-6}{10}$

132. $\frac{5-x}{8}=\frac{18-5x}{12}$

132. $\frac{3x-2}{6}=\frac{5(7-x)}{9}$

133. $x+\frac{12-x}{4}=\frac{26-x}{2}$

133. $\frac{3-x}{4}=1-\frac{2x-5}{6}$

134. $2-\frac{3x-7}{4}=-\frac{x+17}{5}$

134. $2-\frac{5x-7}{3}=-\frac{3x+12}{4}$

135. $\frac{3x-2}{3}-\frac{9-2x}{3}=\frac{x+2}{2}$

135. $\frac{4x+3}{4}-\frac{2-3x}{4}=x+2\frac{1}{2}$

136. $\frac{x-3}{4}+\frac{x-4}{3}=\frac{x-5}{2}+\frac{x+1}{8}$

136. $\frac{x+7}{4}-\frac{x-1}{8}=\frac{x-5}{2}+\frac{x-3}{6}$

137. $\frac{5x-1}{2}-\frac{7x-2}{10}=6\frac{3}{5}-\frac{x}{2}$

137. $\frac{3x-1}{4}-\frac{5x-4}{20}=2\frac{3}{4}-\frac{x}{5}$

138. $\frac{8-x}{6}-\frac{5-4x}{3}=\frac{x+6}{2}$

138. $\frac{5x-11}{4}-\frac{x-1}{10}=\frac{11x-1}{12}$

139. $\frac{3x-1}{5}-\frac{13-x}{2}=\frac{7x}{3}-\frac{11(x+3)}{6}$

139. $\frac{5x+1}{3}-\frac{11-2x}{4}=2x-\frac{7(x-2)}{8}$

140. $\frac{9x+7}{2}-(x-\frac{x-2}{7})=36$

140. $\frac{9+7x}{2}-(1-\frac{1-2x}{7})=36x$

141. $\frac{3x-11}{4}-\frac{28-9x}{8}=4x-14\frac{3}{4}$

141. $\frac{2x-9}{27}+\frac{x}{18}-\frac{x-3}{4}=8\frac{1}{3}-x$

142. $\frac{7+9x}{4}-(1-\frac{2-x}{9})=7x$

142. $\frac{7x+9}{3}-(x-\frac{2x-1}{9})=7$

143. $\frac{3(x-1)}{4}-\frac{3x-4}{3}=5\frac{1}{3}-\frac{27+4x}{9}$

143. $7\frac{5}{8}+\frac{3x-1}{4}-\frac{7x+3}{16}=\frac{8x+19}{8}$

144. $\frac{3x+4}{7}-\frac{9x+44}{5}+\frac{3(3x+10)}{4}=\frac{5x+12}{3}$

144. $\frac{10x+11}{6}-\frac{14x+13}{3}+\frac{2(4x+9)}{7}=\frac{7+6x}{4}$

145. $\frac{4x-21}{7}+\frac{47}{6}+\frac{7x-28}{3}=\frac{4x+15}{4}-\frac{9-7x}{8}+\frac{1}{12}$

145. $\frac{3x-4}{8}-\frac{5x-25\frac{1}{3}}{4}+\frac{1}{2}+\frac{19x+3}{7}=28\frac{1}{7}-\frac{17x+4}{21}$

146. $\frac{x+10}{3}+\frac{16x-3}{20}-\frac{7x-6}{4}=\frac{x-3}{2}+\frac{3(x-3)}{10}$

146. $\frac{x-3}{4}-\frac{2x-5}{6}=\frac{41}{60}+\frac{3x-8}{5}-\frac{5x+6}{15}$

147. $\frac{3x+2}{18}-\frac{5x-8}{24}=\frac{3(2x+1)}{36}-\frac{x-1}{6}-\frac{2}{9}$

147. $\frac{8x-27}{30}-\frac{16x-81}{24}=\frac{2x-3}{15}-\frac{4x-9}{20}+\frac{9}{40}$

148. $\frac{26x-51}{52}-\frac{2(1-3x)}{13}=x-\frac{20x-(10-3x)}{156}$

148. $\frac{7(x-5)}{6}-\frac{9x-24}{36}=x-\frac{9x-5(4-x)}{9}$

149. $\frac{5(3x-2)}{4}+\frac{3x}{2}-23\frac{5}{6}=\frac{x-\frac{4x-9}{3}}{6}+x-1$

149. $\frac{x-\frac{2(x-30)}{3}}{8}-\frac{x-18}{6}=x+9-\frac{5x-\frac{x-24}{3}}{4}$

150. $\frac{2\frac{1}{3}x-2}{4}-\frac{\frac{10x-1}{2}-\frac{1}{3}}{3}=\frac{\frac{x}{4}-2}{5}-3\frac{2}{9}$

150. $\frac{x-4\frac{2}{3}}{9}-\frac{2x-\frac{11}{3}}{12}=\frac{x-\frac{x-1\frac{1}{2}}{2}}{2}-2\frac{91}{216}$

§ 3. Рѣшеніе буквенныхъ уравненій первой степени.

Изъ приведенныхъ въ предыдущемъ параграфѣ примѣровъ можно было вывести общія замѣчанія о ходѣ рѣшенія уравненія первой степени. Укажемъ теперь общія правила:

Чтобы найти корень уравненія, нужно произвести слѣдующія дѣйствія:

Освободить уравненіе отъ дробей, помножая обѣ части на наименьшее кратное всѣхъ знаменателей.

Раскрыть всѣ скобки.

Перенести члены, содержащіе неизвѣстную букву, въ одну часть, а извѣстныя въ другую.

Сдѣлать въ обѣихъ частяхъ приведеніе подобныхъ членовъ, а въ буквенныхъ уравненіяхъ вывести x за скобку.

Освободить неизвѣстную букву отъ ея коэффиціента, раздѣливъ обѣ части на этотъ коэффиціентъ.

Слѣдуетъ, однако, замѣтить, что этими правилами нужно руководиться только въ общихъ чертахъ и въ практикѣ не упускать случая пользоваться особыми упрощеніями вычисленій, которыя могутъ иногда обнаруживаться при внимательномъ разсмотрѣніи преобразуемаго уравненія.

151. $x+a=b$ 151. $x-a=b$ **152.** $a-x=b$ 152. $b-x=a$

153. $mx=n$ 153. $nx=m$ **154.** $\frac{x}{n}=m$ 154. $\frac{x}{m}=n$

155. $ax+bx=c$ 155. $ax-bx=c$ **156.** $\frac{x}{a}+b=c$ 156. $\frac{x}{a}-b=c$

157. $m(x+n)=p$ 157. $n(x-m)=p$

158. $mx-p=nx$ 158. $nx=p-mx$

159. $\frac{ay}{b}=c$ 159. $\frac{by}{a}=c$ **160.** $z+\frac{z}{b}=c$ 160. $\frac{z}{c}-z=b$

161. $y-\frac{ny}{m}=q$ 161. $\frac{my}{n}+y=q$ **162.** $\frac{nz}{p}+\frac{nz}{pq}=r$ 162. $\frac{pz}{nq}-\frac{pz}{n}=r$

163. $ax+b=cx+d$ 163. $ax-b=-cx+d$

164. $mx-p=nx+q$ 164. $mx+p=q-nx$

165. $\frac{py}{q}-\frac{qy}{p}=a$ 165. $\frac{qy}{p}+\frac{py}{q}=\frac{1}{a}$

166. $\frac{p+z}{q}+q=\frac{q+z}{q}+m$ 166. $\frac{z-p}{p}-q=\frac{z-q}{q}-m$

167. $abc-a^2x=ax-a^2b$ 167. $bx-b^2c=abx-ab^2$

168. $(b+1)x+ab=b(a+x)+a$ 168. $ab-b(x+1)+x=b(a-x)$

169. $(p-y)(q+y)=p^2-y^2$ 169. $(y-q)(y-p)=y^2-q^2$

170. $(p+z)(p-z)=2p(p+z)-z^2$ 170. $2p^2-(p-z)^2=-(2p+z)^2$

171. $\frac{a+bx}{a+b}=\frac{c+dx}{c+d}$ 171. $\frac{a+bx}{a+b}=\frac{c-dx}{c-d}$

172. $\frac{a-bx}{a+2b}=\frac{c-dx}{c+2d}$ 172. $\frac{a+bx}{a-2b}=\frac{c+dx}{c-2d}$

173. $2ac-(b+c)x=(c-b)x+2bx$

173. $2ac+(b-c)x=(c+b)x+2ax$

174. $(a+c)^2x-c^3=(a^2-c^2)c+c^2x$

174. $(a-c)^2x+a^3=(a^2-c^2)a+a^2x$

175. $\frac{x}{a}+\frac{x}{b}+\frac{x}{c}=\frac{d}{ab}$ 175. $\frac{x}{a}-\frac{x}{c}-\frac{x}{d}=\frac{b}{cd}$

176. $\frac{ax}{c}+\frac{cx}{a}+2x=a^3+c^3$ 176. $\frac{ax}{c}+\frac{cx}{a}-2x=a^3-c^3$

177. $y(y+m)+y(y+n)-2(y+m)(y+n)=0$

177. $y(y-m)+y(y+n)-2(y-m)(y+n)=0$

178. $(3m-y)(m-n)+2my=4n(m+y)$

178. $(3m+y)(m+n)+2my=4n(m-y)$

179. $p^2-4pz+z^2+(z+2q)^2-2(z-2n)^2=0$

179. $3(z+3p)^2-2z^2+12qz-18q^2-(z+3n)^2=0$

180. $(z+3p)(z-3q)+3(z-3p)(z+3q)=4(z-3p)(z-3q)$

180. $(z-5p)(z+5q)+2(z+5p)(z-5q)=3(z+5p)(z+5q)$.

181. $\frac{x}{b^2}+\frac{x}{a^2}+\frac{x}{ab}=a^3-b^3$ 181. $\frac{x}{a^2}+\frac{x}{b^2}-\frac{x}{ab}=a^3+b^3$

182. $\frac{x}{ab^4}-\frac{3x}{a^2b^3}+\frac{3x}{a^3b^2}+\frac{x}{a^4b}=\frac{1}{b^4}-\frac{1}{a^4}$

182. $\frac{x}{ab^4}-\frac{3x}{a^2b^3}+\frac{3x}{a^3b^2}-\frac{x}{a^4b}=\frac{1}{b^4}-\frac{1}{a^4}$

183. $\frac{5cx}{c-d}-3c=8x$ 183. $\frac{7dx}{c+d}-5x=2d$

184. $\frac{x}{c}+\frac{x}{d-c}=\frac{c}{c+d}$ 184. $\frac{x}{d}-\frac{x}{c+d}=\frac{d}{c-d}$

185. $\frac{x}{c-d}-\frac{5c}{c+d}=\frac{2dx}{c^2-d^2}$ 185. $\frac{4d}{c+d}+\frac{x}{d-c}=\frac{2cx}{d^2-c^2}$

186. $\frac{c-x}{d-c}-\frac{x+c}{c+d}=\frac{2cx}{c^2-d^2}$ 186. $\frac{x-c}{c+d}+\frac{x+c}{d-c}=\frac{2cx}{c^2-d^2}$

187. $\frac{2x+k}{l}+\frac{x-l}{k}=\frac{3kx-(k-l)^2}{kl}$ 187. $\frac{2x+l}{k}-\frac{x+k}{l}=\frac{3lx-(k+l)^2}{kl}$

188. $\frac{kx}{l}+\frac{l-x}{2k}+\frac{k(l-x)}{3l}=k$ 188. $\frac{lx}{k}+\frac{k-x}{2l}-\frac{l(x-k)}{3l}=l$.

189. $\frac{3n(x-m)}{5m}+\frac{x-n^2}{15n}=-\frac{(4m+px)n}{6m}$

189. $\frac{2m(x+n)}{3n}-\frac{x-2m^2}{8m}=-\frac{(3px-11n)m}{12n}$

190. $\frac{n-2x}{3m}-\frac{5m^2}{2n^2}=\frac{x}{m}-2+\frac{m(x-m)}{n^2}$

190. $\frac{m+3x}{6n}-\frac{7n^2}{4m^2}=\frac{x}{3n}+2-\frac{n(x-n)}{m^2}$

191. $a-\frac{y+ac}{b}+\frac{y+bc}{a}=\frac{ab-y}{c}-a$

191. $c-\frac{y-bc}{a}+\frac{y-ab}{b}=\frac{y-ac}{b}-c$

192. $\frac{6a+5b}{6a}-\frac{4by}{3a^2}=1-\frac{by}{a^2+ab}$

192. $\frac{6b+7a}{6b}-\frac{3ay}{2b^2}=1-\frac{ay}{b^2-ab}$

193. $2b^2-\frac{(3c^2-5b^2)az}{bc^3}=\frac{2az}{c}-3b+\frac{5abz}{c^3}$

193. $3a^2b+\frac{(c^2-a^2)b^2z}{ac^2}=3cz+\frac{b^2z}{a}-\frac{a^3b^3}{c^3}$

194. $\frac{c+3z}{4c^2+6cd}-\frac{2z-c}{6cd-9d^2}=\frac{2c+z}{4c^2-9d^2}$

194. $\frac{c-2z}{10cd+25d^2}-\frac{5z+c}{4c^2-10cd}=\frac{2c+3z}{25d^4-4c^2}$

195. $\frac{u+l}{k+l}+\frac{u-l}{k-l}=\frac{1}{k+l}-\frac{u-l}{k^2-l^2}+\frac{2u}{k}$ *)

195. $\frac{u+l}{k+l}+\frac{u-l}{k-l}=\frac{1}{k-l}-\frac{u+l}{k^2-l^2}+\frac{2u}{k}$

196. $\frac{u}{k}(3kl+1)=\frac{3kl}{k+1}+\frac{(2k+1)u}{k^3+2k^2+k}+\frac{k^2}{(k+1)^3}$

196. $\frac{u}{k}(1-3kl)=\frac{(2k+1)u}{k^3+2k^2+k}-\frac{3kl}{k+1}+\frac{k^2}{(k+1)^3}$

197. $\frac{m^2+n^2}{m+n}\cdot\left[2(m+n)-\frac{n^2v}{m+n}\right]=\left[2m+n(\frac{m}{n}-1)^2\right](n-\frac{nv}{m-n})$

197. $\left[2(m-n)-\frac{n^2v}{m-n}\right]\cdot\frac{m^2+n^2}{m-n}=\left[2m-n(\frac{m}{n}+1)^2\right](\frac{nv}{m+n}-n).$

198. $\frac{mn}{m+n}\left[3p+\frac{mn}{(m+n)^2}\right]+\frac{(2m+n)n^2v}{m(m+n)^2}=3pv+\frac{nv}{m}$

198. $\frac{n^2}{m-n}\left[3p-\frac{2n^3}{(m-n)^2}\right]-\frac{(n+2m)n^2v}{(m-n)^2}=\frac{n^2v}{m^2-mn}-\frac{3mp}{n}$

199. $(\frac{p}{1-p^2}+\frac{1}{1-p+p^2-p^3})(1-w)=4-\frac{1-w}{1+p}-\frac{1-w}{1+p^2}-\frac{1-w}{1+p+p^2+p^3}$

199. $(\frac{1}{1+p+p^2+p^3}-\frac{p}{1-p^2})(1+w)=4-\frac{1+w}{1-p}-\frac{1+w}{1+p^2}-\frac{1+w}{1-p+p^2-p^3}$

200. $(w+2pq)(\frac{1}{p+q-r}-\frac{1}{p+q+r})=(2pq-w)(\frac{1}{q+r-p}+\frac{1}{p-q+r})$

200. $(w-2pq)(\frac{1}{p+q+r}-\frac{1}{p+q-r})=(2pq+w)(\frac{1}{p-q+r}-\frac{1}{p-q-r})$

§ 4. Дополнительныя замѣчанія о рѣшеніи уравненій.

Выше было сказано, что обѣ части уравненія можно умножать или дѣлить на одно и то же количество. Говоря это, мы понимаемъ возможность этихъ дѣйствій въ томъ смыслѣ, что, производя ихъ надъ даннымъ уравненіемъ, мы получаемъ новое уравненіе, совмѣстное съ даннымъ. Замѣтимъ теперь, что это указаніе вѣрно только въ томъ случаѣ, когда множитель или дѣлитель есть или явное количество, или хотя и неявное, но не содержитъ въ себѣ той самой неизвѣстной буквы, которая входитъ въ уравненіе. Если дано выраженіе, со-

*) Въ нижеслѣдующихъ задачахъ за неизвѣстныя принимать послѣднія буквы алфавита.

держащее то же неизвѣстное, какъ и въ уравненіи, то, вообще говоря, нельзя ни помножать уравненіе на это выраженіе, ни дѣлить на него. Пояснимъ это на примѣрахъ:

Возьмемъ уравненіе $x=2$, которое очевидно имѣетъ одинъ только корень 2. Если мы умножимъ обѣ части его на x, то новое уравненіе $x^2=2x$ не будетъ уже совмѣстно съ даннымъ, потому что кромѣ прежняго корня 2 оно будетъ имѣть еще корень 0, что обнаруживается и прямо изъ самаго уравненія, а также при рѣшеніи полученнаго уравненія, если замѣнить его уравненіемъ $x^2-2x=0$ и написать послѣднее въ видѣ $x(x-2)=0$.—Подобно этому, умножая данное уравненіе $x=2$ на выраженіе $x-1$, получаемъ новое уравненіе $x^2-x=2x-2$, совмѣстное съ уравненіемъ $(x-1)(x-2)=0$ и имѣющее два корня, прежній 2 и новый 1. Вообще при умноженіи уравненія на выраженіе, содержащее неизвѣстное, въ это уравненіе вводятся посторонніе корни, а именно тѣ, которые обращаютъ множителя въ нуль.

Понятно наоборотъ, что если мы имѣемъ напр. уравненіе $x^2=3x$, котораго корни суть 0 и 3 и сократимъ его на x, то полученное отъ этого сокращенія уравненіе не будетъ совмѣстно съ даннымъ, потому что оно имѣетъ только одинъ корень 3. — Подобно этому, имѣя уравненіе $(x-2)^2=2x-4$, котораго корни суть 2 и 4, и сокративъ обѣ части на $x-2$, мы теряемъ корень 2 и получаемъ уравненіе $x-2=2$, имѣющее только одинъ корень 4. Вообще при сокращеніи обѣихъ частей уравненія на ихъ общаго множителя, содержащаго неизвѣстное, теряются корни уравненія и именно тѣ, которые обращаютъ дѣлителя въ нуль.

Въ курсѣ алгебры доказывается, что уравненіе можно умножать на множителя, содержащаго неизвѣстное, только въ томъ случаѣ, когда этотъ множитель входитъ въ знаменателя дроби, получившейся отъ соединенія всѣхъ дробей, входящихъ въ уравненіе, въ одну дробь, и послѣ окончательнаго сокращенія этой послѣдней. Такъ, если уравненіе имѣетъ видъ $A+\frac{B}{C}=0$, гдѣ A есть совокупность всѣхъ цѣлыхъ членовъ, а $\frac{B}{C}$ есть несократимая дробь, то, умножая на C, получимъ уравненіе $AC+B=0$, совмѣстное съ даннымъ. Въ противномъ случаѣ, если дробь $\frac{B}{C}$ сократима, то необходимо сократить ее раньше уничтоженія ея знаменателя, чтобы не внести въ уравненіе посторонняго ему корня.

Обратно, только тогда можно раздѣлить обѣ части уравненія на выраженіе, содержащее неизвѣстное, когда отъ этого получатся такія дроби, которыя, будучи соединены всѣ въ одной части уравненія,

даютъ въ результатѣ дробь, не сокращающуюся ни на кокого множителя, содержащаго неизвѣстное. Въ противномъ случаѣ нужно при сокращеніи уравненія на дѣлителя, замѣтить тотъ корень, который теряется при этомъ сокращеніи, и считать его въ числѣ корней даннаго уравненія.

Въ нижеслѣдующихъ задачахъ звѣздочкой обозначены тѣ уравненія, при рѣшеніи которыхъ нужно принимать во вниманіе сдѣланныя выше указанія. Остальныя задачи можно рѣшать по обыкновеннымъ правиламъ.

201. $\frac{8}{x}+\frac{2}{5}=\frac{9}{x}-\frac{1}{10}$

202* $7-\frac{2(x-3)}{x}=\frac{30x+x^2}{x^2}$

203. $\frac{10+7x}{6+7x}=\frac{5x+4}{5x}$

204* $\frac{x}{3}-\frac{2x}{3x}=\frac{x^2-5x}{3x-7}$

205. $\frac{5+8x}{3+2x}=\frac{45-8x}{13-2x}$

206. $\frac{3x}{x+2}+\frac{2x}{x+1}=5$

207. $\frac{2+x}{x-1}-\frac{5}{2x-2}=\frac{8}{3x-3}+\frac{5}{18}$

208. $\frac{2x-3}{2x-4}-6=\frac{x+5}{3x-6}-5\frac{1}{2}$

209* $\frac{9}{2(x+4)}+\frac{1}{x-1}=\frac{x+1}{2(x-1)}$

210* $\frac{3x^2+2}{x^2-1}+\frac{2(x-2)}{x+2}=\frac{5(x^2-x-1)}{x^2-1}$

210* $\frac{3x^2+1}{x^2-1}+\frac{x-1}{x-2}=\frac{4(x^2+x-1)}{x^2-1}$

211. $\frac{4x+17}{x+3}+\frac{3x-10}{x-4}=7$

212* $\frac{5+3x}{5+2x}=\frac{7+x}{7-x}$

213. $\frac{2x+1}{2x-1}-\frac{8}{4x^2-1}=\frac{2x-1}{2x+1}$

214* $\frac{x-2}{x+2}+\frac{x+2}{x-2}=\frac{2(x+3)}{x-3}$

215. $\frac{4}{1+x}-\frac{x+1}{x-1}=\frac{x^2-3}{1-x^2}$

216. $\frac{6}{x+2}-\frac{x+2}{x-2}+\frac{x^2}{x^2-4}=0$

217. $\frac{2}{(1+x)^2}-\frac{5}{(1-x)^2}=\frac{3}{1-x^2}$

218. $\frac{3}{(2x+5)^2}+\frac{4}{(2x+1)^2}=\frac{7}{(2x+5)(2x+1)}$

218. $\frac{1}{(3x-1)^2}-\frac{3}{(3x+11)^2}=\frac{2}{(1-3x)(3x+11)}$

201. $\frac{1}{7x}+\frac{3}{x}=\frac{5}{2x}+\frac{9}{28}$

202* $\frac{5}{x}-\frac{15x-7x^2}{4x^2}=\frac{3x-5}{x}$

203. $\frac{6+3x}{2+3x}=\frac{2x+3}{2x}$

204* $\frac{8x}{5x}-\frac{x}{5}=\frac{2x-x^2}{5x+14}$

205. $\frac{47+6x}{11+2x}=\frac{2(8+3x)}{3+2x}$

206. $\frac{2x}{x+2}+\frac{5x}{x+1}=7$

207. $\frac{2+x}{x-4}-\frac{3}{2x-8}=\frac{14}{3x-12}+\frac{5}{6}$

208. $\frac{3x-1}{4x+12}+2=3\frac{1}{3}-\frac{7x+1}{6x+18}$

209* $\frac{5}{x-4}-\frac{3}{2x+2}=\frac{x-2}{2(x+1)}$

211. $\frac{5x-7}{x-2}+\frac{7(x+1)}{x+4}=12.$

212* $\frac{5-3x}{7-x}=\frac{5+2x}{7+x}$

213. $\frac{1-3x}{1+3x}-\frac{1+3x}{1-3x}=\frac{12}{1-9x^2}$

214* $\frac{x-2}{x+2}+\frac{x+2}{x-2}=\frac{2(x-3)}{x+3}$

215. $\frac{x-2}{x+1}-\frac{5}{1-x}=\frac{x^2+17}{x^2-1}$

216. $\frac{3x-1}{x-4}+\frac{2x-1}{x+4}-5=\frac{96}{x^2-16}$

217. $\frac{1}{(3-2x)^2}-\frac{4}{(3+2x)^2}=\frac{3}{9-4x^2}$

219* $\frac{x}{x+1}+\frac{x+1}{x}=\frac{13}{6}$

220* $\frac{3}{2(x^2-1)}-\frac{1}{4(x+1)}=\frac{1}{8}$

221. $\frac{x+a}{2}-\frac{2}{x+a}=\frac{x-a}{2}$

222. $\frac{1}{a-2}-\frac{1}{a-4}=\frac{1}{a-6}-\frac{1}{a-8}$

223. $\frac{1}{c}+\frac{c}{c+y}=\frac{c+y}{cy}$

224. $\frac{c+1}{c+2}-\frac{c+2}{c+3}=\frac{c+4}{c+5}-\frac{c+5}{c+6}$

225. $\frac{y-2a}{y+3a}=3-\frac{2y^2-12a^2}{y^2-9a^2}$

226. $\frac{z}{3c+z}-\frac{z}{z-3c}=\frac{c^2}{9c^2-z^2}$

227. $\frac{3}{k^2+3k+2}+\frac{4}{k^2+5k+6}=\frac{3}{k^2+4k+3}$

227. $\frac{3}{k^2+k-6}+\frac{5}{k^2-k-2}=\frac{5}{k^2+4k+3}$

228. $\frac{2(k^2+2kly-l^2)}{l^4-y^2}=\frac{k^2+y}{l^2-y}-\frac{k^2-y}{l^2+y}$

228. $\frac{2(k^2-6kly-9l^2)}{81l^4-y^2}=\frac{k^2-y}{9l^2+y}-\frac{k^2+y}{9l^2-y}$

229. $\frac{1}{m^2+m-12}+\frac{1}{m^2+9m+20}=\frac{1}{m^2+2m-15}$

229. $\frac{5}{m^2-8m+12}+\frac{1}{m^2-9m+14}=\frac{8}{m^2-13m+42}$

230. $\frac{(m+n)(mnz+nz^2+z^3)}{z^3+nz^2-m^2z-m^2n}=\frac{nz^2}{z^2-m^2}+\frac{mz}{z+n}+\frac{mn}{z-m}$

230. $\frac{(2m-n)(z^3-nz^2-2mnz)}{z^3-nz^2-4m^2z+4m^2n}=\frac{2mz}{z-n}-\frac{nz^2}{z^2-4m^2}-\frac{2mn}{z-2m}$

219* $\frac{x-1}{x}+\frac{x}{x-1}=\frac{13}{6}$

220* $\frac{1}{2(x-1)}+\frac{3}{x^2-1}=\frac{1}{4}$

221. $\frac{x-a}{3}-\frac{3}{x-a}=\frac{x+a}{3}$

222. $\frac{9}{a+2}-\frac{6}{a+3}=\frac{4}{a+1}-\frac{1}{a+4}$

223. $\frac{1}{c}-\frac{c}{c-y}=\frac{y-c}{cy}$

224. $\frac{c-1}{c-2}-\frac{c-2}{c-3}=\frac{c-5}{c-6}-\frac{c-6}{c-7}$

225. $\frac{y+3a}{y-2a}=4+\frac{3y^2-16a^2}{4a^2-y^2}$

226. $\frac{z}{z-5c}-\frac{z}{z+5c}=\frac{c^2}{z^2-25c^2}$

§ 5. Составленіе уравненія съ однимъ неизвѣстнымъ.

Всякая ариѳметическая задача состоитъ въ томъ, что по нѣсколькимъ извѣстнымъ величинамъ и по даннымъ соотношеніямъ между этими извѣстными величинами и другими, неизвѣстными, отыскиваются неизвѣстныя. Алгебра даетъ особый способъ для рѣшенія ариѳметическихъ задачъ. Этотъ способъ основанъ на томъ, что словесно выраженныя условія ариѳметическихъ задачъ могутъ быть переводимы на алгебраическій языкъ, т. е. выражаемы посредствомъ алгебраическихъ формулъ.

Переводъ словесно выраженныхъ условій задачи на алгебраическій языкъ вообще называется составленіемъ формулъ.

Составить по условіямъ задачи уравненіе съ однимъ неизвѣстнымъ значитъ такъ перевести эти условія на алгебраическій языкъ, чтобы вся совокупность этихъ условій выразилась однимъ уравненіемъ, содержащимъ одно неизвѣстное. Для этого необходимо, чтобы число отдѣльныхъ независимыхъ между собою условій задачи было бы равно числу подразумѣваемыхъ въ ней неизвѣстныхъ.

Вслѣдствіе чрезвычайнаго разнообразія задачъ пріемы составленія уравненій, соотвѣтствующихъ этимъ задачамъ, чрезвычайно разнообразны. Общихъ правилъ для составленія уравненій нѣтъ. Но есть одно общее указаніе, которое руководитъ нашимъ разсужденіемъ при переводѣ условій задачи на алгебраическій языкъ и позволяетъ намъ съ самаго начала разсужденія идти вѣрнымъ путемъ къ достиженію окончательной цѣли. Это общее указаніе, или общій принципъ составленія уравненія мы выразимъ слѣдующимъ образомъ:

Чтобы составить по условіямъ задачи уравненіе съ однимъ неизвѣстнымъ, нужно: 1) *выбрать между неизвѣстными*, которыя въ задачѣ или прямо указываются, или подразумѣваются, какое нибудь *одно*, принимаемое за *первое*, и *обозначить* это неизвѣстное какой нибудь *буквой*, напр. x; 2) посредствомъ этого обозначенія и обозначеній, данныхъ въ задачѣ, *выразить всѣ величины*, о которыхъ въ задачѣ прямо говорится, или которыя подразумѣваются, наблюдая, чтобы при составленіи такихъ выраженій постепенно принимались во вниманіе всѣ данныя въ задачѣ числа и всѣ относящіяся къ даннымъ или къ неизвѣстнымъ величинамъ условія; 3) послѣ такого примѣненія всѣхъ условій *разыскать* между составленными или просто записанными выраженіями *два* такихъ, которыя въ силу одного изъ данныхъ условій должны быть *равны* между собою, и *соединить* эти выраженія знакомъ *равенства*.

Примѣнимъ этотъ принципъ къ рѣшенію двухъ задачъ:

Задача 1-я. *Число монетъ въ одномъ кошелькѣ вдвое менѣе, чѣмъ въ другомъ. Если выложить изъ перваго шесть монетъ, а во второй прибавить восемь монетъ, то число монетъ въ первомъ окажется въ семь разъ менѣе, чѣмъ во второмъ. Узнать, сколько монетъ въ каждомъ кошелькѣ?*

Въ этой задачѣ указаны нѣсколько извѣстныхъ и нѣсколько неизвѣстныхъ величинъ. Примемъ за первое неизвѣстное число монетъ перваго кошелька и обозначимъ его черезъ x. Затѣмъ займемся обозначеніемъ всѣхъ величинъ, къ которымъ относятся условія задачи.

Число монетъ перваго кошелька есть x. Отношеніе чиселъ монетъ во второмъ и первомъ кошелькахъ 2. Значитъ число монетъ второго кошелька $2x$. Изъ перваго вынимаютъ 6 монетъ. Поэтому въ первомъ кошелькѣ остается монетъ $x-6$. Во второй прибавляютъ 8 монетъ.

Слѣдовательно, во второмъ кошелькѣ получится монетъ $2x+8$. Новое отношеніе между числами монетъ второго и перваго кошелька есть $\frac{2x+8}{x-6}$. Оно также равно 7. На этомъ основаніи составляемъ уравненіе $\frac{2x+8}{x-6}=7$, рѣшая которое, получимъ $x=10$, послѣ чего нетрудно опредѣлить другія неизвѣстныя, о которыхъ мы здѣсь упоминали.

Если бы мы приняли за первое неизвѣстное число монетъ второго кошелька и обозначили бы его для отличія отъ предыдущаго обозначенія черезъ y, то, какъ легко убѣдиться, получилось бы другое уравненіе, именно $(y+8):(\frac{y}{2}-6)=7$, которое также разрѣшаетъ задачу и даетъ отвѣтъ $y=20$.

Можно было бы принять за первое неизвѣстное число монетъ, оказавшееся въ первомъ кошелькѣ послѣ выкладки изъ него 6 монетъ; тогда, обозначивъ это неизвѣстное черезъ z и идя тѣмъ же путемъ, какимъ мы шли при составленіи перваго уравненія, мы получили бы уравненіе $\frac{2(z+6)+8}{z}=7$, откуда $z=4$.

Но можно было бы измѣнить также самый путь составленія уравненія, напр. тѣмъ, что мы прежде приняли бы во вниманіе измѣненное отношеніе между числами монетъ, а составленіе уравненія основали бы на томъ, что извѣстно о первоначальномъ отношеніи. Въ этомъ случаѣ составленіе уравненія велось бы такъ: Число монетъ перваго кошелька послѣ выкладки есть z. Выложено 6 монетъ. Значитъ первоначальное число монетъ перваго кошелька $z+6$. Измѣненное отношеніе между числами монетъ 7. Поэтому измѣненное число монетъ второго кошелька $7z$. Прибавлено было 8 монетъ. Слѣдовательно, первоначальное число монетъ второго кошелька $7z-8$. Первоначальное отношеніе между числами монетъ есть $\frac{7z-8}{z+6}$. Оно же равно 2. На этомъ основаніи имѣемъ уравненіе $\frac{7z-8}{z+6}=2$, совмѣстное съ предыдущимъ, хотя и отличающееся отъ него по виду.

Если бы, идя этимъ вторымъ путемъ, мы приняли за первое неизвѣстное число монетъ второго кошелька послѣ прибавленія въ него 8 монетъ, то, обозначивъ это неизвѣстное для отличія черезъ u, получили бы уравненіе $(u-8):(\frac{u}{7}+6)=2$, откуда $u=28$.

Эти разъясненія показываютъ, что, руководствуясь однимъ и тѣмъ же общимъ правиломъ для составленія уравненій, мы все-таки получаемъ въ каждой задачѣ разнообразные способы для достиженія этой цѣли. Лучшимъ способомъ считается тотъ, который проще выражаетъ условія задачи и быстрѣе ведетъ какъ къ составленію, такъ и

къ рѣшенію уравненія. Въ данномъ случаѣ первый и третій способы одинаково удобны для рѣшенія уравненія, но первый все-таки проще и потому лучше остальныхъ.

Примѣняя указанное правило составленія уравненій, нужно помнить, что во всякой правильно выраженной задачѣ должно быть принято во вниманіе каждое данное число и каждое изъ выраженныхъ условій.

Задача 2-я. *Изъ города A выходитъ путешественникъ, проходящій въ день по 20 верстъ. Черезъ два дня навстрѣчу ему выходитъ изъ города B другой путешественникъ, который проходитъ ежедневно по 30 верстъ. Разстояніе между A и B равно 190 верстъ. Спрашивается, когда и гдѣ встрѣтятся оба путешественника?*

1-й способъ. Примемъ за первое неизвѣстное время движенія перваго путешественника отъ выхода изъ A до встрѣчи, а за послѣднее условіе то, что разстояніе между A и B равно 190 верстъ. Тогда разсужденіе будемъ вести такъ:

Положимъ, что первый шелъ до встрѣчи x дней. Ежедневно онъ проходилъ по 20 верстъ. Поэтому онъ прошелъ всего $20x$ верстъ. Второй вышелъ позднѣе на 2 дня. Значитъ онъ шелъ до встрѣчи $x-2$ дня. Ежедневно онъ проходилъ по 30 верстъ. Слѣдовательно, онъ прошелъ всего $30(x-2)$ верстъ. Вмѣстѣ оба путешественника прошли $[20x+30(x-2)]$ верстъ. Все разстояніе между A и B равно 190 верстъ. На этомъ основаніи находимъ уравненіе

$$20x+30(x-2)=190,$$

откуда $x=5$. Изъ этого видимъ, что первый путешественникъ шелъ 5 дней и прошелъ 100 верстъ, второй шелъ 3 дня и прошелъ 90 верстъ.

2-й способъ. Примемъ за первое неизвѣстное разстояніе, пройденное первымъ путешественникомъ отъ выхода до встрѣчи, и за послѣднее условіе то, что второй путешественникъ вышелъ позднѣе перваго на 2 дня. Тогда разсужденіе поведется такъ:

Полагаемъ, что первый прошелъ до встрѣчи y верстъ. Ежедневно онъ проходилъ по 20 верстъ. Поэтому онъ шелъ всего $\frac{y}{20}$ дней. Второй прошелъ всего $(190-y)$ верстъ. Ежедневно онъ проходилъ по 30 верстъ. Значитъ онъ шелъ всего $\frac{190-y}{30}$ дней. Разность между временами движенія обоихъ есть $\frac{y}{20}-\frac{190-y}{30}$ и равна 2. Слѣдовательно, находимъ уравненіе $\frac{y}{20}-\frac{190-y}{30}=2$, откуда $y=100$.

3-й способъ. Первое неизвѣстное есть время движенія второго путешественника отъ выхода изъ B до встрѣчи, послѣднее условіе то, что первый путешественникъ проходитъ ежедневно по 20 верстъ.

Положимъ, что второй идетъ до встрѣчи z дней. Значитъ первый пройдетъ $(z+2)$ дня. Проходя ежедневно по 30 верстъ, второй пройдетъ всего $30z$ верстъ. Такъ какъ обоимъ нужно пройти 190 верстъ, то первому останется сдѣлать $(190-30z)$ верстъ. Для этого онъ долженъ дѣлать ежедневно по $\frac{190-30z}{z+2}$ верстъ. Такъ какъ это выраженіе равно 20, то получается уравненіе $\frac{190-30z}{z+2}=20$, откуда $z=3$.

4-й способъ. Первое неизвѣстное есть разстояніе, пройденное вторымъ путешественникомъ до встрѣчи, послѣднее условіе то, что второй проходитъ ежедневно 10-ю верстами болѣе перваго.

Полагаемъ, что второй прошелъ до встрѣчи u верстъ. Значитъ первому оставалось еще пройти $(190-u)$ верстъ. Такъ какъ до выхода второго онъ уже прошелъ 40 верстъ, то послѣ выхода второго ему оставалось еще пройти $(150-u)$ верстъ. Разность разстояній, проходимыхъ одновременно обоими, есть $(2u-150)$ верстъ. Время ихъ общаго движенія есть $\frac{u}{30}$ дней. Слѣдовательно, второй въ день проходитъ больше перваго на $(2u-150):\frac{u}{30}$ верстъ. Такъ какъ это выраженіе равно 10, то получается уравненіе $(2u-150):\frac{u}{30}=10$, которое даетъ $u=90$.

Предыдущія объясненія показываютъ, что разнообразіе способовъ для составленія уравненій въ одной и той же задачѣ зависитъ какъ отъ порядка послѣдовательно обозначаемыхъ величинъ, такъ и отъ порядка послѣдовательно принимаемыхъ во вниманіе условій.

231. Два лица имѣютъ вмѣстѣ 38 рублей, при чемъ у перваго 6-ю рублями больше денегъ, чѣмъ у второго. Сколько денегъ у каждаго?

231. Два лица имѣютъ вмѣстѣ 114 рублей, при чемъ у перваго 18-ю рублями больше денегъ, чѣмъ у второго. Сколько денегъ у каждаго?

232. Въ одномъ домѣ оконъ на 15 меньше, чѣмъ въ другомъ; всего же въ обоихъ домахъ 51 окно. Сколько оконъ въ каждомъ?

232. Въ одномъ домѣ оконъ на 6 меньше, чѣмъ въ другомъ; всего же въ обоихъ домахъ 62 окна. Сколько оконъ въ каждомъ?

233. Въ двухъ кошелькахъ находится 81 рубль. Въ первомъ денегъ вдвое меньше, чѣмъ во второмъ. Сколько денегъ въ каждомъ?

233. Въ двухъ кошелькахъ находится 72 рубля. Въ первомъ денегъ въ пять разъ меньше, чѣмъ во второмъ. Сколько денегъ въ каждомъ?

234. Отецъ старше сына втрое, а сумма лѣтъ обоихъ ихъ равна 48 годамъ. Опредѣлить возрастъ обоихъ.

234. Отецъ старше сына вдвое, а сумма лѣтъ обоихъ равна 63 годамъ. Опредѣлить возрастъ обоихъ.

235. Сынъ моложе отца вчетверо, а разность ихъ лѣтъ равна 27 годамъ. Сколько лѣтъ каждому?

235. Сынъ моложе отца впятеро, а разность ихъ лѣтъ составляетъ 33 года. Сколько лѣтъ каждому?

236. Въ трехъ корзинахъ находится 47 яблокъ, при чемъ въ первой и во второй поровну, а въ третьей на 2 яблока больше, чѣмъ въ каждой изъ остальныхъ. Сколько яблокъ въ каждой корзинѣ?

236. Въ трехъ корзинахъ находится 110 яблокъ, при чемъ въ первой и въ третьей поровну, а во второй на 4 яблока меньше, чѣмъ въ каждой изъ остальныхъ. Сколько яблокъ въ каждой корзинѣ?

237. Три куска серебра вѣсятъ вмѣстѣ 48 фунтовъ.. Первый тяжелѣе второго на 12 ф., а третій тяжелѣе перваго на 9 фунтовъ. Сколько вѣситъ каждый кусокъ?

237. Три куска серебра вѣсятъ вмѣстѣ 33 ф.. Первый легче второго на 5 фунтовъ, а третій легче перваго на 2 фунта. Сколько вѣситъ каждый кусокъ?

238. Сынъ моложе отца на 20 лѣтъ и старше дочери на 5 лѣтъ. Сумма лѣтъ всѣхъ троихъ равна 60 годамъ. Сколько лѣтъ каждому?

238. Мать старше сына на 21 годъ и моложе отца на 7 лѣтъ. Сумма лѣтъ всѣхъ троихъ равна 64 годамъ. Сколько лѣтъ каждому?

239. На трехъ полкахъ лежитъ всего 66 книгъ, при чемъ на нижней втрое больше, а на средней вдвое больше, чѣмъ на верхней. Сколько книгъ на каждой полкѣ?

239. На трехъ полкахъ лежитъ всего 60 книгъ, при чемъ на нижней въ шесть разъ больше, а на верхней въ пять разъ больше, чѣмъ на средней. Сколько книгъ на каждой полкѣ?

240. Лѣсъ, садъ и лугъ стоятъ вмѣстѣ 10800 р.. Лугъ дороже сада въ 2 раза, а лѣсъ дороже луга въ три раза. Что стоитъ каждый изъ нихъ отдѣльно?

240. Лѣсъ, садъ и лугъ стоятъ вмѣстѣ 17600 р.. Лѣсъ дороже сада въ 3 раза, а лугъ дороже лѣса въ 4 раза. Что стоитъ каждый изъ нихъ отдѣльно?

241. Раздѣлить число 21 на двѣ части такъ, чтобы кратное отношеніе первой части ко второй равнялось дроби $\frac{3}{4}$.

241. Раздѣлить число 48 на двѣ части такъ, чтобы кратное отношеніе второй части къ первой равнялось дроби $\frac{5}{3}$.

242. Раздѣлить число 88 на такія двѣ части, чтобы частныя отъ дѣленія первой части на 5, а второй на 6 были равны.

242. Раздѣлить число 55 на такія двѣ части, чтобы частныя отъ дѣленія первой части на 7, а второй на 4 были равны.

243. Сумма двухъ чиселъ 85, а разность ихъ 15. Найти оба числа.

243. Сумма двухъ чиселъ 72, а разность ихъ 8. Найти оба числа.

244. Разность двухъ чиселъ 8, а кратное отношеніе ихъ равно дроби $\frac{3}{2}$. Найти эти числа.

244. Разность двухъ чиселъ 12, а кратное отношеніе ихъ равно дроби $\frac{5}{3}$. Найти эти числа.

245. Раздѣлить число 46 на двѣ части такъ, чтобы разность частныхъ отъ дѣленія первой части на 3 и второй на 7 равнялась 2.

245. Раздѣлить число 59 на двѣ части такъ, чтобы разность частныхъ отъ дѣленія первой части на 3 и второй на 5 равнялась 1.

246. Раздѣлить число 75 на двѣ части такъ, чтобы большая часть превышала втрое разность между обѣими частями.

246. Раздѣлить число 56 на двѣ части такъ, чтобы меньшая часть превышала втрое разность между обѣими частями.

247. Сумма двухъ чиселъ 64. При дѣленіи большаго числа на меньшее получается въ частномъ 3 и въ остаткѣ 4. Найти эти числа.

247. Сумма двухъ чиселъ 45. При дѣленіи большаго числа на меньшее получается въ частномъ 5 и въ остаткѣ 3. Найти эти числа.

248. Разность двухъ чиселъ 35. При дѣленіи большаго числа на меньшее получается въ частномъ 4 и въ остаткѣ 2. Найти эти числа.

248. Разность двухъ чиселъ 23. При дѣленіи большаго числа на меньшее получается въ частномъ 2 и въ остаткѣ 11. Найти эти числа.

249. Одно изъ неизвѣстныхъ двухъ чиселъ больше другого на 5. Если раздѣлить меньшее число на 4, а большее на 3, то первое частное будетъ 4-мя меньше второго. Найти оба числа.

249. Одно изъ двухъ неизвѣстныхъ чиселъ больше другого на 15. Если раздѣлить большее число на 9, а меньшее на 2, то первое частное будетъ 3-мя меньше второго. Найти оба числа.

250. Одно изъ двухъ неизвѣстныхъ чиселъ меньше другого на 6. Если раздѣлить большее число пополамъ, то полученное частное будетъ тремя единицами меньше другого числа. Найти оба числа.

250. Одно изъ двухъ неизвѣстныхъ чиселъ меньше другого на 18. Если раздѣлить большее число на три, то полученное частное будетъ двумя единицами больше другого числа. Найти оба числа.

251. Въ одномъ резервуарѣ вдвое больше воды, чѣмъ въ другомъ; если же перелить изъ перваго во второй 16 ведеръ, то въ обоихъ окажется воды поровну. Сколько воды въ каждомъ?

251. Въ одномъ резервуарѣ втрое больше воды, чѣмъ въ другомъ; если же перелить изъ перваго во второй 22 ведра, то въ обоихъ окажется воды поровну. Сколько воды въ каждомъ?

252. На рынкѣ у двухъ торговокъ имѣется всего 220 яицъ; если бы вторая изъ нихъ отдала первой 14 яицъ, то число яицъ у каждой изъ нихъ оказалось бы одинаковымъ. Сколько яицъ у каждой?

252. На рынкѣ у двухъ торговокъ имѣется всего 186 яицъ; если бы вторая изъ нихъ отдала первой 10 яицъ, то число яицъ у каждой изъ нихъ оказалось бы одинаковымъ. Сколько яицъ у каждой?

253. Нѣкто имѣетъ въ правомъ карманѣ въ 4 раза болѣе рублей, чѣмъ въ лѣвомъ; если же онъ переложитъ изъ праваго кармана въ лѣвый 6 р., то въ правомъ окажется денегъ только въ 3 раза болѣе, чѣмъ въ лѣвомъ. Сколько денегъ въ каждомъ карманѣ?

253. Нѣкто имѣетъ въ правомъ карманѣ въ 3 раза болѣе рублей, чѣмъ въ лѣвомъ; если же переложить изъ лѣваго кармана въ правый 5 рублей, то въ правомъ окажется денегъ въ пять разъ болѣе, чѣмъ въ лѣвомъ. Сколько денегъ въ каждомъ карманѣ?

254. При расчетѣ на фабрикѣ двухъ рабочихъ первый изъ нихъ получилъ за работу 12 рублями больше второго, и ему же послѣ этого второй работникъ уплатилъ 2 руб. долгу. Оказалось, что первый понесъ домой денегъ втрое больше, чѣмъ второй. Сколько заработалъ каждый?

254. При расчетѣ на фабрикѣ двухъ рабочихъ первый изъ нихъ получилъ за работу 20 рублями меньше второго, но при этомъ второй работникъ возвратилъ ему 2 р. долгу. Оказалось, что первый понесъ домой денегъ вдвое меньше второго. Сколько заработалъ каждый?

255. У одного мальчика 30 копѣекъ, у другого 11 коп.. Сколько разъ имъ слѣдуетъ дать по одной копѣйкѣ, чтобы у перваго оказалось денегъ вдвое больше, чѣмъ у второго?

255. У одного мальчика 48 копѣекъ, у другого 22 коп.. Сколько разъ они должны истратить по одной копѣйкѣ, чтобы у перваго оказалось втрое больше денегъ, чѣмъ у второго?

256. Отцу 40 лѣтъ, а сыну 12 лѣтъ. Сколько лѣтъ тому назадъ отецъ былъ впятеро старше сына?

256. Отцу 49 лѣтъ, а сыну 11 лѣтъ. Черезъ сколько лѣтъ отецъ будетъ втрое старше сына?

257. Одинъ помѣщикъ имѣетъ овецъ вчетверо больше, чѣмъ другой. Если бы оба прикупили по 9 овецъ, то у перваго было бы овецъ втрое больше, чѣмъ у второго. Сколько овецъ у каждаго?

257. Одинъ помѣщикъ имѣетъ овецъ втрое меньше, чѣмъ другой. Если бы оба продали по 10 овецъ, то у перваго оказалось бы овецъ впятеро меньше, чѣмъ у второго. Сколько овецъ у каждаго?

258. Отецъ на 39 лѣтъ старше сына, а черезъ 7 лѣтъ будетъ старше сына въ 4 раза. Сколько лѣтъ тому и другому?

258. Отцу и сыну вмѣстѣ 88 лѣтъ, а 8 лѣтъ тому назадъ отецъ былъ старше сына въ 7 разъ. Сколько лѣтъ тому и другому?

259. Въ одномъ резервуарѣ 48 ведеръ, а въ другомъ 22 ведра воды. Изъ перваго отлили воды вдвое больше, чѣмъ изъ второго, и тогда въ первомъ осталось втрое больше воды, чѣмъ во второмъ. Сколько ведеръ вылито изъ каждаго?

259. Въ одномъ резервуарѣ 42 ведра, а въ другомъ 8 ведеръ воды. Въ первый прилито было воды втрое больше, чѣмъ во второй, и тогда оказалось въ первомъ въ четыре раза больше воды, чѣмъ во второмъ. Сколько ведеръ прилито въ каждый?

260. Два лица, играя отдѣльно въ карты, имѣли при началѣ игры— первый 72 рубля, второй 21 рубль. Первый проигралъ втрое больше того, сколько второй выигралъ. Послѣ игры оказалось у перваго вдвое больше денегъ, чѣмъ у второго. Сколько выигралъ второй и проигралъ первый?

260. Два лица, играя отдѣльно въ карты, имѣли при началѣ игры— первый 25 рублей, второй 12 рублей. Первый выигралъ вдвое больше того, сколько второй проигралъ. Послѣ игры оказалось у перваго впятеро больше денегъ, чѣмъ у второго. Сколько проигралъ второй и выигралъ первый?

261. Разнощикъ продалъ въ первый разъ часть $\frac{2}{7}$ числа бывшихъ у него яблокъ, во второй разъ $\frac{3}{5}$ того же числа; тогда у него осталось всего 8 яблокъ. Сколько у него было яблокъ?

261. Разнощикъ продалъ въ первый разъ $\frac{1}{9}$ числа бывшихъ у него яблокъ, во второй разъ $\frac{5}{6}$ того же числа; тогда у него осталось всего 4 яблока. Сколько у него было яблокъ?

262. Изъ резервуара съ водой отлита была сначала треть всего количества воды, затѣмъ $\frac{5}{6}$ остатка и тогда осталось только 6 ведеръ. Сколько было воды въ резервуарѣ?

262. Изъ резервуара съ водой отлита была сначала часть $\frac{3}{5}$ всего количества, затѣмъ $\frac{3}{4}$ остатка и тогда осталось только 5 ведеръ. Сколько воды было въ резервуарѣ?

263. Въ одномъ обществѣ было 40 человѣкъ мужчинъ, женщинъ и дѣтей. Число женщинъ составляло $\frac{3}{5}$ числа мужчинъ, а число дѣтей составляло $\frac{2}{3}$ числа мужчинъ и женщинъ вмѣстѣ. Сколько было мужчинъ, женщинъ и дѣтей?

263. Въ одномъ обществѣ было 72 человѣка мужчинъ, женщинъ и дѣтей. Число мужчинъ составляло $\frac{2}{3}$ числа женщинъ, а число дѣтей составляло $\frac{4}{5}$ числа мужчинъ и женщинъ вмѣстѣ. Сколько было мужчинъ, женщинъ и дѣтей?

264. За 30 аршинъ сукна двухъ сортовъ заплачено всего 128 рублей; аршинъ перваго сорта стоитъ $4^1/_2$ р., а аршинъ второго 4 р.. Сколько куплено аршинъ того и другого сорта?

264. За 27 аршинъ сукна двухъ сортовъ заплачено всего 120 р.; аршинъ перваго сорта стоитъ 5 руб.; аршинъ второго 3 р. 75 к.. Сколько куплено аршинъ того и другого сорта?

265. Чайный торговецъ продалъ 38 фунтовъ чаю двухъ сортовъ, цѣною по 3 р. за фунтъ перваго сорта и по 1 р. 60 к. за фунтъ второго сорта, и выручилъ при этомъ за весь первый сортъ 22-мя рублями больше, чѣмъ за второй. Сколько продано чаю того и другого сорта?

265. Чайный торговецъ продалъ 110 фунтовъ чаю двухъ сортовъ, цѣною по $4^1/_2$ р. за фунтъ перваго сорта и по 2 р. 25 к. за фунтъ второго сорта, и выручилъ при этомъ за первый сортъ 45-ю рублями меньше, чѣмъ за второй. Сколько продано чаю того и другого сорта?

266. Подрядчикъ нанялъ работника съ условіемъ платить ему 90 коп. за каждый рабочій день и вычитать съ него 40 коп. за каждый нерабочій день. По прошествіи 12 дней рабочій получилъ 6 р. 90 к.. Сколько дней онъ работалъ?

266. Подрядчикъ нанялъ работника съ условіемъ платить ему по 80 к. за каждый рабочій день и вычитать съ него 50 коп. за каждый нерабочій день. По прошествіи 50 дней рабочій получилъ 21 р. 80 к.. Сколько дней онъ прогулялъ?

267. *A* и *B* играютъ на билліардѣ съ условіемъ, что выигравшій партію получаетъ съ проигравшаго 75 к.; послѣ 20 партій оказалось, что *B* выигралъ всего 4 р. 50 к.. Сколько партій онъ выигралъ?

267. *A* и *B* играютъ на билліардѣ съ условіемъ, что выигравшій партію получаетъ съ проигравшаго 50 к.; послѣ 12 партій оказалось, что *A* выигралъ всего 2 р.. Сколько партій онъ проигралъ?

268. Два курьера выѣхали одновременно изъ двухъ городовъ, находящихся на разстояніи 300 верстъ, и ѣдутъ навстрѣчу одинъ другому. Первый проѣзжаетъ въ часъ 12 верстъ, второй 13 верстъ. Когда они встрѣтятся?

268. Два курьера выѣхали одновременно изъ двухъ городовъ, находящихся на разстояніи 280 верстъ, и ѣдутъ навстрѣчу одинъ дру-

тому. Первый проѣзжаетъ въ часъ 11 верстъ, второй 17 верстъ. Когда они встрѣтятся?

269. Съ двухъ станцій желѣзной дороги, находящихся въ разстояніи 77 верстъ, выходятъ одновременно два поѣзда и идутъ по одному направленію со скоростями $31^1/_2$ верстъ и $18^2/_3$ верстъ въ часъ, при чемъ первый идетъ за вторымъ. Когда онъ догонитъ?

269. Съ двухъ станцій желѣзной дороги, находящихся въ разстояніи 38 верстъ, выходятъ одновременно два поѣзда и идутъ по одному направленію со скоростями $25^1/_4$ верстъ и $20^1/_2$ верстъ въ часъ, при чемъ первый идетъ за вторымъ. Когда онъ догонитъ?

270. Со станціи въ 12 ч. дня выходитъ пассажирскій поѣздъ, дѣлающій по 32 в. въ часъ. Черезъ 45 минутъ съ той же станціи выходитъ курьерскій поѣздъ, дѣлающій по 42 в. въ часъ. Въ которомъ часу курьерскій поѣздъ догонитъ пассажирскій?

270. Со станціи въ 9 часовъ утра выходитъ пассажирскій поѣздъ, дѣлающій по 28 в. въ часъ. Черезъ часъ съ четвертью съ той же станціи выходитъ курьерскій поѣздъ, дѣлающій по 40 в. въ часъ. Въ которомъ часу курьерскій поѣздъ догонитъ пассажирскій?

271. Какой капиталъ нужно отдать въ ростъ по 6%, чтобы черезъ 1 годъ 2 мѣсяца получить прибыли 224 р.?

271. Какой капиталъ нужно отдать въ ростъ по 8%, чтобы въ 7 мѣсяцевъ получить прибыли 182 р.?

272. По сколько процентовъ нужно отдать въ ростъ капиталъ 4400 руб., чтобы черезъ 1 годъ 5 мѣсяцевъ получить прибыли 280 р. 50 к.?

272. По сколько процентовъ нужно отдать въ ростъ капиталъ 1800 р., чтобы черезъ 11 мѣсяцевъ получить прибыли 93 р. 50 к.?

273. Купецъ, продавъ товаръ за 299 р., выручилъ 15% прибыли. Что стоитъ товаръ ему самому?

273. Купецъ, продавъ товаръ за 161 р., получилъ $7^1/_3$% прибыли. Что стоитъ товаръ ему самому?

274. При продажѣ товара на сумму 429 р. получено убытку $2^1/_2$%. Что стоитъ товаръ?

274. При продажѣ товара на сумму 366 р. получено убытку $8^1/_2$%. Что стоитъ товаръ?

275. По векселю за 10 мѣсяцевъ до срока было уплачено 1120 р., при коммерческомъ учетѣ по 8%. Найти валюту векселя.

275. По векселю за 1 годъ 3 мѣсяца до срока было уплачено 839 р. 50 коп. при коммерческомъ учетѣ по 7%. Найти валюту векселя.

276. Бассейнъ наполняется одной трубой въ 3 часа, другой въ 5 часовъ. Во сколько времени наполнится онъ, если открыть одновременно обѣ трубы?

276. Бассейнъ наполняется одной трубой въ $7^1/_2$ часовъ, другой въ 5 часовъ. Во сколько времени наполнится онъ, если открыть одновременно обѣ трубы?

277. Бассейнъ наполняется одной трубой въ 4 часа, а черезъ другую можетъ весь вытечь въ 6 часовъ. Во сколько времени наполнится бассейнъ при одновременномъ дѣйствіи обѣихъ трубъ?

277. Бассейнъ наполняется одной трубой въ $2^1/_3$ часа, а черезъ другую можетъ весь вытечь въ 2 ч. 48 м.. Во сколько времени наполнится бассейнъ при одновременномъ дѣйствіи обѣихъ трубъ?

278. Два работника вмѣстѣ кончаютъ работу въ 3 часа 36 мин., одинъ первый можетъ ее исполнить въ 6 часовъ. Во сколько времени сдѣлаетъ ту же работу второй?

278. Два работника вмѣстѣ кончаютъ работу въ 12 часовъ; одинъ первый можетъ ее исполнить въ 20 часовъ. Во сколько времени сдѣлаетъ ту же работу второй?

279. Въ бассейнъ проведены три трубы; черезъ первыя двѣ вода вливается, черезъ третью вытекаетъ. Черезъ первую трубу бассейнъ можетъ наполниться въ 3 часа, черезъ вторую въ 2 часа, а черезъ третью вся вода можетъ вытечь изъ бассейна въ 6 часовъ. Во сколько времени бассейнъ наполнится, если открыть всѣ три трубы?

279. Въ бассейнъ проведены три трубы; черезъ первыя двѣ вода вливается, черезъ третью вытекаетъ. Черезъ первую трубу бассейнъ можетъ наполниться въ 2 часа, черезъ вторую въ 5 часовъ, а черезъ третью вся вода можетъ вытечь изъ бассейна въ 10 часовъ. Во сколько времени бассейнъ наполнится, если открыть всѣ три трубы?

280. Изъ трехъ трубъ, проведенныхъ въ бассейнъ, первая наполняетъ его въ 5 часовъ, вторая наполняетъ въ 15 часовъ, а черезъ третью весь бассейнъ вытекаетъ въ 3 часа. Во сколько времени полный бассейнъ вытечетъ при одновременномъ дѣйствіи всѣхъ трубъ?

280. Изъ трехъ трубъ, проведенныхъ въ бассейнъ, первая наполняетъ его въ 6 часовъ, вторая наполняетъ въ 18 часовъ, а черезъ третью весь бассейнъ вытекаетъ въ 3 часа. Во сколько времени полный бассейнъ вытечетъ при одновременномъ дѣйствіи всѣхъ трубъ?

281. Поѣздъ желѣзной дороги идетъ изъ A въ B со средней скоростью 30 верстъ въ часъ, затѣмъ возвращается изъ B въ A со скоростью 28 верстъ въ часъ. Весь проѣздъ туда и обратно онъ дѣлаетъ въ $14^1/_2$ часовъ. Сколько верстъ отъ A до B?

281. Поѣздъ желѣзной дороги идетъ изъ A въ B со средней скоростью 24 версты въ часъ, затѣмъ возвращается изъ B въ A со скоростью 30 верстъ въ часъ. Весь проѣздъ туда и обратно онъ дѣлаетъ въ $11^1/_4$ часовъ. Сколько верстъ отъ A до B?

282. Изъ A въ B вышелъ поѣздъ, проходящій въ часъ 20 верстъ. Черезъ 8 часовъ выходитъ поѣздъ изъ B въ A, проходящій 30 в. въ часъ. Разстояніе AB равно 350 в.. На какомъ разстояніи отъ A поѣзда встрѣтятся?

282. Изъ A въ B вышелъ поѣздъ, проходящій въ часъ 24 версты. Черезъ 5 часовъ выходитъ поѣздъ изъ B въ A, проходящій 28 в. въ часъ. Разстояніе AB равно 380 в.. На какомъ разстояніи отъ B поѣзда встрѣтятся?

283. Сумма трехъ чиселъ равна 70. Второе число при дѣленіи на первое даетъ въ частномъ 2 и въ остаткѣ 1, третье при дѣленіи на второе даетъ въ частномъ 3 и въ остаткѣ 3. Найти эти числа?

283. Сумма трехъ чиселъ равна 60. Второе число при дѣленіи на первое даетъ въ частномъ 3 и въ остаткѣ 2, третье при дѣленіи на второе даетъ въ частномъ 2 и въ остаткѣ 4. Найти числа.

284. Найти число, которое при дѣленіи на 5 даетъ въ остаткѣ 2, а при дѣленіи на 8 даетъ въ остаткѣ 5, зная притомъ, что первое частное тремя больше второго?

284. Найти число, которое при дѣленіи на 7 даетъ въ остаткѣ 2, а при дѣленіи на 9 даетъ въ остаткѣ 4, зная притомъ, что первое частное двумя больше второго.

285. Нѣкто, желая раздать имѣвшіяся при немъ деньги нищимъ, разсчиталъ, что, если каждому дать по 15 копѣекъ, то у него не хватитъ 10 коп., а если каждому дать по 13 коп., то останется 6 к. лишнихъ. Сколько было нищихъ и сколько денегъ?

285. Нѣкто, желая раздать имѣвшіяся при немъ деньги нищимъ, разсчиталъ, что, если каждому дать по 8 коп., то останется 4 коп. лишнихъ, а если каждому дать по 9 коп., то не хватитъ 2 коп.. Сколько было нищихъ и сколько денегъ?

286. Инженеръ размѣщаетъ телеграфные столбы на нѣкоторомъ разстояніи. Если бы онъ поставилъ ихъ на разстояніи 25 саженъ одинъ отъ другого, то надо было бы сдѣлать еще 150 столбовъ, а если бы онъ увеличилъ разстояніе между столбами на 5 саженъ, то 70 столбовъ оказались бы лишними. Какъ велико разстояніе и сколько изготовлено столбовъ?

286. Инженеръ размѣщаетъ телеграфные столбы на нѣкоторомъ разстояніи. Если бы онъ поставилъ ихъ на разстояніи 30 саженъ одинъ отъ другого, то у него осталось бы лишнихъ 100 столбовъ, а если бы онъ уменьшилъ разстояніе столбовъ на 4 сажени, то надо было бы сдѣлать еще 180 столбовъ. Какъ велико разстояніе и сколько изготовлено столбовъ?

287. Нѣкто при наймѣ слуги обѣщалъ ему за годъ службы уплатить деньгами 144 руб. и дать одежду. Слуга разсчелся черезъ 7

мѣсяцевъ и получилъ въ уплату одежду и 54 рубля. Что стоила одежда?

287. Нѣкто при наймѣ слуги обѣщалъ ему за 7 мѣсяцевъ службы уплатить деньгами 75 рублей и дать одежду. Слуга разсчелся черезъ 5 мѣсяцевъ и получилъ въ уплату одежду и 45 рублей. Что стоитъ одежда?

288. Заплачено за 46 пудовъ сахару на 195 руб. болѣе, чѣмъ за 73 фунта чаю; 9 пудовъ сахару стоятъ на 30 рублей дешевле, чѣмъ 37 фунтовъ чаю. Что стоитъ фунтъ чаю и пудъ сахару?

288. Заплачено за 21 фунтъ чаю на 238 рублей менѣе, чѣмъ за 40 пудовъ сахару; 15 фунтовъ чаю стоятъ на 2 руб. дороже, чѣмъ 4 пуда сахару. Что стоитъ фунтъ чаю и пудъ сахару?

289. Помѣщикъ нанялъ двухъ крестьянъ за одинаковую поденную плату. Одному изъ нихъ за 40 дней онъ отдалъ 7 р. 50 к. деньгами и $3^1/_2$ четверти овса, другому за 24 дня 4 руб. 80 к. деньгами и 2 четверти овса. Что стоитъ четверть овса?

289. Помѣщикъ нанялъ двухъ крестьянъ за одинаковую поденную плату. Одному изъ нихъ за 56 дней онъ отдалъ 14 р. деньгами и 8 четвертей овса, другому за 88 дней 13 р. 50 к. деньгами и 15 четвертей овса. Что стоитъ четверть овса?

290. Заплачено за 25 аршинъ сукна и 21 арш. бархата 247 рублей. Извѣстно, что 10 арш. бархата стоятъ 18-ю рублями дороже 13 арш. сукна. Что стоитъ аршинъ того и другого?

290. Заплачено за 15 аршинъ бархата и 52 арш. сукна 276 рублей. Извѣстно, что 2 арш. бархата стоятъ 17-ю рублями дешевле 11 арш. сукна. Что стоитъ аршинъ того и другого?

291. Сумма цифръ нѣкотораго двузначнаго числа равна 12. Если отъ искомаго числа отнять 18, то получится число, обозначенное тѣми же цифрами, но написанными въ обратномъ порядкѣ. Найти это число.

291. Разность цифръ единицъ и десятковъ нѣкотораго двузначнаго числа равна 3. Если къ искомому числу прибавить 27, то получится число, обозначенное тѣми же цифрами, но написанными въ обратномъ порядкѣ. Найти это число.

292. Въ нѣкоторомъ двузначномъ числѣ число десятковъ вдвое болѣе числа единицъ. Если цифры этого числа переставимъ, то получимъ число, меньшее искомаго на 36. Найти это число.

292. Въ нѣкоторомъ двузначномъ видѣ число десятковъ втрое менѣе числа единицъ. Если цифры этого числа переставимъ, то получимъ число, большее искомаго на 36. Найти это число.

293. *A* играетъ въ шашки въ *B* и выигрываетъ у него изъ каждыхъ четырехъ партій 3, потомъ играетъ съ *C* и у послѣдняго вы-

игрываетъ изъ каждыхъ трехъ партій двѣ. Всего *A* сыгралъ 21 партію и выигралъ изъ нихъ 15. Сколько партій сыгралъ онъ съ *B* и съ *C*?

293. *A* играетъ въ шашки въ *B* и проигрываетъ ему изъ каждыхъ восьми партій три, потомъ играетъ съ *C* и проигрываетъ послѣднему изъ каждыхъ пяти партій двѣ. Въ общемъ *A* сыгралъ 26 партій и проигралъ изъ нихъ 10. Сколько партій сыгралъ онъ съ *B* и съ *C*?

294. Который теперь часъ, если $\frac{1}{5}$ числа часовъ, прошедшихъ отъ полудня, равна $\frac{1}{3}$ числа часовъ, оставшихся до полуночи?

294. Который теперь часъ, если $\frac{1}{11}$ числа часовъ, прошедшихъ отъ полудня, равна $\frac{1}{13}$ числа часовъ, оставшихся до полуночи?

295. Найти вѣсъ рыбы, зная, что хвостъ ея вѣситъ 2 ф., голова вѣситъ столько, сколько вѣситъ хвостъ и половина туловища, а туловище вѣситъ столько, сколько голова и хвостъ.

295. Найти вѣсъ рыбы, зная, что голова ея вѣситъ 7 ф., хвостъ вѣситъ столько, сколько вѣситъ голова и половина туловища, а туловище вѣситъ столько, сколько хвостъ и голова.

296. Нѣкоторая сумма должна быть раздѣлена между двумя лицами такъ, чтобы части перваго и второго относились между собой, какъ числа 5 и 3, и чтобы часть перваго была на 50 руб. болѣе $\frac{5}{9}$ всей суммы. Какъ велика часть каждаго?

296. Нѣкоторая сумма должна быть раздѣлена между двумя лицами такъ, чтобы части перваго и второго относились между собою, какъ числа 7 и 4, и чтобы часть второго была на 21 руб. меньше $\frac{5}{12}$ всей суммы. Какъ велика часть каждаго?

297. Товаръ проданъ съ убыткомъ за 420 руб.; если бы его продали за 570 р., то полученная прибыль была бы въ 5 разъ болѣе понесеннаго убытка. Что стоитъ товаръ?

297. Товаръ проданъ съ прибылью за 520 р.; если бы его продали за 320 р., то получился бы убытокъ, составляющій $\frac{3}{7}$ вырученной прибыли. Что стоитъ товаръ?

298. Числа аршинъ ситцу, содержащихся въ трехъ кускахъ, относятся какъ 2:3:5. Если отрѣзать отъ перваго куска 4 аршина, отъ второго 6 арш. и отъ третьяго 10 арш., то оставшееся количество всего ситцу составитъ $\frac{5}{6}$ прежняго количества. Сколько аршинъ въ каждомъ кускѣ?

298. Числа аршинъ ситцу въ трехъ кускахъ относятся какъ 3:5:8. Если отрѣзать отъ перваго 10 аршинъ, отъ второго 20 арш. и отъ третьяго 30 арш., то оставшееся количество всего ситцу составитъ $\frac{5}{8}$ прежняго количества. Сколько аршинъ въ каждомъ кускѣ?

299. Изъ резервуара вылита сначала половина всей бывшей въ немъ воды и полведра, потомъ половина остатка и полведра, наконецъ еще половина остатка и полведра; послѣ этого въ резервуарѣ осталось 6 ведеръ. Сколько было воды вначалѣ?

299. Изъ резервуара вылита треть бывшей въ немъ воды и треть ведра, потомъ треть остатка и треть ведра, наконецъ еще треть остатка и треть ведра; послѣ этого въ резервуарѣ осталось 7 ведеръ. Сколько было воды вначалѣ?

300. Нѣсколько лицъ дѣлятъ нѣкоторую сумму слѣдующимъ образомъ: первый получаетъ 100 р. и пятую часть остатка, второй 200 рублей и пятую часть новаго остатка, третій 300 рублей и пятую часть остатка и т. д.. Оказалось, что вся сумма раздѣлена на равныя части. Какъ велика эта сумма, сколько участниковъ въ дѣлежѣ и сколько досталось каждому?

300. Нѣсколько лицъ дѣлятъ нѣкоторую сумму слѣдующимъ образомъ: первый получаетъ 50 рублей и шестую часть остатка, второй 100 рублей и шестую часть новаго остатка, третій 150 рублей и шестую часть остатка и т. д.. Оказалось, что вся сумма раздѣлена на равныя части. Какъ велика эта сумма, сколько участниковъ въ дѣлежѣ и сколько досталось каждому?

Нижеслѣдующія задачи отличаются отъ предыдущихъ тѣмъ, что данныя выражены неявно, именно буквами. Эти задачи принадлежатъ къ такимъ же типамъ, какъ прежнія. При рѣшеніи ихъ повторяются важнѣйшіе изъ тѣхъ пріемовъ, которые примѣнялись раньше, но, вслѣдствіе неявнаго вида данныхъ, разсужденія имѣютъ болѣе общій и вмѣстѣ съ тѣмъ болѣе отвлеченный характеръ. Въ новыхъ упражненіяхъ нужно такъ же, какъ и въ прежнихъ заботиться прежде всего о томъ, чтобы выразить черезъ главное неизвѣстное и черезъ данныя обозначенія всѣ величины, о которыхъ въ задачѣ прямо говорится, или которыя въ ней подразумѣваются, и при этомъ нужно послѣдовательно принимать во вниманіе всѣ обозначенія, данныя въ задачѣ, и всѣ условія, относящіяся къ даннымъ и къ искомымъ; когда такимъ образомъ всѣ условія будутъ употреблены въ дѣло, то сама собой явится мысль о томъ, какъ составить требуемое уравненіе.

301. Сумма двухъ чиселъ s, кратное отношеніе одного къ другому q. Найти оба числа.

301. Разность двухъ чиселъ d, кратное отношеніе большаго къ меньшему q. Найти оба числа.

302. Раздѣлить число a на три части такъ, чтобы первая часть была больше второй на число m и меньше третьей въ n разъ.

302. Раздѣлить число a на три части такъ, чтобы первая часть была меньше второй на число m и больше третьей въ n разъ.

303. Одно число въ a разъ меньше другого. Если прибавить къ первому числу m, а ко второму n, то первая сумма будетъ въ b разъ меньше второй. Найти эти числа.

303. Одно число въ a разъ меньше другого. Если отнять отъ перваго числа m, а отъ второго n, то первая разность будетъ въ b разъ больше второй. Найти эти числа.

304. Числитель дроби меньше знаменателя ея на число a. Если же отъ обоихъ членовъ дроби отнять по b, то получится дробь, равная дроби $\frac{m}{n}$. Найти члены дроби.

304. Числитель дроби больше знаменателя ея на число a. Если же прибавить къ обоимъ членамъ дроби по b, то получится дробь, равная дроби $\frac{m}{n}$. Найти члены дроби.

305. Раздѣлить число a на такія три части, чтобы первая была въ p разъ больше второй и въ q разъ меньше третьей.

305. Раздѣлить число a на такія три части, чтобы первая была въ p разъ меньше второй и въ q разъ больше третьей.

306. Знаменатель дроби больше числителя ея въ a разъ. Если прибавить къ числителю число b и вычесть изъ знаменателя число c, то получится дробь, равная дроби $\frac{k}{l}$. Найти члены дроби.

306. Знаменатель дроби меньше числителя ея въ a разъ. Если вычесть изъ числителя число b и прибавить къ знаменателю число c, то получится дробь, равная дроби $\frac{k}{l}$. Найти члены дроби.

307. Раздѣлить число m на двѣ части такъ, чтобы разность частныхъ отъ дѣленія первой части на a и второй на b равнялась бы r.

307. Раздѣлить число m на двѣ части такъ, чтобы сумма частныхъ отъ дѣленія первой части на a и второй на b равнялась бы s.

308. Работникъ за каждый рабочій день получаетъ по a копѣекъ, а за каждый нерабочій съ него вычитаютъ по b копѣекъ. По прошествіи n дней чистая выручка рабочаго равна s рублямъ. Сколько было рабочихъ дней и нерабочихъ?

308. Работникъ за каждый рабочій день получаетъ по a копѣекъ, а за каждый нерабочій съ него вычитаютъ по b копѣекъ. По про-

шествіи n дней работникъ долженъ самъ уплатить s рублей. Сколько было рабочихъ дней и сколько нерабочихъ?

309. Разность двухъ чиселъ d. При дѣленіи уменьшаемаго на вычитаемое получается частное q и остатокъ, равный половинѣ разности. Найти эти числа.

309. Разность двухъ чиселъ d. При дѣленіи уменьшаемаго на вычитаемое получается остатокъ r и частное, равное половинѣ разности. Найти эти числа.

310. За нѣсколько аршинъ сукна заплачено a рублей; если бы купили сукна болѣе на c аршинъ, то нужно было бы заплатить b рублей. Сколько аршинъ куплено?

310. За нѣсколько аршинъ сукна заплачено a рублей; если бы купили сукна менѣе на c аршинъ, то нужно было бы заплатить b рублей. Сколько аршинъ куплено?

311. Какое число, будучи умножено на a, увеличится на число m?

311. Какое число, будучи раздѣлено на a, уменьшится на число m?

312. При продажѣ дома за m рублей получено p процентовъ убытку. Что стоилъ онъ самому продавцу?

312. При продажѣ дома за m рублей получено p процентовъ прибыли. Что стоилъ онъ самому продавцу?

313. Два курьера выѣзжаютъ одновременно изъ двухъ мѣстъ A и B и ѣдутъ по одному направленію отъ A къ B и далѣе. Первый проѣзжаетъ въ часъ a верстъ, второй b верстъ. Разстояніе AB равно d верстъ. Когда и на какомъ разстояніи отъ A первый курьеръ догонитъ второго?

313. Два курьера выѣзжаютъ одновременно изъ двухъ мѣстъ A и B и ѣдутъ навстрѣчу одинъ другому. Первый проѣзжаетъ въ часъ a верстъ, второй b верстъ. Разстояніе AB равно d верстъ. Когда и на какомъ разстояніи отъ A оба курьера встрѣтятся?

314. Переднее колесо экипажа имѣетъ окружность въ a футовъ, окружность задняго b футовъ. Какое разстояніе долженъ пройти экипажъ, чтобы переднее колесо сдѣлало на n оборотовъ больше задняго?

314. Переднее колесо экипажа имѣетъ окружность на a футовъ меньшую, чѣмъ заднее. Какое разстояніе долженъ пройти экипажъ, чтобы переднее колесо сдѣлало m, а заднее n оборотовъ?

315. Въ бассейнъ проведены двѣ трубы, которыя обѣ наполняютъ его, первая при отдѣльномъ дѣйствіи въ a часовъ, вторая также при отдѣльномъ дѣйствіи въ b часовъ. Во сколько времени наполнится бассейнъ при одновременномъ дѣйствіи обѣихъ трубъ?

315. Въ бассейнъ проведены двѣ трубы, изъ которыхъ первая при отдѣльномъ дѣйствіи наполняетъ его въ a часовъ, а вторая также при отдѣльномъ дѣйствіи выливаетъ весь бассейнъ въ b ча-

совъ. Во сколько времени наполнится бассейнъ при одновременномъ дѣйствіи обѣихъ трубъ?

316. Окружность задняго колеса экипажа въ a разъ больше окружности передняго колеса. Экипажъ проѣхалъ m футовъ, и при этомъ переднее колесо сдѣлало k оборотами больше задняго. Опредѣлить окружности обоихъ колесъ и числа оборотовъ.

316. Окружность передняго колеса на a футовъ меньше окружности задняго. Экипажъ проѣхалъ m футовъ, и при этомъ заднее колесо сдѣлало въ k разъ меньше оборотовъ, чѣмъ переднее. Опредѣлить окружности обоихъ колесъ и числа оборотовъ.

317. Народонаселеніе одного города увеличивается ежегодно на $p^0/_0$ сравнительно съ народонаселеніемъ предыдущаго года. Въ настоящее время въ городѣ m жителей. Сколько было жителей 3 года назадъ?

317. Народонаселеніе одного города уменьшается ежегодно на $p^0/_0$ сравнительно съ народонаселеніемъ предыдущаго года. Въ настоящее время въ городѣ m жителей. Сколько было жителей 3 года назадъ?

318. Двое рабочихъ, работая одновременно, кончаютъ работу въ a часовъ. Одинъ первый сдѣлаетъ ту же работу въ h разъ скорѣе, чѣмъ одинъ второй. Во сколько времени каждый изъ рабочихъ кончитъ работу?

318. Двое рабочихъ, работая одновременно, кончаютъ работу въ a часовъ. Одинъ первый сдѣлаетъ ту же работу въ h разъ медленнѣе, чѣмъ одинъ второй. Во сколько времени каждый изъ рабочихъ кончаетъ работу?

319. Лодочникъ, гребя по теченію рѣки, проплываетъ n саженъ въ t часовъ; гребя же противъ теченія, онъ употребляетъ на u часовъ болѣе, чтобы проплыть то же разстояніе. Опредѣлить часовую скорость теченія.

319. Лодочникъ, гребя противъ теченія, проплываетъ n саженъ въ t часовъ; гребя же по теченію, онъ употребляетъ на u часовъ менѣе, чтобы проплыть то же разстояніе. Опредѣлить часовую скорость теченія.

320. Тѣло A движется со скоростью v метровъ въ секунду. Съ какой скоростью должно было двигаться другое тѣло B, вышедшее изъ того же мѣста t секундами раньше, если оно было настигнуто тѣломъ A черезъ u секундъ послѣ начала движенія этого тѣла?

320. Тѣло A движется со скоростью v метровъ въ секунду. Съ какой скоростью должно двигаться другое тѣло B, выходящее изъ того же мѣста t секундами позже, если оно догоняетъ тѣло A черезъ u секундъ послѣ начала своего движенія?

321. Изъ двухъ сортовъ товару цѣною въ a рублей и въ b рублей за фунтъ составлено d фунтовъ смѣси. При продажѣ этой смѣси по m рублей за фунтъ получено s рублей убытку. Сколько фунтовъ того и другого сорта пошло на составленіе смѣси?

321. Изъ двухъ сортовъ товару цѣною въ a рублей и въ b рублей за фунтъ составлено d фунтовъ смѣси. При продажѣ этой смѣси по m рублей за фунтъ получено s рублей прибыли. Сколько фунтовъ того и другого сорта пошло на составленіи смѣси?

322. Въ бассейнъ, вмѣщающій m ведеръ, проведены двѣ трубы. Первая вливаетъ въ бассейнъ a ведеръ въ часъ. Вторая выливаетъ весь бассейнъ въ b часовъ. Во сколько часовъ наполнится бассейнъ при одновременномъ дѣйствіи обѣихъ трубъ?

322. Въ бассейнъ, вмѣщающій m ведеръ, проведены двѣ трубы. Первая наполняетъ весь бассейнъ въ a часовъ. Вторая въ часъ выливаетъ изъ бассейна b ведеръ. Во сколько часовъ наполнится бассейнъ при одновременномъ дѣйствіи обѣихъ трубъ?

323. Раздѣлить число a на три части такъ, чтобы первая относилась ко второй, какъ $m:n$, а вторая къ третьей, какъ $p:q$.

323. Раздѣлить число a на три части такъ, чтобы вторая относилась къ первой, какъ $m:n$, а третья ко второй, какъ $p:q$.

324. Изъ двухъ мѣстъ A и B на рѣкѣ, отстоящихъ одно отъ другого на n саженъ, плывутъ навстрѣчу другъ другу двѣ лодки, управляемыя гребцами съ одинаковой силой. Первая, плывущая по теченію, проходитъ все разстояніе AB въ t часовъ; вторая, плывущая противъ теченія, употребляетъ на то же разстояніе больше времени на u часовъ. Опредѣлить часовую скорость теченія.

324. Изъ двухъ мѣстъ A и B на рѣкѣ, отстоящихъ одно отъ другого на n саженъ, плывутъ навстрѣчу другъ другу двѣ лодки, управляемыя гребцами съ одинаковой силой. Первая, плывущая противъ теченія, проходитъ все разстояніе AB въ t часовъ; вторая, плывущая по теченію, употребляетъ на то же разстояніе меньше времени на u часовъ. Опредѣлить часовую скорость теченія.

325. Опредѣлить капиталы трехъ лицъ, зная, что первый со вторымъ имѣютъ вмѣстѣ m рублей, второй съ третьимъ n рублей, и что капиталъ перваго въ p разъ меньше капитала третьяго.

325. Опредѣлить капиталы трехъ лицъ, зная, что первый съ третьимъ имѣютъ вмѣстѣ m рублей, второй съ третьимъ n рублей, и что капиталъ перваго въ p разъ больше капитала второго.

326. Два тѣла движутся навстрѣчу одно другому изъ двухъ мѣстъ, находящихся въ разстояніи d метровъ. Первое движется со скоростью v метровъ въ секунду. Съ какою скоростью должно двигаться второе тѣло, если оно вышло на h секундъ позднѣе перваго и должно идти до встрѣчи всего n секундъ?

326. Два тѣла движутся навстрѣчу одно другому изъ двухъ мѣстъ, находящихся въ разстояніи d метровъ. Первое движется со скоростью v метровъ въ секунду. Съ какою скоростью должно двигаться второе тѣло, если оно вышло на h секундъ раньше перваго и должно идти до встрѣчи всего n секундъ?

327. Вексель, учтенный коммерчески по $p^0/_0$ за n лѣтъ до срока, даетъ учетъ большій математическаго, сдѣланнаго также по $p^0/_0$ и за n лѣтъ, на a рублей. Найти валюту векселя.

327. Вексель, учтенный коммерчески по $p^0/_0$ за n лѣтъ, стоитъ на m рублей дешевле, чѣмъ при учетѣ математическомъ, сдѣланномъ также по $p^0/_0$ и за n лѣтъ. На какую сумму данъ вексель?

328. Два курьера выѣзжаютъ изъ мѣстъ A и B, находящихся въ разстояніи d верстъ, и ѣдутъ навстрѣчу, проѣзжая въ часъ— первый u верстъ и второй v верстъ; выѣздъ перваго изъ A состоялся на h часовъ раньше выѣзда второго изъ B. Опредѣлить, когда и гдѣ встрѣтятся курьеры?

328. Два курьера выѣзжаютъ изъ мѣстъ A и B, находящихся въ разстояніи d верстъ, и ѣдутъ оба въ одномъ и томъ же направленіи, проѣзжая въ часъ—первый u верстъ и второй v верстъ; выѣздъ перваго изъ A состоялся на h часовъ раньше выѣзда второго изъ B. Опредѣлить, когда и гдѣ первый курьеръ догонитъ второго?

329. Раздѣлить число a на такія три части, что если къ первой приложить m, вторую сначала уменьшить на m, а затѣмъ умножить на n, и третью раздѣлить на n, то полученные результаты окажутся равными.

329. Раздѣлить число a на такія три части, что если первую уменьшить на m, вторую сначала увеличить на m, потомъ умножить на n, и третью раздѣлить на n, то получатся равные результаты.

330. Въ бассейнъ проведены три трубы A, B и C. Черезъ A и C вода вливается, черезъ B вытекаетъ. При совмѣстномъ дѣйствіи трубъ A и B бассейнъ наполняется въ m часовъ, при дѣйствіи A и C въ n часовъ, при дѣйствіи B и C въ p часовъ. Во сколько времени наполнится бассейнъ при одновременномъ дѣйствіи всѣхъ трехъ трубъ?

330. Въ бассейнъ проведены трубы A, B и C. Черезъ A вода вливается, черезъ B и C вытекаетъ. При совмѣстномъ дѣйствіи трубъ A и B бассейнъ наполняется въ m часовъ, при дѣйствіи A и C въ n часовъ, трубы B и C выливаютъ весь бассейнъ въ p часовъ. Во сколько времени весь бассейнъ вытечетъ при одновременномъ дѣйствіи всѣхъ трехъ трубъ?

§ 6. Рѣшеніе системы уравненій.

Уравненіе первой степени съ двумя неизвѣстными можетъ быть преобразовано посредствомъ уничтоженія знаменателей входящихъ въ него дробей, перенесенія членовъ и соединенія ихъ въ группы *къ виду уравненія* $ax+by=c$, т.-е. такому, въ которомъ всѣ члены, содержащіе то или другое неизвѣстное, соединены въ двухъ группахъ въ первой части уравненія, а извѣстный членъ находится во второй части и при этомъ a, b и c суть цѣлыя количества, положительныя и отрицательныя. Предыдущее уравненіе называется *общимъ видомъ* уравненія первой степени съ двумя неизвѣстными. Количества a, b и c называются *коэффиціентами* уравненія. Пусть, напр., дано уравненіе $8-\frac{3x-2y}{12}=\frac{x}{2}-\frac{y}{3}$. Умноживъ обѣ части его на 12, получимъ новое уравненіе $96-(3x-2y)=6x-4y$, которое по раскрытіи скобокъ приметъ форму $96-3x+2y=6x-4y$. Перенеся затѣмъ неизвѣстные члены во вторую часть, найдемъ опять новое уравненіе $96=6x-4y+3x-2y$, которое послѣ приведенія подобныхъ членовъ приметъ форму $96=9x-6y$ или, переставляя части, форму $9x-6y=96$. Это уравненіе уже соотвѣтствуетъ указанному общему виду, но обѣ части его можно еще сократить на 3. Сдѣлавъ это сокращеніе, получимъ опять новое уравненіе $3x-2y=32$, которое и есть окончательное. Изъ коэффиціентовъ его второй отрицателенъ, вслѣдствіе чего для сравненія съ общимъ видомъ полученное уравненіе слѣдуетъ писать въ формѣ $3x+(-2)y=32$.

Для отысканія опредѣленныхъ значеній двухъ неизвѣстныхъ необходимо и достаточно имѣть два различныхъ и совмѣстныхъ уравненія первой степени съ этими неизвѣстными.

Что это необходимо, видно изъ того, что при одномъ данномъ уравненіи каждое неизвѣстное можетъ имѣть любое значеніе, лишь бы значеніе другого было подобрано соотвѣтственно первому. Напр., если хотимъ, чтобы въ уравненіи $3x-2y=32$ неизвѣстное x равнялось 5, то такимъ его и примемъ, а затѣмъ, подставивъ это значеніе въ уравненіе, получимъ новое уравненіе $15-2y=32$, которое даетъ $y=-8\frac{1}{2}$, и это есть значеніе y—ка, соотвѣтствующее значенію x—са, равному 5. Точно также, если хотимъ считать y равнымъ 5, то, замѣнивъ его этимъ значеніемъ, находимъ уравненіе $3x-10=32$, которое даетъ соотвѣтствующее значеніе $x=14$.

Что совокупность двухъ уравненій достаточна для рѣшенія ихъ по двумъ неизвѣстнымъ, видно изъ того, что существуютъ способы, посредствомъ которыхъ два уравненія могутъ быть рѣшены.

Рѣшеніе двухъ уравненій съ двумя неизвѣстными состоитъ главнымъ образомъ въ томъ, что данная пара уравненій замѣняется другой парой, въ составъ которой входитъ одно изъ данныхъ уравненій и новое, третье уравненіе, содержащее одно только изъ прежнихъ неизвѣстныхъ.

Имѣя такую пару, можно изъ того уравненія, въ которомъ входитъ одно неизвѣстное, найти это неизвѣстное, а затѣмъ, подставивъ найденное значеніе въ другое уравненіе, опредѣлимъ и другое неизвѣстное.

Изъ этого видно, что при рѣшеніи двухъ уравненій съ двумя неизвѣстными главное вычисленіе состоитъ въ нахожденіи уравненія, совмѣстнаго съ данными и содержащаго одно неизвѣстное. Такое вычисленіе называется *исключеніемъ* неизвѣстнаго. Оно производится разными способами, изъ которыхъ важнѣйшіе суть *способъ уравниванія коэффиціентовъ* и *способъ подстановленія*. Первый способъ заключается въ примѣненіи слѣдующаго правила: Для исключенія одного неизвѣстнаго изъ двухъ уравненій первой степени съ двумя неизвѣстными, нужно составить наименьшее кратное коэффиціентовъ исключаемаго неизвѣстнаго, помножить обѣ части каждаго изъ уравненій на дополнительнаго множителя къ содержащемуся въ уравненіи коэффиціенту этого неизвѣстнаго и, уравнявъ такимъ образомъ коэффиціенты, сложить уравненія или вычесть, смотря потому, имѣютъ ли уравненные коэффиціенты различные знаки или одинаковые. Напр., если даны уравненія $3x-2y=32$ и $5x+3y=-10$, то замѣчаемъ, что наименьшее кратное коэффиціентовъ y—ка есть 6; умножая первое уравненіе на 3 и второе на 2, получимъ уравненія $9x-6y=96$ и $10x+6y=-20$; наконецъ, складывая послѣднія уравненія, находимъ $19x=76$, что и представляетъ искомый результатъ исключенія.

Второй способъ опредѣляется такимъ правиломъ: Для исключенія неизвѣстнаго изъ двухъ уравненій съ двумя неизвѣстными нужно выразить исключаемое неизвѣстное черезъ другое при посредствѣ одного изъ данныхъ уравненій и полученное выраженіе подставить въ другое уравненіе. Напр., имѣя уравненія $3x-2y=32$ и $5x+3y=-10$, выражаемъ изъ перваго y въ видѣ $y=\frac{3x-32}{2}$ и подставляемъ это выраженіе во второе уравненіе, отчего получимъ уравненіе съ однимъ неизвѣстнымъ $5x+\frac{3(3x-32)}{2}=-10$, приводящее къ прежнему $19x=76$.

Въ дополненіе къ вышесказанному замѣтимъ еще, что для рѣшенія двухъ уравненій съ двумя неизвѣстными необходимо, чтобы данныя уравненія были различны между собою и въ то же время совмѣстны, т.-е. съ одной стороны не вытекали бы одно изъ другого,

какъ слѣдствіе, и съ другой стороны не противорѣчили бы одно другому. Такъ, напр., два уравненія $9x-6y=96$ и $6x-4y=64$ не годятся для опредѣленнаго рѣшенія, потому что оба они приводятся къ уравненію $3x-2y=32$ и одно изъ нихъ выводится изъ другого. Подобно этому уравненія $6x-4y=64$ и $15x-10y=70$ не могутъ быть рѣшены въ обыкновенномъ смыслѣ слова, потому что они приводятся къ уравненіямъ $3x-2y=32$ и $3x-2y=14$, которыя противорѣчатъ одно другому.

331. $x+y=50,\ x-y=20$ 331. $x+y=40,\ y-x=8$

332. $x+5y=47,\ x+y=15$ 332. $x-3y=4,\ x-y=8$

333. $3x+8y=19,\ 3x-y=1$ 333. $3x+4y=85,\ 5x+4y=107$

334. $x+5y=35,\ 3x+2y=27$ 334. $5x+7y=101,\ 7x-y=55$

335. $3x+8y=59,\ 6x+5y=107$ 335. $15x-8y=29,\ 3x+2y=13$

336. $14x-9y=24,\ 7x-2y=17$ 336. $5x+9y=49,\ 7x+3y=59$

337. $5y+4x=13,\ 3y+5x=13$ 337. $4x+5y=55,\ 3x-2y=1$

338. $3x-5y=13,\ 2x+7y=81$ 338. $3y-7x=4,\ 2y+5x=22$

339. $2x-7y=8,\ 4y-9x=19$ 339. $2x+5y=91,\ 7y-3x=139$

340. $3y-4x=1.\ 3x+4y=18$ 340. $2x+7y=34,\ 5x+9y=51$

341. $6x-4y=5,\ 8x-3y=2$ 341. $12x-5y=6,\ 9x+4y=20$

342. $12x+15y=8,\ 16x+9y=7$ 342. $9x+8y=7,\ 6x+10y=7$

343. $5x+14y=24,\ 19x-21y=17$ 343. $15x+7y=37,\ 9x-16y=2$

344. $8x-33y=19,\ 12x+55y=19$

344. $42x-25y=47,\ 28x+45y=19$

345. $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}=7,\ \frac{2x}{3}-\frac{y}{4}=1$ 345. $\frac{x}{4}+\frac{y}{3}=5,\ \frac{x}{3}+\frac{y}{2}=7$

346. $\frac{7x}{6}+\frac{5y}{3}=34,\ \frac{7x}{8}+\frac{y}{8}=12$ 346. $\frac{7x}{4}+\frac{5y}{8}=20,\ \frac{3x}{5}-\frac{y}{4}=5$

347. $\frac{x}{4}+\frac{y}{6}=3\frac{1}{2},\ \frac{x}{3}-\frac{y}{8}=\frac{1}{2}$ 347. $\frac{x}{9}+\frac{y}{6}=3\frac{1}{3},\ \frac{x}{2}-\frac{y}{3}=6\frac{1}{3}$

348. $\frac{x+y}{3}+x=15,\ y-\frac{y-x}{5}=6$ 348. $2x-\frac{y-3}{5}=4,\ 3y=9-\frac{x-2}{3}$

349. $\frac{x}{2}-\frac{y}{3}=1,\ \frac{2x-1}{2}-\frac{3y-1}{8}=\frac{5}{6}$

349. $\frac{x}{3}-\frac{y}{5}=2,\ \frac{2x+1}{3}-\frac{3y+1}{5}=3\frac{2}{15}$

350. $\frac{x+y}{2}-\frac{x-y}{3}=8,\ \frac{x+y}{3}+\frac{x-y}{4}=11$

350. $\frac{x+y}{8}+\frac{x-y}{6}=5,\ \frac{x+y}{4}-\frac{x-y}{3}=10$

351. $\frac{3x-1}{5}+3y-4=15,\ \frac{3y-5}{6}+2x-8=7\frac{2}{3}$

351. $2+\frac{5x-6y}{13}=4y-3x,\ 12+\frac{5x-6y}{6}=2y+\frac{3x-2y}{4}$

352. $\frac{3x-5y}{2}+3=\frac{2x+y}{5}$, $8-\frac{x-2y}{4}=\frac{x}{2}+\frac{y}{3}$

352. $\frac{3x+5y}{3}+2=\frac{8x-3y}{2}$, $10-\frac{2x-y}{4}=2(\frac{2x}{7}+\frac{y}{3})$

353. $\frac{7+x}{5}-\frac{2x-y}{4}=3y-5$, $\frac{5y-7}{2}+\frac{4x-3}{6}=18-5x$

353. $\frac{8+x}{2}-\frac{3x-2y}{5}=5y-1$, $\frac{7x-4}{3}+\frac{28y+17}{9}=25-3x$

354. $x+2-\frac{5x+3y}{7}=y-\frac{9y+11}{14}$, $y+2-\frac{4y-3x}{2}=x-\frac{2y-5}{5}$

354. $y+1-\frac{3x-5y}{4}=x-\frac{9y+22}{8}$, $x+3-\frac{5x-3y}{6}=y-\frac{3-5x}{9}$

355. $\frac{x-1}{y-1}=\frac{1}{5}$, $\frac{x+4}{y+4}=\frac{2}{5}$

355. $\frac{x+1}{y+2}=\frac{4}{5}$, $\frac{y-2}{x-1}=\frac{1}{2}$

356. $\frac{5}{x+4}=\frac{2}{y-1}$, $\frac{3}{x+2}=\frac{4}{y+1}$

356. $\frac{5}{y-1}=\frac{4}{x-1}$, $\frac{1}{2y-1}=\frac{1}{2x+1}$

357. $x+\frac{3}{y}=\frac{7}{2}$, $3x-\frac{2}{y}=\frac{26}{3}$

357. $2x+\frac{9}{y}=11$, $5x-\frac{6}{y}=18$

358. $\frac{8}{x}+3y=19$, $\frac{12}{x}-y=1$

358. $\frac{11}{x}+2y=\frac{51}{5}$, $5y-\frac{3}{x}=\frac{97}{5}$

359. $\frac{x}{y-2}=\frac{x+8}{y+1}$, $5x-6y=10$

359. $\frac{x}{y+3}=\frac{x-2}{y+2}$, $2x-5y=9$

360. $\frac{x+1}{y-1}-\frac{x-1}{y}=\frac{6}{y}$, $x-y=1$

360. $\frac{x+1}{y}-\frac{x-1}{y+1}=\frac{2,5}{y}$, $3x-2y=2$

361. $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{11}{30}$, $\frac{1}{x}-\frac{1}{y}=\frac{1}{30}$

361. $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{7}{12}$, $\frac{1}{x}-\frac{1}{y}=\frac{1}{12}$

362. $\frac{1}{x}+\frac{2}{y}=10$, $\frac{4}{x}+\frac{3}{y}=20$

362. $\frac{3}{x}+\frac{4}{y}=25$, $\frac{2}{x}+\frac{5}{y}=26$

363. $x-\frac{2y-x}{23-x}=\frac{2x-19}{2}$, $11x-6y=111$

363. $y-\frac{3-y}{x-18}=\frac{3y+17}{3}$, $10x-9y=30$

364. $\frac{3}{x}+\frac{8}{y}=3$, $\frac{15}{x}-\frac{4}{y}=4$

364. $\frac{5}{x}+\frac{12}{y}=3$, $\frac{25}{x}-\frac{18}{y}=2$

365. $\frac{2y+3}{4}=\frac{7+2y}{4}-\frac{3y+5x}{6(2y-3)}$, $11x-5y=64$

365. $\frac{7+8x}{10}-\frac{3(x-2y)}{2(x-4)}=\frac{11+4x}{5}$, $10x-11y=13$

366. $\frac{5}{3x}+\frac{2}{5y}=7$, $\frac{7}{6x}-\frac{1}{10y}=3$

366. $\frac{2}{3x}+\frac{1}{2y}=3$, $\frac{5}{6x}-\frac{3}{4y}=1$

367. $\frac{4x+7}{3}+\frac{5x-4y}{2x+1}=\frac{17+8x}{6}$, $6x-5y=9$

367. $\frac{5x-12}{4}-\frac{4x-6y-13}{2x-3y}=\frac{10x-53}{8}$, $6x-5y=9$

368. $\frac{18}{x-y}+\frac{20}{x+y}=5$, $\frac{24}{x-y}-\frac{30}{x+y}=1$

368. $\frac{48}{x+y}+\frac{6}{x-y}=7$, $\frac{72}{x+y}-\frac{10}{x-y}=1$

369. $\frac{2(5-11x)}{11(x-1)}+\frac{11-7y}{3-y}=5,\ 25x+9y=9$

369. $\frac{7-6x}{10y-19}+\frac{3x+5y-15}{5y-11}=1,\ 7y-12x=1$

370. $\frac{18}{3x-2y}+\frac{11}{2x-3y}=13,\ \frac{27}{3x-2y}-\frac{2}{2x-3y}=1$

370. $\frac{39}{3x+2y}+\frac{24}{2x+3y}=5,\ \frac{65}{3x+2y}-\frac{36}{2x+3y}=2$

371. $x+y=a,\ x-y=2b$

371. $x+y=3b,\ y-x=a$

372. $2x-3y=5b-a,\ 3x-2y=a+5b$

372. $3x-4y=7b-a,\ 4x-3y=a-7b$

373. $ax+by=1,\ a^2x+b^2y=a$ 373. $ax-by=1,\ a^2x-b^2y=b$

374. $ax+by=c,\ bx-ay=d$ 374. $ax-by=c,\ bx+ay=d$

375. $\frac{x}{a}+\frac{y}{c}=b+d,\ \frac{x}{b}+\frac{y}{d}=a+c$ 375. $\frac{x}{c}-\frac{y}{a}=b-d,\ \frac{x}{b}-\frac{y}{d}=c-a$

376. $\frac{x}{a}-\frac{y}{b}=1,\ \frac{x}{5a}+\frac{y}{8b}=\frac{3}{2}$ 376. $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1,\ \frac{x}{3a}+\frac{y}{6b}=\frac{2}{3}$

377. $ax-by=a^2+b^2,\ bx+ay=a^2+b^2$

377. $ax+by=a^2+b^2,\ -bx+ay=a^2+b^2$

378. $\frac{x-a}{b}+\frac{y-b}{a}=1,\ \frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ 378. $\frac{x+a}{b}-\frac{y+b}{a}=1,\ \frac{x}{a}-\frac{y}{b}=1$

379. $x+y=1,\ bcx+acy=ab$ 379. $x-y=1,\ abx+acy=bc$

380. $\frac{bx+1}{a+y}=1,\ \frac{x+y}{x-y}=\frac{a+b}{a-b}$ 380. $\frac{ax-1}{b-y}=1,\ \frac{x-y}{x+y}=\frac{b-a}{b+a}$

381. $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=a,\ \frac{1}{x}-\frac{1}{y}=b$ 381. $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=a+b,\ \frac{1}{x}-\frac{1}{y}=a-b$

382. $\frac{dy}{bx}=\frac{a}{c},\ bx+dy=a+c$ 382. $\frac{bx}{dy}=\frac{a}{c},\ bx-dy=a-c$

383. $\frac{a}{x}+\frac{b}{y}=c,\ \frac{b}{x}+\frac{a}{y}=c$ 383. $\frac{a}{x}+\frac{b}{y}=c,\ \frac{b}{x}-\frac{a}{y}=c$

384. $bx-dy=a-c,\ \frac{x-1}{y-1}=\frac{d(a-b)}{b(c-d)}$

384. $bx+dy=a+c,\ \frac{x+1}{y+1}=\frac{d(a+b)}{b(c+d)}$

385. $\frac{a}{x}+\frac{b}{y}=c,\ \frac{c}{x}-\frac{d}{y}=e$ 385. $\frac{a}{x}+\frac{b}{y}=c,\ \frac{c}{x}+\frac{d}{y}=e$

386. $c(bx+ay)=axy,\ c(ax-by)=bxy$

386. $a(bx+cy)=cxy,\ c(ax+by)=axy$

387. $(x+a)(y-b)+2c=(x-a)(y+b),\ (x+b)(y-a)=(x+a)(y-b)$

387. $(x-a)(y+b)+2c=(x+a)(y-b),\ (x+a)(y+b)=(x-b)(y-a)$

388. $a(x+y)-b(x-y)=2a^2,\ (a^2-b^2)(x-y)=4a^2b$

388. $a(x-y)+b(x+y)=-2b^2,\ (a^2-b^2)(x+y)=2b(a^2+b^2)$

389. $(2a+b)x-(2a-b)y=8ab,\ (2a-b)x+(2a+b)y=8a^2-2b^2$

389. $(3a+b)x-(3a-b)y=12ab$, $(3a-b)x+(3a+b)y=18a^2-2b^2$

390. $\frac{x}{y}=\frac{c+d-\frac{cd}{c+d}}{c-d+\frac{cd}{c-d}}$, $x+y=2c^3$ 390. $\frac{x}{y}=\frac{\frac{cd}{c+d}-c-d}{\frac{cd}{c-d}+c-d}$, $y-x=2c^3$

Общій видъ уравненія съ тремя неизвѣстными есть $ax+by+cz=d$, гдѣ a, b, c и d суть цѣлыя количества или буквенныя выраженія.

Для опредѣленія трехъ неизвѣстныхъ необходимо и достаточно имѣть три различныя и совмѣстныя уравненія. Рѣшеніе системы трехъ уравненій съ тремя неизвѣстными состоитъ въ томъ, что данную систему замѣняютъ другою, въ которой одно уравненіе содержитъ три неизвѣстныхъ, другое содержитъ два неизвѣстныхъ и третье только одно неизвѣстное. Для этого изъ всѣхъ трехъ уравненій данной системы исключаютъ одно неизвѣстное и получаютъ систему двухъ уравненій съ двумя неизвѣстными. Исключивъ въ этой системѣ одно неизвѣстное, получаютъ одно уравненіе съ однимъ неизвѣстнымъ. Исключеніе неизвѣстныхъ производится тѣми же способами, которые были разъяснены выше.

Положимъ, напр., что дана система уравненій

$$2x-3y+5z=27,\ 3x+6y-4z=2,\ 5x+4y+2z=40.$$

Рѣшимъ ее по способу уравниванія коэффиціентовъ. Исключимъ неизвѣстное z изъ всѣхъ трехъ уравненій. Для этого беремъ сначала первое уравненіе вмѣстѣ съ третьимъ, помножимъ обѣ части перваго на 2, что дастъ $4x-6y+10z=54$, обѣ части третьяго на 5, отчего получится $25x+20y+10z=200$, затѣмъ вычитаемъ первый результатъ изъ послѣдняго. Получаемъ уравненіе съ двумя неизвѣстными $21x+$ $+26y=146$. Послѣ этого беремъ второе уравненіе вмѣстѣ съ третьимъ. При этой комбинаціи нужно только обѣ части третьяго уравненія умножить на 2 и сложить полученное уравненіе со вторымъ. Получимъ второе уравненіе съ двумя неизвѣстными $13x+14y=82$. Исключая неизвѣстное y изъ полученныхъ двухъ уравненій, находимъ уравненіе съ однимъ неизвѣстнымъ $22x=44$. Такимъ образомъ, мы имѣемъ теперь, во-первыхъ, три данныхъ уравненія, каждое съ тремя неизвѣстными, затѣмъ два производныхъ уравненія, каждое съ двумя неизвѣстными, и наконецъ одно производное уравненіе съ однимъ неизвѣстнымъ. Взявъ одно изъ данныхъ уравненій съ тремя неизвѣстными, напр. первое, одно изъ производныхъ съ двумя неизвѣстными, напр. второе, и наконецъ послѣднее уравненіе съ однимъ неизвѣстнымъ, составимъ систему трехъ уравненій

$$2x-3y+5z=27,\ 13x+14y=82,\ 22x=44,$$

которая совмѣстна съ данной и легко рѣшается, потому что изъ послѣдняго уравненія находимъ $x=2$, затѣмъ, подставивъ это значеніе x во второе уравненіе, получимъ $y=4$ и, наконецъ, подставивъ значенія x и y въ первое уравненіе, опредѣлимъ $z=7$. Предыдущая система трехъ уравненій называется *разрѣшающей* системой для отличія ея отъ данной, изъ которой она вытекаетъ, какъ слѣдствіе.

Рѣшимъ ту же данную систему по способу подстановленія. Исключимъ опять сначала неизвѣстное z. Для этого, пользуясь однимъ изъ данныхъ уравненій, напр. третьимъ, выразимъ z черезъ x и y въ видѣ $z=\frac{40-5x-4y}{2}$ и полученное выраженіе вставимъ на мѣсто z въ уравненія первое и второе. Получимъ $2x-3y+\frac{5(40-5x-4y)}{2}=27$ и $3x+6y-2(40-5x-4y)=2$, или, по упрощеніи, $21x+26y=146$ и $13x+14y=82$. Во второмъ изъ этихъ двухъ уравненій выражаемъ y черезъ x въ видѣ $y=\frac{82-13x}{14}$ и полученное выраженіе вставляемъ на мѣсто y въ первое уравненіе, которое вслѣдствіе этого приметъ видъ $21x+\frac{13(82-13x)}{7}=146$, или $147x+1066-169x=1022$, откуда $x=2$. Такимъ образомъ найдено одно неизвѣстное. Подставляя значеніе x въ выраженіе y, находимъ $y=\frac{82-13.2}{14}=\frac{56}{14}=4$ и, наконецъ, вставляя значенія x и y въ выраженіе z, получимъ $z=\frac{40-5.2-4.4}{2}=\frac{14}{2}=7$. Въ этомъ случаѣ разрѣшающая система составляется тремя уравненіями

$$x=2,\quad y=\frac{82-13x}{14}\quad \text{и}\quad z=\frac{40-5x-4y}{2}$$

Объясненія, данныя въ предыдущемъ примѣрѣ, показываютъ, какъ можно рѣшить систему трехъ уравненій въ наиболѣе общемъ случаѣ, когда эти уравненія не представляютъ никакихъ особенностей. Въ частныхъ же случаяхъ этотъ пріемъ рѣшенія можетъ допускать значительныя упрощенія. Въ особенности упрощается рѣшеніе системы тогда, когда одно или нѣсколько изъ ея уравненій суть такъ называемыя *неполныя*, т. е. содержатъ только два изъ неизвѣстныхъ, или даже одно. Въ слѣдующихъ примѣрахъ учащіеся встрѣтятся съ образцами разнообразныхъ упрощеній.

391. $x+y=5$, $y+z=7$, $x+z=6$

391. $x+y=7$, $y+z=9$, $x+z=8$

392. $2x+y=5$, $x+3z=16$, $5y-z=10$

392. $5x-3y=-1$, $9y-2z=12$, $8x+3z=17$

393. $x+y+z=36,\ 2x-3z=-17,\ 6y-5z=7$

393. $x-y+z=34,\ 2y-5x=8,\ 3z-13x=12$

394. $x+y-z=17,\ x+z-y=13,\ y+z-x=7$

394. $x-y+z=7,\ x-y-z=-13,\ z-x-y=-11$

395. $x+y+z=6\ \ x+2y+3z=10,\ 2x+3y-4z=8$

395. $x+y+z=6,\ 5x+4y+3z=22,\ 10x+5y+z=23$

396. $x+2y+z=4,\ 3x-5y+3z=1,\ 2x+7y-z=8$

396. $x+y-z=1,\ 8x+3y-6z=1,\ 3z-4x-y=1$

397. $x-2y+3z=6,\ 2x+3y-4z=20,\ 3x-2y-5z=6$

397. $4x-3y+2z=9,\ 2x+5y-3z=4,\ 5x+6y-2z=18$

398. $2x-4y+9z=28,\ 7x+3y-6z=-1,\ 7x+9y-9z=5$

398. $5x-6y+4z=15,\ 4x+4y-3z=10,\ 2x+5y-2z=14$

399. $12x-9y+5z=22,\ 8x+6y+7z=23,\ 4x-12y-3z=3$

399. $3x+8y+5z=9,\ 9x-12y+7z=-1,\ 6x-10y-3z=5$

400. $7x+2y+3z=15,\ 5x-3y+2z=15,\ 10x-11y+5z=36$

400. $3x+2y-4z=3,\ 5x-3y+2z=20,\ 7x-6y+8z=35$

401. $x+6={}^7/_3y,\ y+1={}^7/_2z,\ z+8={}^5/_4x$

401. $21-x=4y,\ 9-z={}^2/_3x,\ 7-y={}^4/_3z$

402. ${}^1/_2x+{}^1/_3y=12,\ {}^1/_5z-{}^1/_6y=4,\ {}^1/_{12}x+{}^1/_7z=6$

402. ${}^1/_2x+{}^3/_4y=3,\ {}^3/_2x+z=5{}^1/_2,\ {}^3/_8y+{}^1/_2z=1{}^1/_4$

403. $x+y+z=36,\ x:z=3:5,\ y:z=12:15$

403. $x+y-z=14,\ x:y=4:3,\ z:y=7:6$

404. $2x+3y-z=156,\ x:y=2:5,\ x:z=2:7$

404. $7x-5y+3z=66,\ x:y=4:6,\ y:z=3:4$

405. $0{,}1x+0{,}2y+0{,}3z=14,\ 0{,}4x+0{,}5y+0{,}6z=32,\ 0{,}7x-0{,}8y+$
$+0{,}9z=18$

405. $0{,}1x+0{,}3y+0{,}2z=11,\ 0{,}5x-0{,}6y+0{,}4z=7,\ 0{,}3x+0{,}4y-$
$-0{,}5z=12$

406. $0{,}25x+0{,}125y=3{,}25,\ 0{,}9z-0{,}3y=7{,}5,\ 1{,}4x+1{,}2z=25{,}8$

406. $0{,}65x-0{,}95y=0{,}5,\ 5{,}1y-3{,}3z=6,\ 20{,}3z-14{,}7x=21$

407. $1{,}5x-2{,}5y+2z=2{,}5,\ 3{,}5x+y-1{,}5z=1,\ 2x+1{,}5y-0{,}5z=3{,}5$

407. $1{,}5x-2y+3{,}5z=4,\ 2{,}5x+y-0{,}5z=9,\ 3x-0{,}5y-1{,}5z=6{,}5$

408. $0{,}25x-0{,}375y=2{,}25,\ 2y+0{,}25z=-3,\ 0{,}1x-0{,}6y=1{,}8$

408. $0{,}25x+0{,}375z=2,\ 1{,}5x+0{,}25y=2{,}25,\ 0{,}5y+0{,}3z=-0{,}3$

409. $\frac{1}{2}x+\frac{1}{3}y+\frac{1}{4}z=23,\ \frac{1}{4}x+\frac{1}{3}y+\frac{1}{2}z=29,\ \frac{1}{3}x+\frac{1}{4}y+\frac{1}{2}z=28$

409. $\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}y+\frac{1}{3}z=27,\ \frac{1}{4}x+\frac{1}{2}y+\frac{1}{3}z=24,\ \frac{1}{3}x+\frac{1}{2}y+\frac{1}{4}z=23$

410. $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{4}=62,\ \frac{x}{3}+\frac{y}{4}+\frac{z}{5}=47,\ \frac{x}{4}+\frac{y}{5}+\frac{z}{6}=38$

410. $\frac{x}{2}+\frac{y}{4}+\frac{z}{5}=78,\ \frac{x}{3}+\frac{y}{2}+\frac{z}{5}=64,\ \frac{x}{5}+\frac{y}{4}+\frac{z}{3}=50$

411. $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=1\frac{2}{3},\ \frac{1}{x}+\frac{1}{z}=2\frac{2}{15}\ \ \frac{1}{y}+\frac{1}{z}=1\frac{2}{15}$

411. $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=1\frac{1}{4},\ \frac{1}{x}+\frac{1}{z}=2,\ \frac{1}{y}+\frac{1}{z}=1\frac{3}{4}$

412. $\frac{2}{x}+\frac{1}{y}-\frac{5}{z}=-\frac{1}{24},\ \frac{2}{y}+\frac{3}{z}=\frac{1}{20},\ \frac{2}{3x}-\frac{1}{z}=\frac{13}{45}$

412. $\frac{2}{x}+\frac{1}{y}-\frac{3}{2z}=\frac{5}{7},\ \frac{3}{z}-\frac{2}{y}=2,\ \frac{1}{x}+\frac{1}{z}=\frac{4}{3}$

413. $xz=x+z,\ 5xy=6(x+y);\ 5yz=6(y+z)$

413. $3xz=4(x+z),\ 5xy=6(x+y),\ 7yz=12(y+z)$

414. $2xz=3(x-z),\ 5xy=6(x-y),\ 17zy=6(z+y)$

414. $2xz=15(x-z),\ 5xy=6(x-y),\ 13yz=10(z+y)$

415. $xy=12,\ yz=24,\ xz=18$

415. $xy=36,\ yz=54,\ xz=24$

416. $xz=4,\ (7-z)y=9,\ yz=12$

416. $xz=8,\ (10-z)y=18,\ yz=12$

417. $2x+\frac{3}{y}-\frac{4}{z}=4,\ \frac{2}{y}+\frac{3}{z}=\frac{17}{12},\ x+\frac{4}{y}=3\frac{1}{3}$

417. $x-\frac{5}{y}+\frac{2}{z}=1,\ \frac{7}{y}-\frac{3}{z}=3\frac{3}{4},\ 3x-\frac{6}{z}=7\frac{1}{2}$

418. $\frac{4}{x}-\frac{3}{y}=\frac{1}{20},\ \frac{xz}{2x-3z}=15,\ \frac{yz}{4y-5z}=12$

418. $\frac{5}{x}-\frac{4}{y}=-\frac{1}{12},\ \frac{xz}{2x-3z}=4,\ \frac{yz}{3y-4z}=6$

419. $\frac{15}{x+y}-\frac{4}{x-2z}=\frac{1}{2},\ \frac{6}{x+y}+\frac{5}{y+3z}=2,\ \frac{10}{y+3z}-\frac{7}{x-2z}=-\frac{3}{2}$

419. $\frac{15}{x-y}+\frac{3}{y-2z}=8,\ \frac{5}{x-y}-\frac{12}{x+3z}=\frac{1}{3},\ \frac{2}{y-2z}-\frac{7}{x+3z}=1\frac{2}{9}$

420. $\frac{12}{2x+3y}-\frac{7,5}{3x+4z}=1,\ \frac{30}{3x+4z}+\frac{37}{5y+9z}=3,\ \frac{222}{5y+9z}-\frac{8}{2x+3y}=5$

420. $\frac{4}{2x-3y}-\frac{3}{5x-3z}=1,\ \frac{24}{5z-4y}-\frac{9}{2x-3y}=1,\ \frac{18}{5x-3z}+\frac{30}{5z-4y}=7$

421. $x+y=a,\ x-z=b,\ y-z=c$

421. $x-y=a,\ x+z=b,\ z-y=c$

422. $x+y+z=a,\ x-y+z=b,\ x+y-z=c$

422. $x-y+z=a,\ x+y-z=b,\ y+z-x=c$

423. $ax+by=2c,\ cz+ax=2b,\ by+cz=2a$

423. $ax+by=2c,\ cz-ax=2b,\ by-cz=2a$

424. $ax+by-cz=b^2,\ bx-cy+az=a^2,\ cx+ay-bz=c^2$

424. $ax+by-cz=2ab,\ by+cz-ax=2bc,\ cz+ax-by=2ac$

425. $a^2x+b^2y+c^2z=3abc,\ abx-bcy=bc^2-ac^2,\ bcy-acz=ac^2-a^2b$

425. $b^2x-a^2y+abz=c,\ bcx-abz=a-c,\ acy-abz=b-c$

426. $ay+bx=c,\ cx+az=b,\ bz+cy=a$

426. $bx+cz=a,\ ax+cy=b,\ by+az=c$

427. $(a-b)x+(b-c)y+(c-a)z=0,\ cx-ay=b(c-a),\ bz-cx=a(b-c)$

427. $(a+b)x+(b+c)y+(c+a)z=0,\ ay+bz=c(b-a),\ bz+cx=a(c-b)$

428. $x+ay+a^2z=-a^3,\ x+by+b^2z=-b^3,\ x+cy+c^2z=-c^3$

428. $x-ay+a^2z=a^3,\ x-by+b^2z=b^3,\ x-cy+c^2z=c^3$

429. $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}-\frac{z}{c}=c,\ \frac{x}{a}-\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=b,\ \frac{y}{b}+\frac{z}{c}-\frac{x}{a}=a$

429. $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=c,\ \frac{y}{b}+\frac{z}{c}-\frac{x}{a}=b,\ \frac{x}{a}-\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=a$

430. $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1,\ \frac{x}{a}+\frac{y}{c}+\frac{z}{b}=1,\ \frac{x}{b}+\frac{y}{a}+\frac{z}{c}=1$

430. $\frac{x}{bc}+\frac{y}{ac}+\frac{z}{ab}=1,\ \frac{x}{bc}+\frac{y}{ab}+\frac{z}{ac}=1,\ \frac{x}{ac}+\frac{y}{bc}+\frac{z}{ab}=1$

Рѣшеніе системы уравненій со многими неизвѣстными выполняется тѣмъ же способомъ послѣдовательнаго исключенія неизвѣстныхъ, который уже разъясненъ выше. Для возможности рѣшеній необходимо имѣть столько различныхъ уравненій, сколько есть неизвѣстныхъ. Когда такая система дана, то сначала изъ всѣхъ уравненій ея исключаютъ одно какое-нибудь неизвѣстное, отчего получается новая система, содержащая однимъ уравненіемъ меньше, чѣмъ данная. Изъ всѣхъ уравненій полученной системы опять исключаютъ одно неизвѣстное и такимъ образомъ составляютъ еще иную систему, которая содержитъ однимъ уравненіемъ и однимъ неизвѣстнымъ меньше, чѣмъ предыдущая. Такъ поступаютъ до тѣхъ поръ, пока составится одно уравненіе съ однимъ неизвѣстнымъ. Послѣ этого, выбравъ по одному уравненію отъ каждой системы, составляютъ изъ этихъ выбранныхъ уравненій разрѣшающую систему, въ которой окажется одно уравненіе съ однимъ неизвѣстнымъ, одно съ двумя, одно съ тремя и т. д..

Вышеописанный общій планъ относится къ наиболѣе сложному случаю, когда всѣ данныя уравненія и получаемыя изъ нихъ новыя уравненія суть полныя. Въ частныхъ же случаяхъ являются разнообразныя упрощенія, вслѣдствіе которыхъ число составляемыхъ уравненій иногда значительно уменьшается.

431. $x+2y=9,\ 3y+4z=20,\ 7z+u=17,\ 2u+5x=11$

431. $5x-7z=11,\ 4y+3z=41,\ 2x+3y=39,\ 3u-2y=2$

432. $4x-3y+2u=9,\ 2x+3z=16,\ 4u-2y=14,\ 3x+4u=26$

432. $2x-3y+2z=13,\ 4u-2x=30,\ 2y+z=7,\ 5y+3u=32$

433. $x+3y=10,\ y+3z=15,\ z+3u=10,\ u+3x=5$

433. $x+2y=5,\ y+2z=8,\ z+2u=11,\ u+2x=6$

434. $x+y+z=6,\ y+z+u=9,\ z+u+x=8,\ u+x+y=7$

434. $x+y-z=3,\ y+z-u=1,\ z+u-x=7,\ u+x-y=9$

435. $x+y+z+u=6$, $x+y+z-u=2$, $x+y-z+u=2$, $x-y+z+u=4$

435. $x+y+z-u=2$, $x+y-z+u=4$, $x-y+z+u=6$, $y+z+u-x=8$

436. $2x-y+z+2u=8$, $4x-2y+z-4u=-3$, $5x-4y+3z-u=8$, $x+y+z+u=7$

436. $3x+4y-z-u=3$, $2x-y-2z+2u=9$, $x+3y+5z-4u=2$, $4x-8y-3z+3u=10$

437. $x-2y+3z-u=5$, $y-2z+3u-x=0$, $z-2u+3x-y=0$, $u-2x+3y-z=5$

437. $x+y+z+u=20$, $x+2y+2z-6u=0$, $3x-y-5z-3u=0$ $2x+3y-4z-5u=13$

438. $x+2y=8$, $y+3z=15$, $z+4u=24$, $u+5t=10$, $x+y+z+u+t=15$

438. $y+2x=4$, $z+3y=9$, $u+4z=16$, $t+5u=25$, $x+y+z+u+t=15$

439. $2u-3v=3$, $v+2z=7$, $3z+y=12$, $2y-x=8$, $5u-3x=18$

439. $2x-3y=1$, $5y-2z=7$, $4z-3u=1$, $2u+v=11$, $7v-x=2$

440. $2x-3y+z=5$, $2u-3x+y=5$, $5y-2z+3t=6$, $4z-5t+u=6$, $2t-3u-4x=-17$

440. $3x-2y-z=5$, $7z-2t-3u=20$, $2x+3t+u=15$, $5z-4y-2t=6$, $4u-2x-y=-5$.

§ 7. Составленіе системы уравненій.

При составленіи системы уравненій съ нѣсколькими неизвѣстными руководствуются тѣми же общими указаніями, которыя разъяснены были выше на составленіи одного уравненія. Для рѣшенія опредѣленной задачи, содержащей нѣсколько неизвѣстныхъ, нужно имѣть столько различныхъ условій, сколько есть неизвѣстныхъ. Столько же слѣдовало бы составить и уравненій. Но обыкновенно не всѣ неизвѣстныя обозначаются независимо одно отъ другого отдѣльными буквами, а выбираются нѣкоторыя главныя неизвѣстныя и черезъ нихъ, а также черезъ данныя величины выражаются всѣ остальныя неизвѣстныя. Въ такомъ случаѣ должно оказаться столько уравненій, сколько неизвѣстныхъ обозначено разными буквами.

На основаніи вышесказаннаго можно выразить слѣдующій общій принципъ составленія системы уравненій. Чтобы составить по условіямъ задачи систему уравненій съ нѣсколькими неизвѣстными, нужно: 1) *выбрать* между всѣми неизвѣстными, которыя въ задачѣ прямо указываются или только подразумѣваются, *нѣсколько главныхъ неизвѣстныхъ* и *обозначить* эти неизвѣстныя *отдѣльными буквами*; 2) посредствомъ этихъ обозначеній и тѣхъ, которыя въ задачѣ даны,

выразить всѣ остальныя неизвѣстныя; 3) совмѣстить всѣ данныя условія задачи такъ, чтобы составить столько уравненій, сколько выбрано главныхъ неизвѣстныхъ.

441. Два числа составляютъ въ суммѣ 47. Если первое изъ нихъ раздѣлить на второе, то въ частномъ получится 2, а въ остаткѣ 5. Найти эти числа.

441. Два числа составляютъ въ суммѣ 46. Если первое изъ нихъ раздѣлить на второе, то въ частномъ получится 3, а въ остаткѣ 2. Найти эти числа.

442. Въ двухъ ящикахъ находится 140 рублей. Если изъ перваго переложить во второй 15 рублей, то въ обоихъ окажется поровну. Сколько денегъ въ каждомъ?

442. Въ двухъ ящикахъ находится 300 рублей. Если изъ второго переложить въ первый 30 рублей, то въ обоихъ ящикахъ окажется поровну. Сколько денегъ въ каждомъ?

443. Въ двухъ бочкахъ налита вода; если перелить изъ первой во вторую 6 ведеръ, то въ обѣихъ будетъ поровну; если же перелить 4 ведра изъ второй въ первую, то въ первой окажется вдвое болѣе, чѣмъ во второй. Сколько воды въ каждой бочкѣ?

443. Въ двухъ бочкахъ налита вода; если перелить изъ первой во вторую 10 ведеръ, то въ обѣихъ будетъ поровну; если же перелить 5 ведеръ изъ второй въ первую, то въ первой окажется втрое болѣе, чѣмъ во второй. Сколько воды въ каждой бочкѣ?

444. Въ кошелькѣ находятся пятикопѣечныя и двухкопѣечныя монеты. Требуется уплатить сумму въ 95 копѣекъ и отдать всего 25 монетъ. Сколько монетъ каждаго достоинства нужно отдать?

444. Въ кошелькѣ находятся пятикопѣечныя и трехкопѣечныя монеты. Требуется уплатить сумму въ 1 руб. 5 коп. и отдать всего 27 монетъ. Сколько монетъ каждаго достоинства нужно отдать?

445. За 2 аршина сукна одного сорта и 3 аршина другого заплачено 27 рублей; если же купить 4 аршина перваго сорта и 5 арш. второго, то придется заплатить 49 рублей. Что стоитъ аршинъ того и другого сорта?

445. За 2 аршина сукна одного сорта и 5 аршинъ другого заплачено 31 рубль; если же купить 3 аршина перваго сорта и 8 аршинъ второго, то придется заплатить 49 рублей. Что стоитъ аршинъ того и другого сорта?

446. Опредѣлить дробь, которая обращается въ $\frac{1}{2}$, когда къ числителю и знаменателю ея прибавимъ по 3, и въ $\frac{1}{3}$, когда изъ знаменателя ея вычтемъ единицу.

446. Опредѣлить дробь, которая обращается въ $\frac{2}{3}$, когда изъ чи-

слителя и знаменателя ея вычтемъ по 3, и въ $\frac{1}{2}$, когда къ знаменателю ея прибавимъ 2.

447. Найти два числа по слѣдующимъ условіямъ: если къ первому изъ нихъ прибавить 3, то сумма будетъ втрое больше второго числа, а если ко второму прибавить 2, то вторая сумма будетъ вдвое меньше перваго числа.

447. Найти два числа по слѣдующимъ условіямъ: если къ первому изъ нихъ прибавить 4, то сумма будетъ втрое больше второго числа, а если ко второму прибавить 1, то вторая сумма будетъ вдвое меньше перваго числа.

448. Найти число, которое при дѣленіи на 3 и на 5 даетъ въ остаткахъ 2 и 4; притомъ частныя этихъ дѣленій таковы, что, если къ первому прибавить единицу, то сумма будетъ вдвое больше второго.

448. Найти число, которое при дѣленіи на 4 и на 7 даетъ въ остаткахъ 1 и 2; при этомъ частныя этихъ дѣленій таковы, что если къ первому прибавить единицу, то сумма будетъ вдвое болѣе второго.

449. Сумма цифръ двузначнаго числа равна 9. Если цифры этого числа переставить, то полученное число составитъ $\frac{4}{7}$ первоначальнаго. Найти это число.

449. Разность цифръ двузначнаго числа равна единицѣ. Если цифры этого числа переставить, то новое число составитъ $\frac{5}{6}$ первоначальнаго. Найти это число.

450. Нѣкоторое двузначное число въ 21 разъ больше разности между числомъ его десятковъ и единицъ. Если переставить его цифры и отъ вновь полученнаго числа отнять 12, то разность будетъ въ три раза больше суммы цифръ. Найти это число.

450. Нѣкоторое двузначное число въ 12 разъ больше разности между числомъ его единицъ и десятковъ. Если переставить его цифры и прибавить ко вновь полученному числу 9, то сумма будетъ въ 8 разъ больше суммы цифръ искомаго числа. Найти это число.

451. Нѣкто имѣетъ двѣ серебряныхъ вазы и одну крышку къ нимъ, стоющую 9 рублей. Если онъ накроетъ крышкой первую вазу, то она будетъ стоить вмѣстѣ съ крышкой въ $1^1/_2$ раза больше, чѣмъ вторая; если же накрыть крышкой вторую вазу, то она будетъ стоить въ $1^1/_{12}$ раза больше первой вазы. Найти стоимость каждой вазы.

451. Нѣкто имѣетъ двѣ серебряныхъ вазы и одну крышку къ нимъ, стоющую 8 рублей. Если онъ накроетъ крышкой первую вазу, то она будетъ стоить вмѣстѣ съ крышкой вдвое меньше, чѣмъ вторая; если же накрыть крышкой вторую вазу, то она будетъ стоить

съ крышкой въ три раза больше первой вазы. Найти стоимость каждой вазы.

452. Нѣкто нанялъ двухъ слугъ съ условіемъ дать имъ каждому за годъ по 160 рублей, по одеждѣ и по парѣ сапогъ. Первый, прослуживъ 8 мѣсяцевъ, получилъ 106 р. деньгами и одежду; второй, прослуживъ $9^1/_2$ мѣсяцевъ, получилъ пару сапогъ и 142 рубля. Во сколько цѣнились одежда и сапоги?

452. Нѣкто нанялъ двухъ слугъ съ условіемъ дать каждому изъ нихъ за годъ по 150 рублей, по одеждѣ и по парѣ сапогъ. Первый, прослуживъ 9 мѣсяцевъ, получилъ 112 рублей и одежду; второй же, прослуживъ $6^2/_3$ мѣсяцевъ, получилъ пару сапогъ и 93 рубля. Во сколько цѣнились одежда и сапоги?

453. *A* и *B* должны были по 1200 рублей. *A* могъ бы заплатить свой долгъ тогда, когда къ его деньгамъ прибавили бы $\frac{3}{4}$ денегъ *B*, а *B* тогда, когда къ его деньгамъ прибавили бы $\frac{8}{9}$ денегъ *A*. Сколько денегъ у каждаго?

453. *A* долженъ 1200 рублей, *B* 2550 рублей. *A* могъ бы заплатить свой долгъ тогда, когда къ его деньгамъ прибавили бы $\frac{1}{8}$ денегъ *B*, а *B* тогда, когда къ его деньгамъ прибавили бы $\frac{1}{6}$ денегъ *A*. Сколько денегъ у каждаго?

454. Нѣкто, имѣя 5600 р., отдалъ эти деньги двумъ лицамъ въ ростъ. Съ первой части онъ получаетъ ежегодно $5^0/_0$, со второй $3^1/_2{}^0/_0$. Весь ежегодный доходъ составляетъ 244 руб.. Какъ велики обѣ части капитала?

454. Нѣкто, имѣя 15000 р., отдалъ эти деньги двумъ лицамъ въ ростъ. Съ первой части онъ получаетъ ежегодно $6^0/_0$, со второй $5^0/_0$. Весь ежегодный доходъ составляетъ 835 руб.. Какъ велики обѣ части капитала?

455. За фунтъ чаю и 3 фунта сахару заплачено 2 р. 60 к.. Если бы цѣна чая возрасла на $25^0/_0$, а сахара на $10^0/_0$, то на такую же покупку надо было бы истратить 3 р. 16 к.. Что стоитъ фунтъ чаю и фунтъ сахару?

455. За 2 фунта чаю и 5 фунтовъ сахару заплачено 4 р. 20 к.. Если бы цѣна чая возрасла на $12^1/_2{}^0/_0$, а сахара на $15^0/_0$, то на такую же покупку надо было бы истратить 4 р. 75 к.. Что стоитъ фунтъ чаю и фунтъ сахару?

456. Въ двухъ чанахъ налита вода. Чтобы въ обоихъ было поровну, нужно перелить изъ перваго во второй столько, сколько тамъ было, потомъ изъ второго въ первый столько, сколько въ первомъ осталось и, наконецъ, опять изъ перваго во второй столько, сколь-

ко во второмъ осталось. Тогда въ каждомъ чанѣ окажется по 64 ведра. Сколько въ нихъ было сначала?

456. Въ двухъ чанахъ налита вода. Чтобы въ обоихъ было поровну, нужно перелить изъ второго въ первый столько, сколько тамъ было, потомъ изъ перваго во второй столько, сколько во второмъ осталось и, наконецъ, изъ второго въ первый столько, сколько въ первомъ осталось. Тогда въ каждомъ чанѣ окажется по 80 ведеръ. Сколько въ нихъ было сначала?

457. Два игрока A и B, игравшіе нѣкоторое время, считаютъ свои деньги и находятъ, что A выигралъ половину того, сколько было у B, и что у него стало такимъ образомъ тремя рублями больше тройного количества денегъ, оставшихся у B. При дальнѣйшемъ продолженіи игры B выигралъ 12 рублей и тогда у него оказалось вдвое больше того, сколько осталось у A. Сколько было денегъ у каждаго до начала игры?

457. Два игрока A и B, игравшіе нѣкоторое время, считаютъ свои деньги и находятъ, что B выигралъ половину того, сколько было у A, и что у него такимъ образомъ стало двумя рублями больше тройного количества денегъ, оставшихся у A. При дальнѣйшемъ продолженіи игры A выигралъ 8 рублей и тогда у него оказалось вдвое больше того, сколько осталось у B. Сколько было денегъ у каждаго до начала игры?

458. Два игрока A и B начали игру, имѣя вмѣстѣ 55 рублей; въ первую игру A проигралъ $\frac{1}{2}$ своихъ денегъ, во вторую B проигралъ $\frac{1}{3}$ того, что у него было послѣ первой игры, въ третью A проигралъ $\frac{1}{5}$ того, что у него было послѣ второй игры. Въ результатѣ оказалось, что никто изъ нихъ не выигралъ и не проигралъ. Сколько денегъ имѣлъ каждый въ началѣ игры?

458. Два игрока A и B начали игру, имѣя вмѣстѣ 78 рублей; въ первую игру B проигралъ $\frac{1}{2}$ своихъ денегъ, во вторую A проигралъ $\frac{2}{7}$ того, что у него было послѣ первой игры, въ третью B проигралъ $\frac{1}{11}$ того, что у него было послѣ второй игры. Въ результатѣ оказалось, что никто изъ нихъ не выигралъ и не проигралъ. Сколько денегъ имѣлъ каждый въ началѣ игры?

459. Если на страницѣ нѣкоторой книги отбросить отъ каждой строки по 3 буквы и потомъ отнять двѣ цѣлыхъ строки, то число всѣхъ буквъ уменьшится на 145; если же прибавить къ каждой строкѣ по 4 буквы и приписать 3 такихъ цѣлыхъ строки, то число

всѣхъ буквъ увеличится на 224. Сколько строкъ въ страницѣ и буквъ въ строкѣ?

459. Если на страницѣ нѣкоторой книги отбросить отъ каждой строки по 3 буквы и потомъ отнять 5 цѣлыхъ строкъ, то число всѣхъ буквъ уменьшится на 270; если же прибавить къ каждой строкѣ по 5 буквъ и приписать 2 такихъ цѣлыхъ строки, то число всѣхъ буквъ увеличится на 295. Сколько строкъ въ страницѣ и буквъ въ строкѣ?

460. Путешественникъ вышелъ изъ одного мѣста въ другое. Если бы онъ проходилъ въ часъ одной верстой меньше, то на весь путь ему понадобилось бы шестью часами больше, чѣмъ теперь; а если бы онъ проходилъ въ часъ двумя верстами больше, то совершилъ бы путь въ $\frac{2}{3}$ того времени, которое онъ употребляетъ теперь. Найти время движенія и скорость его.

460. Путешественникъ вышелъ изъ одного мѣста въ другое. Если бы онъ проходилъ въ часъ одной верстой больше, то совершилъ бы путь въ $\frac{4}{5}$ того времени, которое онъ употребляетъ теперь; а если бы онъ проходилъ въ часъ одной верстой меньше, то на весь путь ему понадобилось бы пятью часами больше, чѣмъ теперь. Найти время движенія и скорость его.

461. Двѣ трубы наполняютъ бассейнъ въ 16 часовъ. Если бы въ теченіе четырехъ часовъ вода текла изъ обѣихъ трубъ, а потомъ первую закрыли, то одна вторая окончила бы наполненіе бассейна въ 36 часовъ. Во сколько времени каждая труба отдѣльно наполняетъ бассейнъ?

461. Двѣ трубы наполняютъ бассейнъ въ 15 часовъ. Если бы въ теченіе пяти часовъ вода текла изъ обѣихъ трубъ, а потомъ вторую закрыли, то одна первая могла бы докончить наполненіе бассейна въ 40 часовъ. Во сколько часовъ каждая труба отдѣльно наполняетъ бассейнъ?

462. Владѣлецъ коннаго завода, запасая овесъ для лошадей, разсчиталъ, что если онъ продастъ 6 лошадей, то купленнаго овса хватитъ на 10 дней долѣе; если же онъ прикупитъ еще 18 лошадей, то овса не достанетъ на 15 дней. Сколько лошадей и на сколько запасено овса?

462. Владѣлецъ коннаго завода, запасая овесъ для лошадей, разсчиталъ, что если онъ продастъ 15 лошадей, то купленнаго овса хватитъ на 20 дней долѣе; если же онъ прикупитъ еще 20 лошадей, то овса не достанетъ на 15 дней. Сколько лошадей и на сколько дней запасено овса?

462. Два путешественника проходятъ одинъ и тотъ же путь длиною въ 1440 верстъ, выходя изъ мѣста отправленія одновременно. Второй оканчиваетъ путешествіе 20-ю днями раньше перваго. Время, въ теченіе котораго первый дѣлаетъ 56 верстъ, сложенное съ временемъ, въ которое второй дѣлаетъ 96 верстъ, составляетъ 5 дней. Сколько верстъ дѣлаетъ каждый ежедневно?

463. Два путешественника проходятъ одинъ и тотъ же путь длиною въ 560 верстъ, выходя изъ мѣста отправленія одновременно. Первый оканчиваетъ путешествіе 6-ю днями раньше второго. Время, въ теченіе котораго первый дѣлаетъ 105 верстъ, сложенное съ временемъ, въ которое второй дѣлаетъ 100 верстъ, составляетъ 4 дня. Сколько верстъ дѣлаетъ каждый ежедневно?

464. Опредѣлить капиталъ и проценты на него, зная, что онъ въ 8 мѣсяцевъ обратился съ процентами въ 2976 р., а въ 15 мѣсяцевъ въ 3060 р..

464. Опредѣлить капиталъ и проценты на него, зная, что онъ въ 14 мѣсяцевъ обратился вмѣстѣ съ процентами въ 3368 р., а въ 8 мѣсяцевъ въ 3296 р..

465. Пароходъ прошелъ въ 13 часовъ безъ остановки 140 верстъ по теченію рѣки и 24 версты противъ теченія; въ другой разъ онъ прошелъ въ 11 часовъ 120 верстъ по теченію и 20 верстъ противъ теченія. Сколько верстъ онъ проходитъ въ стоячей водѣ и какова скорость теченія?

465. Пароходъ прошелъ въ 11 часовъ безъ остановки 168 верстъ по теченію рѣки и 48 верстъ противъ теченія; въ другой разъ онъ прошелъ въ 11 часовъ 144 версты по теченію и 60 верстъ противъ теченія. Сколько верстъ проходитъ онъ въ стоячей водѣ и какова скорость теченія?

466. Три лица, *A*, *B* и *C* отдали свои капиталы въ ростъ. *B* имѣетъ на 1000 р. больше, чѣмъ *A*, а *C* на 1500 р. больше, чѣмъ *A*; *B* получаетъ однимъ процентомъ, а *C* двумя процентами больше, чѣмъ *A*; ежегодный доходъ *B* на 80 р., а доходъ *C* на 150 р. больше ежегоднаго дохода *A*. Опредѣлить три капитала и проценты на нихъ.

466. Три лица *A*, *B* и *C* отдали свои капиталы въ ростъ. *A* имѣетъ на 1200 р. больше, чѣмъ *B*, а *C* на 2000 р. больше, чѣмъ *B*; *A* получаетъ однимъ процентомъ, а *C* тремя процентами больше, чѣмъ *B*; ежегодный доходъ *A* на 112 р., а *C* на 280 р. больше ежегоднаго дохода *B*. Опредѣлить три капитала и проценты на нихъ.

467. Имѣются два сплава золота и серебра; въ одномъ количества этихъ металловъ находятся въ отношеніи 2:3, въ другомъ въ отношеніи 3:7. Сколько взять отъ каждаго сплава, чтобы получить 8 фунтовъ новаго сплава, въ которомъ золото и серебро были бы смѣшаны въ отношеніи 5:11?

467. Имѣются два сплава золота и серебра; въ одномъ количества этихъ металловъ находятся въ отношеніи 2:3, въ другомъ въ отношеніи 3:5. Сколько взять отъ каждаго сплава, чтобы получить 13 фунтовъ новаго сплава, въ которомъ золото и серебро были бы смѣшаны въ отношеніи 5:8?

468. Для молотьбы хлѣба нанято нѣкоторое число рабочихъ. Если бы ихъ было тремя меньше, то они проработали бы двумя днями дольше, а если бы наняли четырьмя рабочими больше, то работа была бы окончена двумя днями раньше. Сколько было рабочихъ и сколько дней они работали?

468. Для молотьбы хлѣба нанято нѣкоторое число рабочихъ. Если бы ихъ было пятью больше, то работа была бы окончена четырьмя днями раньше, а если бы ихъ было десятью меньше, то они проработали бы двадцатью днями дольше. Сколько было рабочихъ и сколько дней они работали?

469. Двѣ двадцати-ведерныя бочки содержатъ смѣсь спирта и воды, первая въ отношеніи 3:2, вторая въ отношеніи 1:4. По сколько ведеръ надо отлить изъ каждой бочки, чтобы изъ отлитыхъ частей образовать смѣсь, въ которой спирта и воды было бы поровну, а смѣшавъ то, что останется, получить смѣсь въ отношеніи 3:7?

469. Двѣ тридцати-ведерныя бочки содержатъ смѣсь спирта и воды, первая въ отношеніи 1:2, вторая въ отношеніи 5:1. По сколько ведеръ надо отлить изъ каждой бочки, чтобы изъ отлитыхъ частей образовать смѣсь, въ которой спирта и воды было бы поровну, а смѣшавъ то, что останется, получить смѣсь въ отношеніи 13:8?

470. Два поѣзда находятся на разстояніи 340 верстъ; если первый изъ нихъ выйдетъ пятью часами раньше второго, то они встрѣтятся черезъ 3 часа послѣ выхода второго; если же второй выйдетъ пятью часами раньше перваго, то встрѣча произойдетъ черезъ 3 ч. 20 м. послѣ выхода перваго. Сколько верстъ проходитъ каждый поѣздъ въ часъ?

470. Два поѣзда находятся въ разстояніи $366^2/_3$ версты; если первый изъ нихъ выйдетъ $2^1/_2$ часами раньше второго, то они встрѣтятся черезъ 6 часовъ послѣ выхода второго; если же второй выйдетъ $2^1/_2$ часами раньше перваго, то встрѣча произойдетъ черезъ $5^1/_4$ часовъ послѣ выхода перваго. Сколько верстъ проходитъ каждый поѣздъ въ часъ?

Нижеслѣдующія задачи приводятся къ составленію трехъ уравненій съ тремя неизвѣстными.

471. Раздѣлить число 226 на три части такъ, чтобы вторая часть была на 7 больше первой и на 22 больше третьей.

471. Раздѣлить число 192 на три части такъ, чтобы вторая часть была на 16 меньше первой и на 20 меньше второй.

472. Три ящика съ чаемъ вѣсятъ вмѣстѣ 250 фунтовъ. Первый со вторымъ на 10 фунтовъ легче третьяго, а второй съ третьимъ на 110 фунтовъ тяжелѣе перваго. Сколько вѣсу въ каждомъ ящикѣ?

472. Три ящика съ чаемъ вѣсятъ вмѣстѣ 170 фунтовъ. Второй съ третьимъ на 86 фунтовъ тяжелѣе перваго, а первый съ третьимъ на 48 фунтовъ легче второго. Сколько вѣсу въ каждомъ ящикѣ?

473. Найти величины трехъ денежныхъ суммъ, зная, что первая сумма вмѣстѣ съ половиной второй, вторая вмѣстѣ съ третью третьей и третья вмѣстѣ съ четвертью первой составляютъ по 1000 рублей.

473. Найти величины трехъ денежныхъ суммъ, зная, что первая вмѣстѣ съ третью второй, вторая вмѣстѣ съ тремя четвертями третьей и третья вмѣстѣ съ двумя пятыми первой составляютъ по 600 рублей.

474. Раздѣлить число 49 на три такія части, которыя сдѣлались бы равными, если бы къ первой прибавить треть, ко второй четверть и къ третьей одну пятую суммы двухъ другихъ.

474. Раздѣлить число 232 на три такія части, которыя сдѣлались бы равными, если бы къ первой прибавить половину, ко второй треть и къ третьей четверть суммы двухъ другихъ.

475. Три лица имѣютъ вмѣстѣ 190 рублей. Число рублей перваго, сложенное съ полусуммой денегъ второго и третьяго, составляетъ 120 рублей, а число рублей второго, сложенное съ пятой частью разности денегъ третьяго и перваго составляетъ 70 рублей. Сколько денегъ у каждаго?

475. Три лица имѣютъ вмѣстѣ 150 рублей. Число рублей перваго, сложенное съ пятой частью денегъ второго и третьяго, составляетъ 62 руб., а число рублей второго, сложенное съ полуразностью денегъ третьяго и перваго, составляетъ 50 рублей. Сколько денегъ у каждаго?

476. Въ трехъ корзинахъ лежатъ яблоки. Въ первой двумя больше чѣмъ во второй, во второй втрое, въ третьей въ $\frac{4}{3}$ раза меньше, чѣмъ въ двухъ остальныхъ. Сколько яблокъ въ каждой корзинѣ?

476. Въ трехъ корзинахъ лежатъ яблоки. Въ первой четырьмя больше, чѣмъ въ третьей, въ третьей въ семь разъ, а въ первой втрое меньше, чѣмъ въ двухъ остальныхъ. Сколько яблокъ въ каждой корзинѣ?

477. Опредѣлить вмѣстимость трехъ чановъ, зная, что при переливаніи воды изъ второго въ первый во второмъ остается $\frac{2}{9}$ количества воды, которое онъ вмѣщаетъ, при переливаніи изъ третьяго во второй въ третьемъ остается четверть наполнявшей его воды и

наконецъ при переливаніи изъ перваго въ третій недостаетъ 50 ведеръ для наполненія третьяго.

477. Опредѣлить вмѣстимость трехъ чановъ, зная, что при переливаніи воды изъ перваго во второй въ первомъ остается $\frac{1}{3}$ количества воды, которое онъ вмѣщаетъ, при переливаніи изъ третьяго въ первый въ третьемъ остается $\frac{1}{7}$ наполнявшей его воды и наконецъ при переливаніи изъ второго въ третій недостаетъ 30 ведеръ для наполненія третьяго.

478. Три города расположены не на одной линіи. Разстояніе отъ перваго до третьяго черезъ второй вчетверо длиннѣе прямого пути между ними, разстояніе отъ перваго до второго черезъ третій на 5 верстъ длиннѣе прямого пути, разстояніе отъ второго до третьяго черезъ первый равно 85 верстамъ. Опредѣлить разстояніе между городами.

478. Три города расположены не на одной линіи. Разстояніе отъ перваго до второго черезъ третій на 20 верстъ больше прямого пути между ними, разстояніе отъ второго до третьяго черезъ первый втрое длиннѣе прямого пути, разстояніе отъ перваго до третьяго черезъ второй равно 95 верстамъ. Опредѣлить разстояніе между городами.

479. Найти число, которое при дѣленіи на 4, 7 и 11 даетъ остатки 2, 1 и 6; при этомъ сумма частныхъ двумя меньше половины неизвѣстнаго числа.

479. Найти число, которое при дѣленіи на 6, 7 и 9 даетъ остатки 4, 5 и 4; при этомъ сумма частныхъ пятью меньше половины неизвѣстнаго числа.

480. У трехъ разносчиковъ было 90 лимоновъ, которые они продавали по одинаковой цѣнѣ. Первый выручилъ 98 коп., второй 56 коп. и третій 14 коп.. У каждаго изъ нихъ осталось непроданныхъ по 2 лимона. Сколько было лимоновъ у каждаго?

480. У трехъ разносчиковъ было 100 лимоновъ, которые они продавали по одинаковой цѣнѣ. Первый выручилъ 1 р. 80 коп., второй 1 р. 60 коп. и третій 1 р. 20 к.. У перваго остались непроданными 4 лимона, у второго 3, у третьяго 1. Сколько было лимоновъ у каждаго?

481. Сумма цифръ трехзначнаго числа равна 17. Цифра сотенъ вдвое больше цифры единицъ. Если отъ искомаго числа отнять 396, то получится число, обозначенное тѣми же цифрами, но написанными въ обратномъ порядкѣ. Найти это число.

481. Сумма цифръ трехзначнаго числа равна 19. Цифра единицъ втрое больше цифры сотенъ. Если къ искомому числу прибавить 594,

то получится число, обозначенное тѣми же цифрами, но написанными въ обратномъ порядкѣ. Найти это число.

482. Нѣкто, отдавъ одну часть капитала по 4%, другую по 5% и третью по 6%, получаетъ съ нихъ дохода 530 р.. Первая часть доставляетъ дохода на 70 р. меньше второй. Пятипроцентный доходъ со всего капитала на 30 р. меньше получаемаго дохода. Опредѣлить три части капитала.

482. Нѣкто, отдавъ одну часть капитала по 5%, другую по 4% и третью по 3%, получаетъ съ нихъ ежегодно 400 рублей дохода. Первая часть доставляетъ дохода на 60 р. больше третьей. Четырехпроцентный доходъ со всего капитала такой же, какой теперь получается. Опредѣлить части капитала.

483. Сумма цифръ трехзначнаго числа есть 9. Цифра единицъ въ 8 разъ меньше числа, составленнаго изъ остальныхъ цифръ; цифра сотенъ также въ 8 разъ меньше числа, составленнаго изъ остальныхъ цифръ. Найти это число.

483. Сумма цифръ трехзначнаго числа есть 14. Цифра единицъ въ 3 раза меньше числа, составленнаго изъ остальныхъ цифръ; цифра десятковъ въ 7 разъ меньше числа, составленнаго изъ остальныхъ цифръ. Найти это число.

484. Въ трехъ сосудахъ налита вода. Изъ перваго переливаютъ въ два другіе столько, сколько въ каждомъ изъ нихъ было; затѣмъ изъ второго переливаютъ въ два другіе столько, сколько въ каждомъ изъ нихъ было; наконецъ изъ третьяго переливаютъ въ остальные столько, сколько въ каждомъ изъ нихъ было. Послѣ этого въ каждомъ сосудѣ оказывается по 8 ведеръ. Сколько воды было въ каждомъ сначала?

484. Въ трехъ сосудахъ налита вода. Изъ перваго переливаютъ въ два другіе столько, сколько въ каждомъ изъ нихъ было; затѣмъ изъ второго переливаютъ въ два другіе столько, сколько въ каждомъ изъ нихъ было; наконецъ изъ третьяго переливаютъ въ остальные столько, сколько въ каждомъ изъ нихъ было. Послѣ этого въ каждомъ сосудѣ оказывается по 24 ведра. Сколько воды было въ каждомъ сначала?

485. Число десятковъ трехзначнаго числа есть среднее ариѳметическое между числами сотенъ и единицъ; частное отъ дѣленія искомаго числа на сумму его цифръ равно 48; если отъ него отнять 198, то получится число, обозначенное тѣми же цифрами, но написанными въ обратномъ порядкѣ. Найти это число.

485. Число единицъ трехзначнаго числа есть среднее ариѳметическое между числами сотенъ и десятковъ; частное отъ дѣленія искомаго числа на сумму его цифръ равно 22; если къ нему при-

бавить 99, то получится число, обозначенное тѣми же цифрами, но написанными въ обратномъ порядкѣ. Найти это число.

486. Въ трехъ сосудахъ налита вода. Если $\frac{1}{3}$ воды перваго сосуда перелить во второй, затѣмъ $\frac{1}{4}$ воды, оказавшейся во второмъ, перелить въ третій и наконецъ $\frac{1}{10}$ воды третьяго перелить въ первый, то въ каждомъ сосудѣ окажется по 9 ведеръ. Сколько было воды въ каждомъ?

486. Въ трехъ сосудахъ налита вода. Если $\frac{1}{2}$ воды перваго сосуда перелить во второй, затѣмъ $\frac{1}{3}$ воды, оказавшейся во второмъ, перелить въ третій и наконецъ $\frac{1}{4}$ воды третьяго перелить въ первый, то въ каждомъ сосудѣ окажется по 6 ведеръ. Сколько было воды въ каждомъ?

487. Три лица отдали въ ростъ различные капиталы по однимъ и тѣмъ же процентамъ. Первый получилъ въ годъ прибыли 80 р., второй 120 и третій 200 р.. Суммы капиталовъ перваго и третьяго составляютъ 5600 р.. Какъ великъ капиталъ каждаго?

487. Три лица отдали въ ростъ различные капиталы по однимъ и тѣмъ же процентамъ. Первый получилъ въ годъ прибыли 240 р., второй 210 р. и третій 300 р.. Сумма капиталовъ второго и третьяго составляютъ 8500 р.. Какъ великъ капиталъ каждаго?

488. Нѣкто имѣетъ 3 слитка серебра 84-й, 72-й и 60-й пробы, вѣсящіе вмѣстѣ 34 фунта. Если сплавить первый слитокъ со вторымъ, то получится серебро 76-й пробы; если же сплавить первый съ третьимъ, то проба смѣси будетъ $70^2/_3$. Сколько вѣситъ каждый слитокъ?

488. Нѣкто имѣетъ три слитка серебра 90-й, 80-й и 72-й пробы, вѣсящіе вмѣстѣ 45 фунтовъ. Если сплавить первый слитокъ со вторымъ, то получится серебро 84 пробы; если же сплавить первый съ третьимъ, то проба смѣси будетъ 78. Сколько вѣситъ каждый слитокъ?

489. Въ первомъ и второмъ классахъ училища было 60 учениковъ. По экзамену перешли изъ перваго во второй 25 человѣкъ, изъ второго въ третій 20 и изъ третьяго въ четвертый 35. Послѣ этого оказалось во второмъ классѣ втрое больше учениковъ, чѣмъ въ первомъ, и на 5 больше, чѣмъ въ третьемъ. Сколько было учениковъ въ каждомъ классѣ?

489. Во второмъ и третьемъ классахъ училища было 65 учениковъ. По экзамену перешли изъ перваго во второй 32 человѣка,

изъ второго въ третій 30 и изъ третьяго въ четвертый 20. Послѣ этого оказалось въ третьемъ классѣ впятеро больше учениковъ, чѣмъ въ первомъ, и на 3 больше, чѣмъ во второмъ. Сколько было учениковъ въ каждомъ классѣ?

490. Имѣются три сплава. Въ одномъ на 2 золотника золота приходится 3 золотника серебра и 1 золотникъ мѣди, въ другомъ тѣ же металлы смѣшаны въ отношеніи 2 : 4 : 3 и въ третьемъ въ отношеніи 1 : 2 : 1. Требуется получить новый сплавъ, въ которомъ было бы 10 золотниковъ золота, 18 серебра и 10 мѣди. Сколько надо взять отъ каждаго сплава?

490. Имѣются три сплава. Въ одномъ на 3 золотника золота приходится 2 золотника серебра и 1 золотникъ мѣди, въ другомъ тѣ же металлы смѣшаны въ отношеніи 4 : 3 : 5 и въ третьемъ въ отношеніи 4 : 1 : 1. Требуется составить новый сплавъ, въ которомъ было бы 12 золотниковъ золота, 7 серебра и 5 мѣди. Сколько надо взять отъ каждаго сплава?

Нижеслѣдующія общія задачи относятся къ составленію двухъ уравненій съ двумя неизвѣстными и представляютъ обобщенія нѣкоторыхъ прежде приведенныхъ частныхъ видовъ.

491. Если одно изъ двухъ неизвѣстныхъ чиселъ увеличимъ на a, то получится сумма въ m разъ большая второго числа; если же второе число увеличимъ на b, то новая сумма будетъ въ n разъ больше перваго числа. Найти эти числа.

491. Если одно изъ двухъ неизвѣстныхъ чиселъ уменьшимъ на a, то получится разность на m разъ меньшая второго числа; если же второе число уменьшимъ на b, то новая разность будетъ въ n разъ меньше перваго числа. Найти эти числа.

492. Два тѣла находятся на разстояніи d футовъ. Если они будутъ двигаться навстрѣчу одно другому, то столкнутся черезъ m секундъ; если же первое изъ нихъ будетъ догонять другое, то столкновеніе произойдетъ черезъ n секундъ. Какъ велика скорость каждаго тѣла?

492. Два тѣла находятся на разстояніи d футовъ. Если они будутъ двигаться навстрѣчу одно другому, то столкнутся черезъ n секундъ; если же второе изъ нихъ будетъ догонять первое, то столкновеніе произойдетъ черезъ m секундъ. Какъ велика скорость каждаго тѣла?

493. Два числа относятся между собою, какъ $m : n$; если же къ первому изъ нихъ придать a и ко второму b, то они будутъ относиться, какъ $p : q$. Найти эти числа.

493. Два числа относятся между собою, какъ $p : q$; если же вычесть изъ перваго a и изъ второго b, то они будутъ относиться, какъ $m : n$. Найти эти числа.

494. Два тѣла находятся на разстояніи d футовъ. Если первое выйдетъ раньше второго на a секундъ, то они встрѣтятся черезъ m секундъ послѣ начала движенія второго; если же второе выйдетъ раньше перваго на b секундъ, то они встрѣтятся черезъ n секундъ послѣ начала движенія перваго. Какъ велика скорость каждаго тѣла?

494. Два тѣла находятся на разстояніи d футовъ. Если первое выйдетъ позднѣе второго на a секундъ, то они встрѣтятся черезъ m секундъ послѣ начала движенія перваго; если же второе выйдетъ позднѣе перваго на b секундъ, то они встрѣтятся черезъ n секундъ послѣ начала движенія второго. Какъ велика скорость каждаго тѣла?

495. Торговецъ, имѣя n пудовъ товару, продалъ часть его по a рублей и остальное по b рублей за пудъ. Оказалось, что онъ выручилъ бы тѣ же деньги, если бы весь товаръ продалъ по c руб. за пудъ. Сколько пудовъ онъ продалъ по одной цѣнѣ и сколько по другой?

495. Торговецъ, имѣя n пудовъ товару, прикупилъ еще по b руб. за пудъ, а затѣмъ продалъ весь товаръ по a рублей. Оказалось, что онъ выручилъ бы ту же прибыль, если бы продалъ одинъ свой товаръ по c рублей за пудъ. Сколько пудовъ онъ продалъ и сколько купилъ?

496. Имѣется золото двухъ сортовъ. Взявъ a золотниковъ перваго сорта и b золотниковъ второго, получаемъ сплавъ, цѣною m рублей за золотникъ; если же взять b золотниковъ перваго и a золотниковъ второго, то получится сплавъ, цѣною n рублей за золотникъ. Что стоитъ золотникъ того и другого сорта?

496. Имѣется золото двухъ сортовъ. Взявъ a золотниковъ смѣси такъ, чтобы въ нихъ было b золотниковъ второго сорта, получаемъ сплавъ, цѣною m рублей за золотникъ; если же взять a золотниковъ смѣси такъ, чтобы перваго сорта было b золотниковъ, то получится сплавъ, цѣною n рублей за золотникъ. Что стоитъ золотникъ того и другого сорта?

497. Два двухколесныхъ экипажа, находящіеся на разстояніи d саженъ, катятся навстрѣчу. Отношеніе между длинами окружностей ихъ колесъ равно $m:n$, а отношеніе между числами оборотовъ тѣхъ же колесъ равно $p:q$. Сколько саженъ пройдетъ до встрѣчи каждый экипажъ?

497. Два двухколесныхъ экипажа, находящіеся на разстояніи d саженъ, катятся въ одну сторону. Отношеніе между длинами окружностей ихъ колесъ равно $m:n$, а отношеніе между числами оборотовъ тѣхъ же колесъ равно $p:q$. Сколько саженъ пройдетъ до встрѣчи каждый экипажъ?

498. Изъ бассейна течетъ вода черезъ двѣ трубы. Первая труба выливаетъ въ теченіе нѣкотораго времени на a ведеръ больше, чѣмъ вторая. Площади поперечныхъ разрѣзовъ трубъ относятся, какъ $m:n$, а скорости истеченія, какъ $p:q$. Сколько ведеръ выливаетъ въ указанное время каждая труба?

498. Изъ бассейна течетъ вода черезъ двѣ трубы. Въ теченіе нѣкотораго времени обѣ трубы выливаютъ вмѣстѣ a ведеръ. Площади поперечныхъ разрѣзовъ трубъ относятся, какъ $m:n$, а скорости истеченія, какъ $p:q$. Сколько ведеръ выливаетъ въ указанное время каждая труба?

499. Имѣются два сплава золота и серебра. Въ одномъ эти металлы смѣшаны въ отношеніи $m:n$, въ другомъ въ отношеніи $p:q$. Требуется отдѣлить отъ сплавовъ по части такъ, чтобы сумма вѣсовъ отдѣленныхъ частей была a фунтовъ и чтобы при сплавленіи этихъ частей золото и серебро смѣшались въ отношеніи $r:s$. По сколько фунтовъ должны содержать отдѣльныя части?

499. Имѣются два сплава золота и серебра. Въ одномъ эти металлы смѣшаны въ отношеніи $m:n$, въ другомъ въ отношеніи $p:q$. Требуется отдѣлить отъ сплавовъ по части такъ, чтобы часть, отдѣленная отъ перваго сплава, вѣсила больше другой на a фунтовъ и чтобы при сплавленіи этихъ частей золото и серебро смѣшались въ отношеніи $r:s$. По сколько фунтовъ должны содержать отдѣленныя части?

500. Двѣ бочки, вмѣстимостью по a ведеръ, наполнены смѣсью спирта и воды. Въ первой эти жидкости смѣшаны въ отношеніи $m:n$, во второй въ отношеніи $p:q$. По сколько ведеръ нужно отлить изъ каждой бочки, чтобы изъ отлитыхъ частей составить смѣсь, въ которой спирта и воды поровну, а, смѣшавъ то, что останется, получить смѣсь спирта и воды въ отношеніи $r:s$?

500. Двѣ бочки, вмѣстимостью по a ведеръ, наполнены смѣсью спирта и воды. Въ первой эти жидкости смѣшаны въ отношеніи $m:n$, во второй въ отношеніи $p:q$. По сколько ведеръ нужно отлить изъ каждой бочки, чтобы изъ отлитыхъ частей составить смѣсь спирта и воды въ отношеніи $r:s$, а, смѣшавъ то, что останется, получить смѣсь, въ которой спирта и воды поровну.

ОТВѢТЫ.

ОТДѢЛЕНІЕ I.

11. $2n$. **13.** $2n+1$. **15.** $5a+1,\ldots$. **26.** $a=b+c$. **29.** $10a+b+m=$ $=10b+a$. **30.** $a+c=b$. **33.** $\frac{ap}{100}=c$. **34.** $\frac{8ab}{12.100}=c$. **81.** 3 р. 43 к.. **82.** ar^4. **84.** $(1+a)^6$; $\frac{m}{(1+a)^6}$. **187.** $2(a+b)^2$. **188.** $[2(b+c)]^2$. **202.** $\sqrt[n]{a^{2i}+b^{2i}}$. **207.** $(a+1)(a+2)(a+3)$. **212.** $2(m+n)^2(mn)^3$. **218.** $\frac{a(100c+d)}{a+b}$. **220.** $a^2+2ab+(a+b)^3$. **223.** 12. **224.** $11\frac{3}{8}$. **225.** 162. **226.** $\frac{78}{81}$. **227.** 108. **228.** $1\frac{3}{8}$. **229.** 3. **230.** $\frac{55}{12}$. **231.** 7. **232.** 2. **233.** $\frac{45}{74}$. **234.** 26. **235.** 1. **237.** 75. **238.** 60. **239.** 24. **240.** 1. **241.** $\frac{35}{144}$. **242.** $\frac{225}{136}$. **243.** 12. **244.** $43\frac{1}{5}$.

ОТДѢЛЕНІЕ II.

21. 5; **2,5.** **22.** —4; 11. **23.** —1; $-2\frac{3}{20}$. **24.** $-1\frac{14}{15}$; $-2\frac{19}{21}$. **25.** 1,09. **38.** 22; 8. **39.** 10; 17. **40.** 11; —2. **41.** $1\frac{3}{4}$. **42.** 1. **43.** $\frac{14}{15}$. **44.** 2,7. **55.** $\frac{7}{810}$. **56.** —4; 5. **57.** —30; 12. **58.** 7,5. **59.** 20. **75.** —12,5. **76.** 10. **77.** $-3\frac{2}{3}$. **78.** 0. **79.** —5,5. **80.** —5 **81.** $\frac{1}{2}$. **93.** $-\frac{39}{8}$. **94.** $-5\frac{37}{45}$. **95.** $\frac{845}{216}$. **96.** $2\frac{1}{4}$. **106.** 6. **107.** 7. **108.** 4. **109.** —2. **110.** —3. **111.** $-\frac{4}{5}$.

ОТДѢЛЕНІЕ III.

79. $-\frac{5}{6}a^2-1\frac{13}{20}ab+1\frac{1}{6}b^2-\frac{2}{5}a^2b^2$. **80.** $7\frac{1}{3}a^3+7\frac{1}{21}a^2b+3\frac{11}{45}ab^2-$
$-5\frac{13}{15}b^3$. **83.** $4{,}4a^3b^2c-0{,}045a^4b^3c^2+1{,}4a^5b^4c^3$. **84.** $0{,}05a^2-3ab-$
$-17\frac{1}{4}ac+16\frac{8}{8}bc$. **122.** $5{,}35a+17\frac{1}{60}b-24\frac{3}{4}c+0{,}02d$. **124.** $1\frac{4}{15}(a+b)^n+$
$+2\frac{1}{6}(a-b)^{n+1}-\frac{5}{2}(a-b)$. **141.** $-6a^2+4ab+7b^2$. **143.** $-17a^2+$
$+6ab+6b^2$. **144.** $a^3+13a^2b-9b^3$. **145.** $-20a^3+14a^2b+8b^3$. **146.** 48.
184. $-\frac{3}{4}c^{x+1}dk^3$. **186.** $-\frac{7}{16}x^{2m-2}y$. **190.** $a^3(a^3-b^3)^9$.
191. $x^6(m-n)^{6-m}$. **203.** $-\frac{125}{8}x^3y^9$. **205.** $\frac{81}{256}b^{12}y^{4p}$. **206.** $-2a^3b^5c^3$.
207. $12am^{14}n^{10}$. **208.** $4\frac{13}{18}ac^5x^6$.
233. $3a^2-ab-2b^2$. **235.** $6a^4+5a^2b^2-6b^4$. **237.** $16a^{m+1}-6a^3b^n+$
$+8a^{3m}b^{n-4}-3a^{2m+2}b^{2n-4}$. **238.** $10c^2d^n+8c^{5-m}d^{3-n}-$
$-5c^{m-1}d^{2n+4}-4c^2d^7$. **241.** $15x^4-23x^3+27x^2+9x-28$.
242. $10a^5-9a^4x+9a^3x^2-3a^2x^3+ax^4$. **243.** $a^4-4b^2x^2+4bx^3-x^4$.
244. $16x^4-32x^3y+16x^2y^2-8xy^3+3y^4$. **245.** a^5+b^5. **246.** a^8-81b^8.
247. $x^5-10ax^4+40a^2x^3-80a^3x^2+80a^4x-32a^5$. **248.** a^6-2a^3+1.
249. $x^6-10x^5y+29x^4y^2-24x^3y^3-14x^2y^4+22xy^5-4y^6$.
250. $2a^{10}-2a^5b^3+\frac{1}{2}b^6-\frac{1}{2}$. **251.** $\frac{x^6}{16}-\frac{x^4}{9}+\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{4}$. **252.** $1+\frac{5x^2}{12}-$
$-\frac{5x^4}{36}-\frac{x^6}{16}$. **253.** $-0{,}002a^3-0{,}1994a^5+0{,}09a^7-1{,}012a^9+0{,}2a^{11}$.
254. $-\frac{5}{27}a^5-\frac{19}{33}a^4x+\frac{287}{1485}a^3x^2-\frac{311}{495}a^2x^3-\frac{103}{132}ax^4+\frac{1}{4}x^5$.
272. $25-b^2x^6$. **275.** $4a^4-a^2b^3+\frac{b^6}{16}$. **277.** $\frac{4}{9}x^2y^2-x^2y+\frac{9}{16}x^4$.
280. $a^{2p}+3a^{p+1}x^4+\frac{9}{4}a^2x^8$. **282.** $\frac{1}{9}x^{4m-2}y^6+\frac{1}{2}x^{3m}y^4+\frac{9}{16}x^{2m+2}y^2$.
283. $\frac{9}{25}n^2p^6x^{4z-4}-c^4n^{r+1}p^3x^{z+1}+\frac{25}{36}c^8n^{2r}x^{6-2z}$. **286.** $6\frac{1}{4}a^{2n-6}-\frac{25}{144}$.
287. a^4-x^4. **288.** $81-18x^2+x^4$. **289.** $x^2+2xy+y^2-z^2$.
290. $a^2-2ab+b^2-c^2$. **291.** $4x^2-y^2+6yz-9z^2$. **292.** $x^4+x^2y^2+y^4$.
293. $-(a^{12}+a^6b^6+b^{12})$. **295.** $a^2+4ab+4b^2-9c^2-6cd-d^2$.
297. $1-2x+x^2-9x^6+12x^5-4x^4$.
298. $y^3+6y^2z+12yz^2+8z^3$. **300.** $125-75a+15a^2-a^3$.
302. $343d^6-294d^4+84d^2-8$. **304.** $x^6+3x^4y^3+3x^2y^6+y^9$.

306. $m^6n^3+3m^4n^4p+3m^2n^8p^2+n^6p^3$. **308.** $27-270x^5+$ $+900x^{10}-1000x^{15}$. **310.** $\frac{8}{27}m^6-m^4n^2p+\frac{9}{8}m^2n^4p^2-\frac{27}{64}n^6p^3$.

311. $8a^3+6a^2b^2c+\frac{3}{2}ab^4c^2+\frac{1}{8}b^6c^3$. **312.** $0{,}001a^3-0{,}15a^2n^3+$ $+7{,}5an^6-125n^9$.

313. a^2+3a+2. **314.** x^2-5x+6. **315.** $x^2+3x-10$.
316. $9a^2+9a-28$. **318.** $4a^2+12a-55$. **320.** c^6-8c^3+12.
322. $1+3a+b+3ab$. **324.** $100-50b+10c-5bc$. **326.** m^2+2m+ $+mn+2n$. **328.** $9x^4-3mx^2+3px^2-mp$.
329. $25y^6-5ay^3-5by^3+ab$. **330.** $a^2y^{2m}+aby^m-acy^m-bc$.
331. x^3-y^3. **332.** m^3+n^3. **333.** $8-a^3$. **334.** d^3+125.

340. $4a^2+16b^2+25c^2-20ac+16ab-40bc$. **341.** $4x^2+9y^2+25z^2-$ $-12xy+20xz-30yz$. **343.** $\frac{1}{4}x^4+16y^2+\frac{4}{9}y^4-4x^2y-\frac{2}{3}x^2y^2+\frac{16}{3}y^3$.
345. $x^3+y^3+27+3x^2(y+3)+3y^2(x+3)+27(x+y)+18xy$.
346. $x^3-y^3+z^3+3x^2(z-y)+3y^2(x+z)+3z^2(x-y)-6xyz$.
349. $8a^3-b^3+1+12a^2(1-b)+3b^2(2a+1)+3(2a-b)-12ab$.
351. $\frac{x^3}{8}-\frac{y^3}{27}+\frac{z^3}{64}+\frac{x^2}{16}(3z-4y)+\frac{y^2}{12}(2x+z)+\frac{z^2}{32}(3x-2y)-\frac{xyz}{4}$.
353. $8a^6-\frac{1}{27}a^3b^3+b^6+4a^4(3b^2-ab)+\frac{1}{3}a^2b^2(2a^2+b^2)+$ $+b^4(6a^2-ab)-4a^3b^3$.

355. a^4-16. **356.** $a^3-3a^2-4a+12$. **357.** $x^3-a^2x-ax^2+a^3$.
358. $x^4+2ax^3-2a^3x-a^4$. **359.** m^4-8m^2+16. **360.** m^4-18m^2+81.
361. $a^5-2a^3b^2+ab^4-a^4b+2a^2b^5-b^5$. **362.** $a^4-a^2b^2-25a^2+25b^2$.
363. $x^8y^4-x^4y^8$. **364.** $x^4y^4-8x^6y^2+16x^8$. **365.** $a^4-a^2b^2-$ $-9a^2c^2+9b^2c^2$. **366.** $4a^4-8a^3c+4a^2c^2-a^2b^2+2ab^2c-b^2c^2$.
367. x^6-y^6. **368.** x^6-64y^6. **370.** $m^8-17m^4n^4+16n^8$. **371.** a^8+2a^6+ $+3a^4+2a^2+1$. **372.** $a^8-12a^6+38a^4-12a^2+1$. **373.** $x^4+y^4+z^4-$ $-2x^2y^2-2x^2z^2-2y^2z^2$. **374.** $x^4+y^4+z^4-2x^2y^2-2x^2z^2-2y^2z^2$.

375. 441. **376.** 2401. **377.** 7569. **378.** 10404. **379.** 3364.
380. 625. **381.** 3025. **382.** 11025. **383.** 1551. **384.** 384. **385.** 6384.
386. 9991. **387.** 9856. **388.** 14375. **389.** 39919. **390.** 1806.
391. 3534. **392.** 9898. **393.** 783. **394.** 7656. **395.** 42230. **396.** 1728.
397. 24389. **398.** 68921. **399.** 941192. **400.** 12544. **401.** 166464.
402. 998001. **403.** 1006009. **404.** 400. **405.** 760. **406.** 180.
407. 7600. **408.** 98400. **409.** 318000. **410.** 948000.

481. $x+4a$. **482.** $3x-a$. **483.** a^2+ab. **485.** $3+2x$. **487.** $3a^2-2b^2$.
489. $-3+2x$. **493.** $2x+1+\frac{5x-1}{x^2+2x+3}$. **494.** $1-2x+\frac{3x^2+x^3}{1-3x+2x^2}$.

485. $\frac{2}{3}x-\frac{5}{4}y^2$. 487. a^2-2a-1. 489. $a^{3n}-2a^{3n-2}-3a^{3n-4}$.

490. $a^n-a^{n-1}-a^{n-2}$. 494. $x^2-2x-5+\frac{2x-5}{5x^2-2x-1}$.

495. $1-x-2x^2-\frac{x^3-x^4-2x^5}{1-2x-2x^2-x^3}$. 496. $x^2+x-1-\frac{2x^3-2x-1}{x^4-2x^3-2x-1}$.

497. $1+m+m^2-m^3$. 498. $27m^3-13m^2n+13mn^2-3n^3$.

499. $4y^5-12y^4z^2-14y^3z^4-27z^6$. 510. $16x^5-32x^4y-48x^3y^2-$
$-24x^2y^3+y^5$. 511. $81y^4-27y^3z+4y^2z^2-3yz^3+z^4$. 512. x^4-2x^3+
$+3x^2+2x-1$. 513. $x^4-x^3y-xy^3-y^4$. 514. $1-3x-3x^2-x^3$.

515. $\frac{3}{2}m^3-5m^2-\frac{1}{4}m-9$. 516. $a^2+2ab+\frac{-3a^3b^3+a^4}{a^2-3a^2b+3ab^2-b^3}$.

517. $a^2-2ab-7b^2-\frac{5a^3b^2-23ab^4+3b^5}{a^2-3ab^2+b^3}$. 518. $3-a^2+3a^3+\frac{3a^4-3a^5-3a^{10}}{2-3a^2-a^4+3a^5}$.

519. $-2a^2-3a^3+a-4$. 520. $2x^5-3x^3y^2+3xy^4-4y^5$.

528. Знакъ при b^2. 530. Знакъ при b^3 или при b. 532. Знакъ при b^4.
534. Знакъ при b^6 или при b^2. 587. $8-4x+2x^2-x^3$. 589. $4+3x^2$.
593. $1-ay-a^2y^2-a^3y^3+a^4y^4$. 597. $a^3b^4+3ab^3c^2d+4c^4d^2$.
599. $x+3a$. 601. $y-2b$. 603. $z-2c$. 605. $u+2d$. 607. $a+b+c$.
609. $a-b+c-d$. 611. $x^2+(b-c)x+(b-c)^2$. 613. $a^2-a^2(x-y)+$
$+a(x-y)^2-(x-y)^2$. 615. $\frac{1}{2}a^2+\frac{1}{3}b^2$. 617. $\frac{9}{4}m^4+\frac{1}{2}m^2p+\frac{1}{9}p^2$.

619. $\frac{9}{25}+\frac{3}{10}z^2+\frac{1}{4}z^4$. 631. $(a-b)^2+(a-b)(c+d)+(c+d)^2$.
622. a^2+3b^2. 623. $a^4-4a^2bc+7b^2c^2$. 624. $4x^6+4x^4y^2$.

625. $abx^2+(a^2+b^2)x+ab$. 626. $abx^2+(b^2-a^2)x-ab$. 627. x^3+
$+(a+b)x^2-(a^2-ab)x-a^2b$. 628. $x^3+b(a-1)x^2+b^2(1-a)x-b^3$.
629. $x^4-(a-b)x^3+(a^2-ab)x^2-(a^3-a^2b)x-a^3b$. 630. $x^4+(b-a)x^3-$
$-(b^2+ab)x^2-(b^3-ab^2)x+ab^3$. 631. $x^4-(b-c)x^3+(a^2-bc-d^2)x^2+$
$+(a^2c+bd^2)x-a^2d^2$. 632. $x^4+(b-c)x^3+(a^2-bc-d^2)x^2-(a^2c+$
$+bd^2)x-a^2d^2$. 633. $x^3+(a+b+c)x^2+(ab+ac+bc)x+abc$. 634. $x^3+(a-$
$-b-c)x^2-(ab+ac-bc)x+abc$. 636. $x^3+(n-2)x^2+(2-n)x-1$.
636. $x^3+(a+b+1)x^2+ax-b$. 637. $ax^3-(2a-b-ac)x^2+$
$+(b^2-2ac+bc)x+b^2c$. 638. $ax^3+(2ab-ac-1)x^2-$
$-(b+2abc-c)x+bc$. 639. $(a^2-b^2)x^3+[(a-b)^2-(a+b)]x^2+$
$+(a-b)x-2$. 640. $(2a-b)(a+b)x^3-[a(a+b)^2+a(a-b)(2a-b)]x^2+$
$+[a^3(a+b)+a^2(a^2-b^2)]x-a^4(a-b)$. 641. $x^4+2bx^3-(a-b)^2x^2-$
$-2(a-b)^2(a+b)x-(a-b)^3(a+b)$. 642. $abx^4-2(a^2b-b^3)x^3+$
$+[(a^2+b^2)(b-a)+b^2(2a-b)(a-2b)]x^2-b(a+b)(a^2+b^2)x-$
$-(a^2+b^2)^2$. 643. $2(a-b)x^5-(a^2-2ab-b^2)x^4+2(a+b-ab^2)x^3-$
$-(2a^2+2b^2-a^2b^2)x^2+2ab^2x-(a^2-b^2)$. 644. $(a+b)^2x^5-$
$-(a^2-b^2)x^4-2[a^2-b^2+(a-b)^2+a(a+b)]x^3+2[2(a-b)^2-$

$-a(a-b)]x^2+4a(a-b)x$. **645.** x^2-ax-a^2. **646.** $x^3+ax^2-a^2x-a^3$.
647. x^2+bx-a^2. **648.** $x^3+ax^2-b^2x-c^3$. **649.** $(a+b)(a^2+b^2)x^2+$
$+(a^2+ab+b^2)x+a+b$. **650.** $(a-1)x^2+(a+3)x+a-2$.
651. $x^2+ax-(a+b)^2$. **652.** $x^2-(a+b)x-ab$. **653.** $(3a-5)x+4a-7$.
654. $(2a+3c)x^2-(a-c)x+2a-c$.

ОТДѢЛЕНІЕ IV.

18. $3a^{n-2}(1-2a^2)$. **20.** $b^{2n}(b^n+1)$. **24.** $-a(2-x+y)$.
43. $(m+1)(q-p)$. **46.** $b(b^2+b-1)(q+1)$. **48.** $(p-q)(5q-2p)$.
52. $(a-b)(c-d)$. **54.** $(x+s)(x^2-2s^2)$. **56.** $(a^2-2)(a+2)$.
58. $(ab-cd)(ab^2+c^2d)$. **60.** $(2m+3p)(3a+5b)$. **63.** $3(x-m)(2x^2-m^2)$.
65. $2(c-x)(4a^2-3x^3)$. **67.** $2ab(c+2d)(2a-3b)$.
70. $(ab-cd)(5ab^2-2c^2d)$. **71.** $2ab^2(2a^2b+1)(4ac^2-3b)$.
72. $3a^2b(1-3ab^2)(2a^2c-5b)$. **75.** $x(x+1)(a-b-c)$.
77. $(x^2+y^2)(a^2+b^2+c^2)$. **78.** $3abxy(a+b)(x+y)$.
79. $(x+a)(x+b)(x+c)$. **80.** $(x-a)(x+b)(x-c)$.
82. $(x-a)(x-2)$. **92.** $(x-a)(x+3)$. **102.** $(a-5b)(a+2b)$.
104. $(a+9b)(a-5b)$. **107.** $(3a+2b)(2a+3b)$. **109.** $(2a-b)(3a+5b)$.
111. $(x+1)(x+2)(x+5)$. **113.** $(x-1)(x+2)(x-3)$.
117. $x(x+2)(x+4)(x+5)$. **119.** $x(x-2)(x-4)(x-5)$.
161. $10a^2b^2(a+2b)(a-2b)$. **163.** $2a(b-1)^2$. **165.** $-2ax(2a-3x)^2$.
167. $(2a-b)(2a-5b)$. **169.** $(23m-12p)(7m-12p)$. **173.** $a^9(a^{m-3}-b^n)^2$.
175. $(x+y+z)(x+y-z)$. **177.** $(5z+2x-3y)(5z-2x+3y)$.
179. $(a-b)(a+b)^2$. **181.** $(a-b)(a-c)(c-b)$.
183. $(a-b)^2(a^2+2ab-b^2)$. **185.** $(a-2b)^2$. **187.** $(m+1)^2(m-1)^2$.
189. $(m^2+4m+2)(m^2+4m-2)$. **191.** $8q^3$. **193.** $a(a^2+3b^2)(a^2-3b^2)$.
195. $b(a-b)(a^2+ab+b^2)$. **198.** $2(2-a^2)(4+2a^2+a^4)$.
199. $3a(2a+b)(4a^2-2ab+b^2)$.
202. $(m-n)(p-m+n)$. **204.** $x^2z^2(y+x)(y-x)(y+z)(y-z)$.
205. $u(u-3)(1+u)(1-u)$. **296.** $(u+1)^2(u^2-u+1)$. **208.** $4x^2y(x-y)$.
210. $(a+b)(a^2-ab+b^2)(a^3-b^3+2)$. **211.** $(m+2)^2$.
213. $a(a+1)(a+2)(a+3)$. **215.** $(a-1)(a+1)^2(a^2-a+1)$.
218. $2x(3a^2+x^2)$. **219.** $(x-a)(x+a)^3$. **221.** $(a^3+b)^2(a^3-b)^2$.
222. $-(a^3+b^2)^2(a^3-b^2)^2$. **224.** $(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2)$.
225. $(x^2y^2+x^4-y^4)(x^2y^2-x^4+y^4)$. **229.** $(a+b+c)(b+c-a)(a+$
$+c-b)(a+b-c)$. **231.** $(ab+ac+bd-cd)(ab-ac-bd-cd)$.
226. $(x^2+x+1)(x^2-x+1)(x^4-x^2+1)$. **227.** $(x^3+x^6-1)(x^3-x^6+1)$.
233. $(b+c+d-a)(a+c+d-b)(a+b+d-c)(a+b+c-d)$.

235. $(a-c)(c-b)(b-a)$. **236.** $(a+b)(b+c)(c-a)$.
237. $a(a+1)(a-1)^2(a^2+1)$. **238.** $a^5(a-1)^3(a^4+a^3+a^2+a+1)$.
240. $(a-x)(a-y)(x-y)(a+x+y)$.
245. $2x^2y$. **248.** $x^2y^2z^4$. **249.** $6a^3bc$. **251.** $2a^mb^n$. **252.** $3a^5b^m$.
254. $5(m-n)^2$. **255.** 1. **259.** a^2b. **260.** $2a^3n^2$. **262.** 5. **263.** 1.
265. $2a^2b^2c^2(6a^2b-7c^2)$. **266.** $3a(2a+3b-4c)$. **268.** a^2b^2. **269.** $2(a+1)$.
272. $6(x-y)$. **274.** $a-b$. **276.** $4(x^2+y^2)$. **278.** $5x+6y$. **279.** $a+1$.
281. $x+5$. **283.** $x-10$. **285.** $x(x-5)$. **287.** x^2+ax+a^2. **288.** $x+a$.
289. $x-y$. **290.** $(x+y)^2$. **291.** $a-b$. **292.** $2a+3b$. **293.** $a+b$.
294. $a-b$. **295.** $x+3$. **296.** $x-5$. **297.** $x(x-2)$. **298.** $x(x+4)$.
299. $a-x$. **300.** $x-2a$.
303. $12abc$. **305.** $36a^3b^3$. **308.** $84ab^2c^3d^3$. **309.** $ab(a+b)$.
310. $12a^2(b-1)$. **311.** $90b^5(a^2-b^2)$. **312.** $72a^3b^3(a-1)(a-2)$.
313. $(a+b)(c^2-d^2)$. **315.** $(a+x)(a-x)^2$. **318.** $(x-4y)(x+4y)^2$.
319. $(a+b)(a^3-b^3)$. **320.** $(a^2+b^2)(a^3+b^3)$. **321.** $(a-b)(3a-b)(2a^2+$
$+b^2)$. **322.** $(a^2-b)(4a^4-9b^4)$. **323.** $(x-3)(x^2-16)$.
324. $(x^2-1)(x-7)$. **325.** $(2x-3)(x^2-4)$. **326.** $(x+3)(9x^2-4)$.
327. x^4-16. **328.** $(x^3+9y)(x^3-9y^2)$. **329.** $(x^2+1)(x+1)^2$.
330. $(x-y)^2(x^4-y^4)$. **331.** $abcd$. **333.** $120a^3b^4$. **335.** $60a^3x^{n+1}$.
336. $210a^mx^{2n}$. **337.** $(x+y)(x-y)^2$. **338.** $(x^3+y^3)(x^2-y^2)$.
341. $(a^2-9b^2)^2$. **342.** $8a^3b(a+2b)^2$. **343.** x^6-1. **344.** x^8-1.
345. $(x+a)(x+b)(x+c)$. **347.** $(x+1)(x+2)(x+3)$.
348. $(x-1)(x-2)(x+3)(x+4)$. **349.** $(x^2-1)(x+2)(x^2-9)$.
350. $(x+2)(x^2-25)(x^2-9)$. **351.** a^4-1. **352.** a^6-1.
353. $(a+b)(a-2b)(a+3b)(a+4b)$. **354.** $(a-b)(a-5b)(a^2-9b^2)$.
355. x^6-64. **357.** $(x-1)^2(x^4-1)$. **358.** $(x-1)(x+1)^2(x-2)$.
359. $(x-2)(x-4)(x+3)(x^2-1)$. **360.** $(x+2)(x^2-1)(x+5)(x^2-9)$.

ОТДѢЛЕНІЕ V.

§ 1. Сокращеніе дробей. **9.** $\frac{a}{b}$. **11.** $\frac{6a^2}{5b^2}$. **13.** $\frac{4a^2}{5b}$. **19.** $\frac{2a}{3(2a+b)}$.
22. $\frac{(a+1)^2}{a(a-1)}$. **25.** $\frac{x^4+x^3y+x^2y^2+xy^3+y^4}{x^2+xy+y^2}$. **28.** $9a^3b^4(3a+5b)$.
30. $\frac{4x}{3x-2y}$. **33.** $\frac{x+z}{(1-y)^2}$. **35.** $\frac{c+x}{2x+y}$. **36.** $\frac{1}{3a^2-b^2}$. **37.** $\frac{a+b}{2(a-b)}$.
38. $\frac{a^2+b^2}{a}$. **39.** $\frac{ax+by}{ax-by}$. **40.** $\frac{x-a}{x^2+a}$. **41.** $\frac{x+a-b-c}{x-a+b-c}$. **42.** $\frac{x+2}{x+5}$.
44. $\frac{x+4}{x+6}$. **46.** $\frac{a+b}{a-b}$. **49.** $\frac{x+c}{a+b-x}$. **50.** $\frac{ac}{(a+c)^2-b^2}$.

§ 2. Выраженіе общаго знаменателя. **66.** $72a^5b^4c^6d^4$. **68.** $30a^5b^4x^3$. **70.** $84a^6b^4c^8$. **74.** $a^2b(a^2-4)$. **76.** $12a^2b(a+b)^2(a-b)$. **77.** $a(a+1)(a+2)(a+3)$. **78.** $(a-b)(b-c)(c-a)$. **80.** $(a-b)(a-c)(a-d)(b-c)$.

§ 3. Преобразованіе смѣшанныхъ дробей въ простыя и обратно. **91.** $\frac{(a-b)^2}{2a}$. **93.** $\frac{3a^2-b^2}{a+b}$. **95.** $\frac{axy+4x+5y}{x+y}$. **97.** $\frac{x^3+3y^3}{x+y}$. **99.** $\frac{2n^3-3n^2+9n+2}{n^2-2n+3}$. **100.** $\frac{1+5n^2-6n-3n^3}{2-n+n^2}$. **101.** $3a+\frac{4a}{7}$. **105.** $1-\frac{2y^2}{x^2+y^2}$. **107.** $x+2+\frac{2}{x-1}$. **109.** $5a-\frac{3b-2c}{5a^2}$. **111.** $\frac{2x^3}{3y^2}-5x-4y$. **113.** $2b-\frac{a^2+4b^2}{2a+b}$. **114.** $2a+b-\frac{2ab^2+3b^3}{a^2+b^2}$. **117.** $n+5+\frac{6}{n+3}$. **118.** $1-2n+\frac{3n^2+n^3}{1-3n+2n^2}$. **119.** $3m^2-2mn+8n^2-\frac{12n^3}{m-n}$. **120.** $m^2-mn-3n^2-\frac{mn^3-5n^4}{m^2-mn+2n^2}$.

§ 4. Сложеніе и вычитаніе дробей. **127.** $\frac{3}{2a}$. **131.** $\frac{x+5ay}{15a}$. **135.** $\frac{9b^3c+10a^2d}{12a^3b^4}$. **137.** $\frac{m(ab+ac+bc)}{abc}$. **142.** $\frac{25ay^2z^2-4by^4+18cz^4}{60y^5z^4}$. **144.** $\frac{a^nc^2x^3-ab^4x^2z^n-c^3}{ac^4x^n}$. **146.** $\frac{3a^{m+n-1}b^{m+n-1}+4b^{m+2n}c^{m-n-1}-6a^{m-1}c^{2m-n+1}}{12a^mb^{m+n}c^{m-n}}$. **150.** $\frac{133a}{36}$. **151.** $\frac{2a+3b}{b}$. **152.** $\frac{3a^2-4b^2}{ab}$. **153.** 0. **154.** $\frac{81a-4b}{84}$. **155.** $\frac{20a^2-10ab+9c}{36}$. **156.** $\frac{5a^2b+20a^4b^4+c^2}{10a^3b^2}$. **157.** 0. **158.** $\frac{26b-5a}{30b}$. **159.** $\frac{a}{18c}$. **160.** $\frac{ab+ac+bc}{abc}$. **161.** $\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}$. **162.** $\frac{2a^2x}{1-a^4}$. **165.** $\frac{a}{2(a+1)^3}$. **167.** 0. **168.** $\frac{1}{4a-3}$. **169.** $\frac{2b^2}{a(b^2-4a^2)}$. **170.** $\frac{1}{a+2}$. **171.** $\frac{6x^2-8}{(x+2)^2(x-2)}$. **173.** $\frac{2a-3}{(a^2-1)(2a+3)}$. **174.** $\frac{a^4+6a^2b^2+b^4}{a^4-b^4}$. **175.** $\frac{a^2-4ab-b^2}{(a^2-b^2)^2}$. **176.** $\frac{44}{a^3+64}$. **177.** $\frac{18b^2}{8a^3-27b^3}$. **178.** $\frac{2(x^3+1)}{x^4+x^2y^2+y^4}$. **179.** $\frac{1}{(x-a)(x-b)}$. **180.** $\frac{11a+x}{6(a-x)}$. **181.** $\frac{2}{a-3}$. **182.** $\frac{2a+3}{(a+1)(a+3)(a-4)}$. **183.** $\frac{a-b-c}{a+b-c}$. **184.** 1. **185.** 0. **186.** 1. **187.** 0. **188.** $\frac{1}{abc}$. **189.** $\frac{a}{a^2-1}$. **190.** 0.

§ 5. Умноженіе дробей. **197.** $\frac{12x^2y^2}{p^2q^7}$. **199.** $\frac{3}{2}b(a+b)^3(a-b)^2$. **205.** $-\frac{10a^{n-1}b^2d^{m-3}}{3c^3}$. **209.** $\frac{a^{3n-3}}{b^{mn-2n}}$. **213.** $-\frac{20a^2c^7}{d^3(a+x)^3}$. **215.** $\frac{c^{n-r}x^{2p+1}}{7y^{n+2}}$. **216.** $\frac{d^{2p-2n}}{8c^3f^3x^{p-2}y^4}$. **217.** $\frac{4b}{a-1}$. **220.** $\frac{a^2}{d^2}$. **223.** $\frac{a^2+ab+b^2}{b(a+b)}$. **224.** $\frac{a^2+b^2}{b}$.

226. $\frac{2ap^2(p-q)}{b}$. **227.** $\frac{1}{(x+y)^2}$. **228.** a^2-b^2. **229.** $\frac{(x+b)(x-c)}{(x-a)^2}$.
230. $\frac{x}{(1-x)^2}$. **231.** $\frac{(a+b)^2}{ab}$. **234.** $\frac{a}{x}$. **236.** $\frac{4ab}{a^2-b^2}$. **237.** $\frac{a}{x}$. **238.** $\frac{x}{x-y}$.
239. $\frac{x^4+a^2x^2+a^4}{a^4}$. **240.** $\frac{x^6-ax^5+a^5x-a^6}{a^3x^3}$. **241.** $\frac{1}{x}$. **242.** $\frac{3x}{4ay}$.
243. $-2(1-a)^2$. **244.** $-\frac{1}{2}$. **245.** $\frac{1-b}{a}$. **246.** $\frac{a^2(a-b)}{x}$. **247.** 3.
248. $\frac{(x+1)(x^2+y^2)}{x^2y}$. **249.** $\frac{(x-z)^2-y^2}{xyz}$. **250.** $\frac{x+y-z}{x-y+z}$.

§ 6. Дѣленіе дробей. **257.** $\frac{1}{c^2d}$. **260.** $\frac{7c^2}{5ab}$. **262.** $\frac{4m^{3n2}}{3x^2y^4z}$.
267. $\frac{27xy}{14z}$. **271.** $\frac{6cd^2}{65a^2b^2s^6}$. **273.** $\frac{a^{n+1}x^{n+1}}{b^{m-1}y^m}$. **274.** $\frac{a^{m+p}b^{m+n}}{x^{n+1}y^{p+2}}$.
275. -1. **276.** $-\frac{2}{3}$. **277.** $\frac{1}{3(x-y)}$. **278.** $\frac{3(a-b)^2}{b}$. **279.** $\frac{x(2x+y)}{y^2}$.
280. $\frac{3p}{p-q}$. **281.** a^2-b^2. **282.** $\frac{1-x+x^2}{a^2-b^2}$. **283.** $\frac{(x+b)(x-c)}{(x-a)^2}$.
284. $\frac{x+y-z}{x-y+z}$. **285.** $\frac{a^2-1}{(a+2)(a-3)}$. **286.** $\frac{(a+3)^2}{(a-3)(a-4)}$. **287.** $\frac{(x-1)(x^2+1)}{x+1}$.
288. $\frac{x^2-x-1}{x-3}$. **289.** $\frac{5p+2}{5p^2-2}$. **290.** $10\frac{2}{3}$. **291.** $\frac{a+b}{c}$. **292.** $\frac{my-nx}{(m+n)y}$.
293. $\frac{(ay-bx)y}{cx}$. **294.** $\frac{y(px^2-qyz)}{x(py^2+qxz)}$. **295.** $\frac{m+n}{m-n}$. **296.** $\frac{2xy}{x^2+y^2}$.
297. $\frac{x^2-2a^2}{ax}$. **299.** $-\frac{m^4+m^2n^2+n^4}{mn(m-n)^2}$. **300.** $\frac{12m}{5n}$. **301.** $\frac{a+1}{a-1}$.
302. $\frac{a^2+ab-b^2}{ab+b^2-a^2}$. **303.** $\frac{p+3}{p+4}$. **304.** $\frac{(3p+q)(q-6p)}{(q-2p)(q-p)}$. **305.** a. **306.** $\frac{1}{ab}$.
307. 1. **308.** $\frac{ab+ac+bc}{bc+ac-ab}$. **309.** $\frac{(a+b+c)^2}{2bc}$. **310.** $\frac{a^2-b^2}{16a^2b^2}$.

§ 7. Употребленіе отрицательныхъ показателей. **314.** $-3\frac{8}{5}$.
316. $\frac{45}{209}$. **318.** $-\frac{20}{21}$. **320.** $\frac{1}{26}$. **331.** $-\frac{2x^2}{3a^4}$. **333.** $\frac{1}{x^2}$. **335.** $\frac{2}{3}a^3$.
339. $\frac{ab}{a+b}$. **340.** $\frac{b^2-a^2}{a^2b^2}$. **341.** $\frac{(a^n+b^n)^2}{4a^{2n}}$. **343.** $\frac{1}{a^nb^n}$.
353. $(x^{-2}-q^{-2})(p^{-1}-y^{-1})^{-1}$. **355.** $(m^{-3}+n^{-4})^3(x^{-5}-y^{-2})^{-2}$.
384. $\frac{5b^4d^3}{a^3c^4}$. **386.** $2a^{n-m}b^6c^{2p-1}d^n$. **388.** $-m^{14}+m^4-\frac{1}{m}$.
391. $\frac{1}{a^6}-\frac{1}{b^{10}}$. **394.** $\frac{a^{2m}+a^mb^m+b^{2m}}{a^{2m}b^{2m}}$. **396.** $\frac{1}{x^3}+\frac{1}{a^3}$. **397.** $a^4x^2-\frac{1}{a^2x^4}$.
398. $3x+\frac{4}{x}$. **399.** $2+\frac{1}{x}$. **400.** $\frac{x}{6}-\frac{1}{4x}-\frac{1}{2x^3}$.

ОТДѢЛЕНІЕ ~~IV~~ VI

§ 1. Пропорціи. **6.** $\frac{(a-b)^2}{a+b}$. **12.** $-\frac{a}{b}$. **23.** $a^2-4ab-b^2$. **26.** $\frac{2a^3}{a^2-b^2}$.
32. $\frac{1}{a^2-b^2}$. **33.** $\frac{a^2-b^2}{ab}$. **34.** $\frac{3}{4}(a+b)$. **57.** $\frac{a+b}{a-b}=\frac{c}{x}$. **59.** $x=\frac{ab}{a-2b}$.

60. $x=\frac{ab}{a+b}$. **64.** $x=b-a$, $y=-a-b$. **66.** $x=\frac{(a+b)^2}{2}$, $y=\frac{(a-b)^2}{2}$.

§ 2. Рѣшеніе числовыхъ уравненій. **121.** 10. **123.** $\frac{1}{2}$. **125.** 5. **126.** 6,3. **127.** 12,5. **128.** 30. **130.** 2. **132.** 3. **134.** 13. **136.** 7. **139.** 2. **141.** 4. **142.** $\frac{1}{5}$. **143.** 9. **144.** —6. **145.** 7. **146.** 5. **147.** 10. **148.** 11. **149.** 6. **150.** 3.

§ 3. Рѣшеніе буквенныхъ уравненій. **156.** $a(c-b)$. **160.** $\frac{bc}{b+1}$. **162.** $\frac{pqr}{n(q+1)}$. **165.** $\frac{apq}{p^2-q^2}$. **166.** $\frac{pq(m-q)}{q-p}$. **167.** $\frac{b(a+c)}{a+1}$. **168.** a. **169.** p. **170.** $-\frac{p}{2}$. **171.** 1. **172.** —2. **173.** $\frac{ac}{b+c}$. **174.** $\frac{ac}{a+2c}$. **175.** $\frac{cd}{ab+ac+bc}$. **176.** $\frac{ac(a^2-ac+c^2)}{a+c}$. **177.** $-\frac{2mn}{m+n}$. **178.** $\frac{7mn-3m^2}{m-3n}$. **179.** $\frac{8n^2-p^2-4q^2}{4(q-p+2n)}$. **180.** $\frac{12pq}{p+3q}$. **181.** $a^2b^2(a-b)$. **182.** $\frac{(a-b)(a^2+b^2)}{(a+b)^2}$. **183.** $\frac{3c(c-d)}{8d-3c}$. **184.** $\frac{c^2(d-c)}{d(c+d)}$. **185.** $5c$. **186.** $\frac{c^2}{d-c}$. **187.** $2k$. **188.** l. **189.** 0. **190.** $\frac{2n^3+12mn^2-9m^3}{2(5n^2+3m^2)}$. **191.** $\frac{2a^2bc-a^2c^3+b^2c^2-a^2b^2}{ac-ab-bc}$. **192.** $\frac{5a(a+b)}{2(a+4b)}$. **193.** $\frac{b^2c}{a}$. **194.** $\frac{c(4c^2-9d^2)}{8c^2+27d^2}$. **195.** k. **196.** $\frac{k}{k+1}$. **197.** $\frac{(m-n)(m+n)^2}{n^2(m-n)-(m+n)^2}$. **198.** $\frac{mn}{m+n}$. **199.** p^4. **200.** $p^2+q^2-r^2$.

§ 4. Дополненіе о рѣшеніи уравненій. **202.** 6. **203.** —3. **204.** —7. **205.** $\frac{5}{2}$. **206.** $-\frac{5}{4}$. **207.** 4. **208.** 13. **209.** 5. **210.** 6. **211.** 2. **212.** 0, $-\frac{3}{5}$. **213.** 1. **214.** 0, $\frac{4}{3}$. **215.** 4. **216.** 8. **217.** $-\frac{3}{7}$. **218.** $-\frac{17}{2}$. **219.** 2, —3. **220.** 3, —5. **221.** $\frac{2-a^2}{a}$. **222.** 5. **223.** $\frac{c}{c-1}$. **224.** —4. **225.** $4a$. **226.** $\frac{c}{6}$. **227.** $-\frac{7}{4}$. **228.** $\frac{k+l}{k-l}$. **229.** 2. **230.** $\frac{n^2}{m}$.

§ 5. Составленіе одного уравненія. **231.** 22, 16. **233.** 27, 54. **235.** 9, 36. **237.** 17, 5, 26. **239.** 11, 22, 33. **241.** 9, 12. **243.** 50, 35. **245.** 18, 28. **247.** 15, 49. **249.** 28, 33. **251.** 32, 64. **253.** 24, 96. **255.** 8. **257.** 18, 72. **259.** 36, 18. **261.** 70. **262.** 54. **263.** 15, 9, 16. **264.** 16, 14. **265.** 18, 20. **266.** 9, 3. **267.** 13, 7. **268.** 12. **269.** 6. **270.** 3 ч. 9 м.. **271.** 3200. **272.** 4, 5. **273.** 260. **274.** 440. **275.** 1200. **276.** $1\frac{7}{8}$ ч.. **277.** 12. **278.** 9. **279.** $1\frac{1}{2}$ ч.. **280.** 15. **281.** 210. **282.** 236. **283.** 7, 15, 48. **284.** 37. **285.** 8, 110. **286.** 33000, 1170. **287.** 72. **288.** 3, 9. **289.** 3. **290.** 4, 7. **291.** 75. **292.** 84. **293.** 12, 9. **294.** $7\frac{1}{2}$. **295.** 16. **296.** 450, 270. **297.** 445. **298.** 24, 36, 60.

55. **300.** 1600, 4, 400.

$\frac{s}{1+q}$. **302.** $\frac{a+m}{2+n}$. **303.** $\frac{bm-n}{a-b}$. **304.** $\frac{(a-b)m+bn}{n-m}$. **305.** $\frac{ap}{1+p+pq}$.

$\frac{ck+bl}{ak-l}$. **307.** $\frac{a(br+m)}{a+b}$. **308.** $\frac{s+bn}{a+b}$. **309.** $\frac{d}{2(q-1)}$. **310.** $\frac{ac}{b-a}$.

$\frac{m}{s-1}$. **312.** $\frac{100m}{100-p}$. **313.** $\frac{d}{a-b}$. **314.** $\frac{abn}{b-a}$. **315.** $\frac{ab}{a+b}$. **316.** $\frac{(a-1)m}{ak}$.

$\frac{1000000m}{(100+p)^3}$. **318.** $\frac{a(h+1)}{h}$, $a(h+1)$. **319.** $\frac{nu}{2t(t+u)}$. **320.** $\frac{uv}{t+u}$.

$\frac{(m-b)d+s}{a-b}$. **322.** $\frac{bm}{ab-m}$. **323.** $\frac{amp}{mp+np+nq}$. **324.** $\frac{nu}{2t(t+u)}$.

$\frac{n-m}{p-1}$. **326.** $\frac{d-v(h+n)}{n}$. **327.** $\frac{100a(100+pn)}{p^2n^2}$. **328.** $\frac{d-hu}{u+v}$.

$\frac{an-mn^2-mn-m}{n^2+n+1}$. **330.** $\frac{2mnp}{mn+mp+np}$.

6. Рѣшеніе системы уравненій. **332.** 7; 8. **334.** 5; 6. **336.** 3; 2.
16; 7. **340.** 2; 3. **342.** $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{3}$. **344.** 2; $-\frac{1}{11}$. **345.** 6; 12.
12; 12. **347.** 6; 12. **348.** 10; 5. **349.** 4; 3. **350.** 18; 6. **351.** 7; 5.
12; 6. **353.** 3; 2. **354.** 4; 5. **355.** 4; 16. **356.** 1; 3. **357.** 3; 6.
2; 5. **359.** 8; 5. **360.** 3; 2. **361.** 5; 6. **362.** $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$. **363.** 21; 20.
3; 4. **365.** 9; 7. **366.** $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{5}$. **367.** $8\frac{3}{8}$; $8\frac{1}{4}$. **368.** 8; 2.
$\frac{8}{5}$; $-\frac{2}{3}$. **370.** 5; 3. **373.** $a+b$; $a-b$. **374.** $\frac{ac+bd}{a^2+b^2}$; $\frac{bc-ad}{a^2+b^2}$.
5a; 4b. **378.** $\frac{a^2}{a-b}$; $\frac{b^2}{b-a}$. **380.** $\frac{a}{b}$; 1. **381.** $\frac{2}{a\pm b}$. **382.** $\frac{c}{b}$; $\frac{a}{d}$.
$\frac{a+b}{c}$. **384.** $\frac{a}{b}$; $\frac{c}{d}$. **385.** $\frac{ad+bc}{cd+be}$; $\frac{ad+bc}{c^2-ae}$. **386.** $\frac{a(a^2+b^2)}{a^2-b^2}$; $\frac{c(a^2+b^2)}{2ab}$.
$\pm\frac{c}{a+b}$. **388.** $\frac{a(a\pm b)}{a\mp b}$. **389.** $2a\pm b$. **390.** $c^3\mp d^3$.
1; 3; 5. **394.** 15; 12; 10. **396.** 1; 1; 1. **398.** 2; 3; 4.
2; —1; 1. **402.** 12; 18; 35. **404.** 26; 65; 91. **406.** 9; 8; 11.
1; 2; 3. **408.** 6; —2; 4. **409.** 12; 24; 36. **410.** 24; 60; 120.
1; 3; $\frac{5}{4}$. **412.** $1\frac{1}{5}$; $-2\frac{2}{3}$; $3\frac{3}{4}$. **414.** $\frac{3}{2}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{3}{4}$. **416.** 1; 3; 4.
2; 3; 4. **418.** 5; 4; 3. **419.** 4; 2; 1. **420.** 1; 2; 3.
$\frac{b+c}{2}$; $\frac{a-b}{2}$; $\frac{a-c}{2}$. **424.** c; b; a. **425.** $\frac{bc}{a}$; $\frac{ac}{b}$; $\frac{ab}{c}$.
$\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$. **427.** $a+b$. **428.** $-abc$. **429.** $\frac{a(b+c)}{2}$. **430.** $\frac{abc}{ab+bc+ac}$.
1; 4; 2; 3. **432.** 2; 3; 4; 5. **433.** 1; 3; 4; 2. **434.** 1; 2; 3; 4.
1; 1; 2; 2. **436.** 1; 1; 3; 2. **437.** 1; 3; 4; 2. **438.** 2; 3; 4; 5; 1.
4; 6; 2; 6; 3. **440.** 2; 1; 4; 5; 3.

§ 7. Составленіе системы уравненій. **441**. 33; 14. **442**. 85; 55. **443**. 36; 24. **444**. 15; 10. **445**. 6; 5. **446**. $\frac{2}{7}$. **447**. 18; 7. **448**. 29. **449**. 63. **450**. 84. **451**. 36; 30. **452**. 22; 10. **453**. 900; 400. **454**. 3200; 2400. **455**. 2 р.; 20 к.. **456**. 88; 40. **457**. 15; 12. **458**. 20; 35. **459**. 29; 32. **460**. 18; 4. **461**. 24; 48. **462**. 30; 40. **463**. 24; 36. **464**. 2880; 5. **465**. 12, 8. **466**. 3000; 4. **467**. 1; 7. **468**. 24; 14. **469**. 15; 5. **470**. 32; 28. **471**. 78; 85; 63. **472**. 70; 50; 130. **473**. 640; 720; 840. **474**. 13; 17; 19. **475**. 50; 65; 75. **476**. 9; 7; 12. **477**. 70; 90; 120. **478**. 60; 40; 25. **479**. 50. **480**. 51; 30; 9. **481**. 854. **482**. 2000; 3000; 5000. **483**. 324. **484**. 13; 7; 4. **485**. 432. **486**. 12; 8; 7. **487**. 1600; 2400; 4000. **488**. 8; 16; 10. **489**. 35; 25; 40. **490**. 12; 18; 8.

491. $\frac{a+bm}{mn-1}$; $\frac{an+b}{mn-1}$. **492**. $\frac{d(m+n)}{2mn}$; $\frac{d(n-m)}{2mn}$.

493. $\frac{m(bp-aq)}{mq-np}$; $\frac{n(bp-aq)}{mq-np}$. **494**. $\frac{d(b+n-m)}{ab+an+bm}$; $\frac{d(a+m-n)}{ab+an+bm}$.

495. $\frac{(c-b)n}{a-b}$; $\frac{(a-c)n}{a-b}$. **496**. $\frac{am-bn}{a-b}$; $\frac{an-bm}{a-b}$. **497**. $\frac{dmp}{mp+nq}$; $\frac{dnq}{mp+nq}$.

498. $\frac{amp}{mp-nq}$; $\frac{anq}{mp-nq}$. **499**. $\frac{a(m+n)(ps-qr)}{(r+s)(np-mq)}$; $\frac{a(p+q)(nr-ms)}{(r+s)(np-mq)}$.

500. $\frac{a(p-q)[(p+q)(ms-nr)+(m+n)(ps-qr)]}{(p+q)(r-s)(mq-pn)}$;

$\frac{a(m-n)[(m+n)(ps-qr)+(p+q)(ms-nr)]}{(m+n)(r-s)(mq-pn)}$.

Сочиненія Н. А. Шапошникова,

относящіяся къ начальному курсу математики:

Учебникъ ариѳметики. Часть 1. **Ц. 30 к.** Часть 2. **Ц. 50 к.**

Одобрено для библіотекъ среднихъ учебныхъ заведеній.

Руководство ариѳметики. (2-е изданіе). Часть 1. **Ц. 40 к.** Часть 2. **Ц. 60 к.**

Рекомендовано для учительскихъ библіотекъ и одобрено, какъ учебное пособіе для старшаго класса среднихъ учебныхъ заведеній, мужскихъ и женскихъ.

Основанія общей ариѳметики и алгебры. Ц. 55 к.

Одобрено для фундаментальныхъ и ученическихъ библіотекъ.

Учебникъ алгебры (5-е изданіе). Часть 1. **Ц. 70 к.** Часть 2. **Ц. 70 к.**

Одобрено, какъ руководство для мужскихъ среднихъ учебныхъ заведеній.

Курсъ тригонометріи и собраніе задачъ. (9-е изданіе). **Ц. 70 к.**

Одобрено, какъ руководство для среднихъ учебныхъ заведеній, и удостоено половины большой преміи Императора Петра Великаго.

Дополненія элементарнаго курса математики и введеніе въ высшій математическій анализъ. Ц. 1 р. 20 к.

Одобрено, какъ руководство для дополнительнаго класса реальныхъ училищъ подъ условіемъ сокращенія курса согласно программѣ.

Сочиненія Н. А. Шапошникова и Н. К. Вальцова:

Сборникъ ариѳметическихъ задачъ. Часть 1. (7-е изданіе). **Ц. 40 к.** Часть 2. (7-е изданіе). **Ц. 60 к.**

Одобрено, какъ весьма полезное учебное пособіе.

Сборникъ алгебраическихъ задачъ. Часть 1. (9-е изданіе). **Ц. 70 к.** Часть 2. (8-е изданіе). **Ц. 70 к.**

Одобрено, какъ учебное пособіе, и удостоено половины большой преміи Императора Петра Великаго.

По системѣ Н. А. Шапошникова:

Упрощенное руководство ариѳметики. Ч. 1. **Ц. 30 к.** Ч. 2. **Ц. 30 к.**

Рекомендовано для библіотекъ среднихъ учебныхъ заведеній, учительскихъ институтовъ и семинарій.

Сочиненія Н. К. Вальцова:

Образцы письменнаго рѣшенія задачъ по всѣмъ отдѣламъ математики. Ц. 20 к.

Допущено къ употребленію въ гимназіяхъ.